ОБРАБОТКА И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ И ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Москва
Радио и связь
2014

УДК 621.391
ББК 32.811
О 23

Авторы:
Анфалов К. В., Артюшенко В. М., Воловач В. И., Воронин В. В., Гапон Н. В., Глущенко А. Г., Глущенко Е. П., Иванов В. В., Карташевский В. Г., Крутчинский С. Г., Марчук В. И., Прокопенко Н. Н., Сизякин Р. А., Тимофеев Д. В., Устинова Е. С., Фоломкин Д. А., Шакурский В. К., Шакурский М. В., Шерстобитов А. И.

Рецензенты:
Нечаев Юрий Борисович,
доктор физико-математических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ

О 23 Обработка и преобразование сигналов в радиотехнических и инфокоммуникационных системах : монография / под ред. В. И. Воловача. – М. : Радио и связь, 2014. – 448 с. : ил.
ISBN 978-5-89776-019-0

В монографии рассмотрены вопросы схемотехнических решений избирательных усилителей и активных фильтров; синтеза цифровых фильтров частотной выборки; приема сигналов с псевдослучайной перестройкой частоты, использующих фазовую модуляцию в канале с рассеянием и неизвестными параметрами; оценки погрешности измерения информационных параметров полезного сигнала, несущих информацию о скорости, ускорении и протяженности лоцируемого объекта, в условиях воздействия негауссовских помех; рассматриваются способы синтеза сжимающих отображений и соответствующих алгоритмов методом контрольного значения, автоматического поиска и создания маски с локальным положением дефектов на изображения для дальнейшего устранения их средствами автоматической реставрации изображений; анализа физических свойств и параметров резонаторов на подвижных структурах; алгоритм классификации текстур на основе локально-полиномиальной аппроксимации и методы построения систем передачи разовых сообщений по занятым телекоммуникационным каналам.

Книга рассчитана на инженеров и научных работников, специализирующихся на системах обработки информации в различных областях науки и техники.

УДК 621.391
ББК 32.811

ISBN 978-5-89776-019-0

© Радио и связь, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ…… 12

АННОТАЦИИ …….. 13

1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-СТОЙКИХ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ ВЧ И СВЧ ДИАПАЗОНОВ… …… 21

1.1. Основные технологические процессы экстремальной электроники…… 21

1.2. Архитектуры активных RC-фильтров на основе усилителей тока…… 34

1.2.1. Свойства высокочастотных звеньев…… 35

1.2.1.1. Постановка задачи…… 35

1.2.1.2. Обобщенная структурная схема звена второго порядка…… 36

1.2.1.3. Функционально-топологические правила структурного синтеза принципиальных схем…… 39

1.2.1.4 Типовые структуры звеньев полосовых фильтров…… 42

1.3. Схемотехника радиационно-стойких избирательных усилителей (ИУ) на n-p-n транзисторах техпроцессов SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_5……..…… 46

1.3.1. Применение неинвертирующих повторителей переменного тока в ИУ….. 46

1.3.2. Избирательные усилители с токовым входом……. 54

1.3.3. Избирательные усилители с потенциальным входом……...… 67

1.4. Избирательные усилители СВЧ диапазона с управляемыми параметрами……..…… 73

1.4.1. Полосовые фильтры на основе усилителей тока …… 73

1.4.2. Практическая схема ИУ на основе модифицированного каскада Гильберта…… 77

1.4.3. Полосовые фильтры с высоким ослаблением сигнала в области низких частот…… 80

1.5. Микромощный избирательный усилитель в элементном базисе радиационно-стойкого техпроцесса АБМК_1_3…….. 88

1.6. Модифицированный избирательный усилитель Рауха с расширенным частотным диапазоном…… 95

1.7. Выводы……. 101

Список литературы……. 102

2. ПРИЕМ СИГНАЛОВ ППРЧ В КАНАЛАХ С ПАМЯТЬЮ……...……. 107

2.1. Общие сведения о формировании и приеме сигналов ППРЧ…….. 107

2.2. Прием дискретных сообщений в каналах с памятью……. 112

2.2.1. Структура системы радиосвязи для передачи дискретных сообщений. Общая характеристика канала связи…….. 112

2.2.2. Математическая модель канала связи ……. 114

2.2.3. Оптимальный прием «в целом» в каналах с памятью и совокупной гауссовской аддитивной помехой ……. 115

2.2.4. Реализация последовательного алгоритма приема дискретных сообщений в каналах с памятью…….. 120

2.2.5. Анализ помехоустойчивости алгоритма «прием в целом с поэлементным принятием решения»…… 122
2.3. Прием сигналов ППРЧ как задача слепой идентификации……..... 126
2.3.1. Метод максимального правдоподобия для идентификации векторного канала……. 130
2.3.2. Прием сигналов ППРЧ с ФМ-4 в канале с памятью при априорной неопределенности относительно свойств канала…… 132
2.3.3. Формирование сигналов ФМ-4 на передаче …… 133
2.3.4. Алгоритм демодуляции сигналов ФМ-4 в канале с памятью…… 138
2.3.5. Алгоритм слепого оценивания импульсной характеристики канала с памятью…… 143
2.4. Анализ помехоустойчивости приема сигналов ФМ-4 в канале с памятью……..…… 145
2.4.1. Моделирование на ЭВМ алгоритмов обработки сигналов ППРЧ в каналах с памятью …….. 162
2.4.2. Вычисление скаляра в задаче слепой идентификации по методу максимального правдоподобия…….. 162
2.4.3. Моделирование оценок импульсной характеристики канала с памятью на основе метода максимального правдоподобия……. 165
2.4.4. Моделирование процесса демодуляции по алгоритму ПЦППР совместно со слепым оцениванием импульсной характеристики…… 168
Список литературы……. 174

3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ДАЛЬНОСТИ……..…….. 177
3.1. Погрешность измерения параметров движения в условиях изменяющейся дальности…… 178
3.2. Погрешность измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности…….…… 183
3.3. Погрешность измерения векторного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности……..…….. 187
3.4. Погрешность измерения информационных параметров в условиях изменяющейся дальности на фоне аддитивно-мультипликативных негауссовских помех…….. 189
3.5. Выводы……. 195
Список литературы……. 196

4. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ АДДИТИВНО-МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ В РАДИОСИСТЕМАХ БЛИЖНЕГО ДЕЙСТВИЯ…… 198
4.1. Оценка точности измерения параметров движения в условиях негауссовских аддитивных помех …… 199
4.1.1. Оценка точности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной некоррелированной помехи……. 200

4.1.2. Оценка точности измерения векторного информационного параметра на фоне аддитивной некоррелированной помехи…….. 203
4.1.3. Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных аддитивных негауссовских помех…… 209
4.1.4. Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированной аддитивной помехи при непрерывной обработке…… 215
4.2. Оценка точности измерения параметров движения в условиях негауссовских мультипликативных помех ……..……. 223
4.2.1. Оценка точности измерения скалярного информационного параметра на фоне мультипликативной помехи с независимыми значениями…… 225
4.2.2. Оценка точности измерения векторного информационного параметра на фоне мультипликативной помехи с независимыми значениями…… 230
4.2.3. Оценка точности измерения информационных параметров на фоне коррелированной мультипликативной помехи …….. 235
4.3. Оценка точности измерения параметров движения в условиях одновременного воздействия мультипликативных и аддитивных негауссовских помех…… 237
4.4. Выводы…… 245
Список литературы……. 246

5. МЕТОДИКА СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ ЧАСТОТНОЙ ВЫБОРКИ…….. 247
5.1. Формирование полосы пропускания ЦФ …….. 248
5.2. Улучшение подавления вне полосы пропускания ЦФ……. 252
5.3. Уменьшение пульсаций в полосе пропускания ЦФ……. 257
5.4. Настройка полосы пропускания с помощью основных и дополнительных ЭЦФ……. 263
5.5. Методика подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ……..... 266
5.6. Синтез цифрового фильтра по заданным параметрам…… 279
5.7. Выводы……...…… 283
Список литературы……. 284

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХКАНАЛЬНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ…… 285
6.1. Метод контрольного значения…….. 285
6.2. Структуры, реализующие условие контрольной суммы, контрольной разности и контрольного отношения……. 287
6.3. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольной суммы…… 294
6.4. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольной разности……... 301
6.5. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольного отношения…… 304
6.6. Выводы……..… 309
Список литературы……. 310

7. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ДЕФЕКТОВ НА АРХИВНЫХ ФОТОГРАФИЯХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЛОКАЛЬНЫХ БИНАРНЫХ ОКРЕСТНОСТЕЙ……. 311
7.1. Анализ методов автоматического детектирования дефектов…… 312
7.1.1. Классификация дефектов и методы их автоматического детектирования.. 312
7.1.2. Обзор существующих методов обнаружения дефектов…… 316
7.1.2.1. Метод Отцу…… 316
7.1.2.2. Морфологическая обработка изображения…… 317
7.1.2.3. Вейвлет-преобразования…….. 319
7.1.2.4. Методы на основе обучения алгоритма…….. 323
7.2. Метод детектирования дефектов на изображениях……...… 327
7.2.1. Разработка метода детектирования дефектов……..... 327
7.3. Исследование эффективности метода автоматического детектирования дефектов на изображениях……. 335
7.3.1. Критерии оценки качества обработки изображений…….. 335
7.3.2. Исследование эффективности метода автоматического детектирования дефектов…… 336
7.3.3. Исследование алгоритмов автоматического обнаружения дефектов при обработке изображений, поврежденных естественным путем…… 343
7.4. Выводы…… 349
Список литературы……. 350

8. ПОДВИЖНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ СТРУКТУРЫ…… 352
8.1. Общие сведения о свойствах и параметрах резонансных структур……..... 353
8.2. Моделирование свойств невзаимных волноведущих структур…… 355
8.3. Отражение от неподвижной границы раздела двух невзаимных сред (нормальное падение)…… 358
8.4. Отражение акустических волн от подвижной границы раздела невзаимных сред…….. 362
8.5. Отражение акустических волн от подвижного упругого слоя в невзаимных средах…… 366
8.6. Резонатор с невзаимной средой…… 370
8.7. Резонатор с подвижной границей…… 376
8.8. Выводы…… 381
Список литературы…… 383

9. КЛАССИФИКАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТЕКСТУР НА ОСНОВЕ ЛОКАЛЬНО-ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ…… 385
9.1. Модель изображения …… 386
9.2. Предлагаемый метод …… 386
9.3. Экспериментальные исследования…… 395
9.4. Выводы…… 403
Список литературы…… 404

10. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ РАЗОВЫХ СООБЩЕНИЙ ПО ЗАНЯТЫМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫМ КАНАЛАМ ……..……. 406
10.1. Определение энергетических соотношений сигналов разовых сообщений и регулярной информации при их совместной передаче ……..…… 406
10.2. Выбор сигналов и методов их обработки при передаче разовых сообщений …. 412
10.3. Выбор кода для передачи разовых сообщений ……..…… 420
10.4. Выводы ……..…… 436
Список литературы…… 438

Сведения об авторах..……...… 440

CONTENTS

INTRODUCTION ..……. 12

ANNOTATIONS ……
13

1. DESIGN OF RADIATION-RESISTANT ACTIVE RC FILTERS OF HIGH-FREQUENCY AND ULTRA HIGH-FREQUENCY RANGES ……...…… 21

1.1. Main technological processes of extreme electronics ……..…… 21

1.2. Architectures of active RC filters based on the current amplifiers ..…… 34

1.2.1 Properties of high-frequency sections …… 35

1.2.1.1 Statement of the Problem ….…… 35

1.2.1.2 Generalized block diagram of a second-order section …..…… 36

1.2.1.3 Functional-topological rules of schematic circuit structural synthesis … 39

1.2.1.4 Standard structures of banpass filers sections ……..……. 42

1.3. Circuit design of radiation-resistant selective amplifiers (SA) based on n-p-n transistors of technological processes SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_5……...……. 46

1.3.1 Application of non-inverting repeaters of alternate current in SA ……..…… 46

1.3.2 Selective amplifiers with current input …….…… 54

1.3.3 Selective amplifiers with potential input ……...…. 67

1.4. Selective amplifiers of ultra high-frequency range with controllable parametres ....… 73

1.4.1 Bandpass filters based on current amplifiers ……..…… 73

1.4.2 Practical scheme of SA based on a modified Hilbert stage ……. 77

1.4.3 Bandpass filters with high signal attenuation in low-frequency region…… 80

1.5 Micropower selective amplifier in elemental basis of radiation-resistant technological process АБМК_1_3…… 88

1.6 Modified Rauch selective amplifier with an extended frequency range …… 95

1.7. Findings ...…….. 101

BIBLIOGRAPHY…… 102

2. RECEPTION OF SIGNALS FHSS IN CHANNELS WITH MEMORY ….……... 107

2.1. General information about the formation and reception of signals FHSS …… 107

2.2. Reception of discrete messages in channels with memory ……. 112

2.2.1 The structure of the radio system for the transmission of discrete messages. General characteristics of the communication channel …… 112

2.2.2 Mathematical model of the communication channel …….. 114

2.2.3 Optimal reception «in General» in channels with memory and total additive Gaussian interference …… 115

2.2.4 The realization of the sequential algorithm of discrete message reception in channels with memory ……. 120

2.2.5 Analysis of the interference immunity of the algorithm «reception in General with the item-by-item deciding»…...…….. 122

2.3 Reception of signals FHSS as a task of blind identification ……..... 126

2.3.1 Maximum likelihood method for identification of vector channel…… 130

2.3.2 Reception of signals FHSS with QPSK in a channel with memory under a priori uncertainty about the properties of the channel ……. 132

2.3.3 Formation of signals QPSK during transmission ……. 133
2.3.4 The algorithm of the QPSK signals demodulation in a channel with memory … 138
2.3.5 The algorithm of the impulse response blind evaluation of a channel with memory……... 143
2.4 Analysis of the interference immunity of QPSK signal receiving in a channel with memory…… 145
2.4.1 Computer simulation of the signal FHSS processing algorithms in channels with memory …… 162
2.4.2 The calculation of the scalar in the task of blind identification by the maximum likelihood method …….. 162
2.4.3 Modeling of the impulse response estimates of a channel with memory based on the maximum likelihood method ……..……. 165
2.4.4 Modeling of the demodulation process by the algorithm of REFDM together with a blind evaluation of the impulse response ……..…….. 168
BIBLIOGRAPHY…… 174

3. ERROR ESTIMATION OF THE PARAMETERS OF MOTION MEASUREMENT OF EXTENDED OBJECTS IN CHANGING RANGE …… 177
3.1 Measurement error of parameters of movement in a changing range …… 178
3.2 Measurement error of the scalar information parameter against additive non-gaussian interference in a changing range …… 183
3.3 Measurement error of the vector information parameter against of additive non-Gaussian interference in a changing range ……..…… 187
3.4 Measurement error of information parameters in a changing range against additive-multiplicative non-Gaussian interference …….…….. 189
3.5 Findings …….. 195
BIBLIOGRAPHY…… 196

4. ANALYSIS OF THE EFFECT OF THE ADDITIVE-MULTIPLICATIVE NON-GAUSSIAN INTERFERENCE ON THE MEASUREMENT ACCURACY OF PARAMETERS OF MOVEMENT IN SHORT-RANGE RADIO SYSTEMS….. 198
4.1. Estimation of measurement accuracy of movement parameters in conditions of non-Gaussian additive interference ….…… 199
4.1.1 Estimation of measurement accuracy of scalar information parameter against additive uncorrelated interference ……. 200
4.1.2 Estimation of measurement accuracy of vector information parameter against additive uncorrelated interference …….…… 203
4.1.3 Estimation of measurement accuracy of information signal parameters on correlated additive non-Gaussian interference …….. 209
4.1.4 Estimation of measurement accuracy of information signal parameters on correlated additive interference with a continuous processing ……..…… 215
4.2. Estimation of measurement accuracy of movement parameters in the conditions of non-Gaussian multiplicative interference ….……..……..… 223
4.2.1 Estimation of measurement accuracy of scalar information parameter on the background of multiplicative interference with independent values …… 225
4.2.2 Estimation of measurement accuracy of vector information parameter on the background of multiplicative interference with independent values …… 230
4.2.3. Evaluation of measurement accuracy of the information parameters on corre- 235

lated multiplicative interference ……..……..
4.3 Estimation of measurement accuracy of motion parameters in conditions of a simultaneous effect of multiplicative and additive non-Gaussian interference ……..… 237
4.4 Findings…….. 245
BIBLIOGRAPHY…… 246

5. THE DIGITAL FREQUENCY SAMPLING FILTERS DESIGN METHOD ..… 247
5.1. Forming of digital filter passband ……..…… 248
5.2. Improvement of suppression out of digital filter passband ……. 252
5.3. Reduction of pulsations in the digital filter passband …….. 257
5.4 Setting of passband using basic and additional EDF ……. 263
5.5 The method of selection of amplitude coefficients for the output signals of EDF …… 266
5.6 Synthesis of digital filter on the set parameters ……. 279
5.7. Findings……...……...… 283
BIBLIOGRAPHY…… 284

6. MODELING OF DUAL-INVARIANT CONVERTERS ….…… 285
6.1. Method of reference value …… 285
6.2. Structures that implement the condition of the control sum, the control difference and control ratio ……..……. 287
6.3 Computer models of structures implementing the condition of control sum ……..… 294
6.4 Computer models of structures implementing the condition of the control difference …….. 301
6.5 Computer models of structures implementing the condition of the control ratio……..... 304
6.6. Findings…….. 309
BIBLIOGRAPHY…… 310

7. DEVELOPMENT AND RESEARCH OF THE METHOD OF DEFECTS DETECTION ON ARCHIVAL PHOTOGRAPHS ON THE BASIS OF LOCAL BINARY SURROUNDINGS ANALYSIS ……..…… 311
7.1. Analysis of methods of automatic defect detection ……. 312
7.1.1 Классификация дефектов и методы их автоматического детектирования… 312
7.1.2 Defects classification and methods of their automatic detection ……. 316
7.1.2.1 Method Otsu ……. 316
7.1.2.2 Morphological image processing ……..…… 317
7.1.2.3 Wavelet transforms …….. 319
7.1.2.4 Methods based on learning algorithm ….. …… 323
7.2. Method of defect detection of images ……...…… 327
7.2.1 Development of the method of defects detection ……... 327
7.3 Research of efficiency of the automatic defect detection method for images …….. 335
7.3.1 Criteria for assessing the quality of image processing ……...… 335
7.3.2 Research of efficiency of the automatic defect detection method …..…… 336
7.3.3. Study of algorithms of automatic defects detection during the processing of naturally damaged images ……..…… 343

7.4. Findings…….. 349
BIBLIOGRAPHY…… 350
8. MOBILE RESONANCE STRUCTURES ……..…… 247
8.1. General information about the properties and parameters of resonance structures …. 248
8.2. Modeling of properties of non-reciprocal waveguide structures ……. 252
8.3. The reflection from the fixed boundary between two non-reciprocal environments (normal incidence)..…….. 257
8.4 The reflection of acoustic waves from mobile boundary of non-reciprocal environments 263
8.5 The reflection of acoustic waves from mobile elastic layer in non-reciprocal environments…… 266
8:6 The resonator with the non-reciprocal environment ……. 279
8.7 The resonator with a moving boundary …… 283
8.8. Findings…….. 284
BIBLIOGRAPHY…… 285

9. CLASSIFICATION OF DIGITAL IMAGES OF TEXTURES ON THE BASIS OF LOCAL POLYNOMIAL APPROXIMATION ……..…….. 385
9.1. Image model …… 386
9.2. Suggested method ……. 386
9.3. Experimental studies ……. 395
9.4. Findings…….. 403
BIBLIOGRAPHY…… 404

10. METHODS OF CONSTRUCTION OF SYSTEM OF SINGLE MESSAGES TRANSMISSION VIA OCCUPIED TELECOMMUNICATION CHANNELS …… 406
10.1. The definition of power ratio for the signals of the single messages and regular information in their simultaneous transmission ……..……. 406
10.2. The choice of signals and methods of their processing during single messages transmission……. 412
10.3. The choice of code for the single messages transmission ……...……. 420
10.4. Findings ……..……...…….…… 436

BIBLIOGRAPHY…… 438

Information on authors…… 440

ПРЕДИСЛОВИЕ

В монографии представлены результаты исследований научных школ ряда университетов России, которые в течение нескольких последних лет осуществляют и развивают межвузовское сетевое научное взаимодействие, находящее отражение в проведении совместных научно-исследовательских работ, включая выполнение различных грантов и НИР по заказам реального сектора экономики, совместной организации и участии в научно-технических симпозиумах, конференциях и семинарах, развитии научных исследований студентов и аспирантов.

Научные исследования, отраженные в настоящей монографии, охватывают различные области радиоэлектроники и телекоммуникаций: проектирование микроэлектронных устройств, цифровую обработку сигналов, обработку изображений, прием сигналов в системах радиосвязи, обработку сигналов в радиотехнических системах ближнего действия, исследование резонансных структур, обработку сигналов в телекоммуникационных каналах.

В работе над монографией принимали участие ученые Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону), Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти), Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара), Финансово-технологической академии (г. Королев).

Надеемся, что изложенные в монографии результаты теоретических и практических исследований вызовут значительный интерес научного сообщества и будут полезны для специалистов, связанных с обработкой и преобразованием сигналов в радиотехнических и инфокоммуникационных системах.

Коллектив авторов

ГЛАВА 1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-СТОЙКИХ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ ВЧ И СВЧ ДИАПАЗОНОВ

Прокопенко Н. Н., Крутчинский С. Г.

В главе рассмотрены перспективные архитектурные и схемотехнические решения избирательных усилителей и активных RC-фильтров, адаптированных к ограничениям радиационно-стойких технологических процессов SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_3. Приведена краткая информация о поведении современной электронной компонентной базы в экстремальных условиях.

ГЛАВА 2. ПРИЕМ СИГНАЛОВ ППРЧ В КАНАЛАХ С ПАМЯТЬЮ

Карташевский В. Г.

В главе описывается прием сигналов ПППРЧ, использующих фазовую модуляцию (на примере ФМ-4), в канале с рассеянием и неизвестными параметрами, обсуждается алгоритм приема таких сигналов, оценивается помехоустойчивость приема.

ГЛАВА 3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ДАЛЬНОСТИ

Артюшенко В. М., Воловач В. И.

В настоящей главе рассмотрены вопросы, связанные с оценкой погрешности измерения параметров протяженных объектов на фоне негауссовских помех в условиях изменяющейся дальности. Получены выражения, описывающие относительную погрешность измерения частоты полезного сигнала при различных условиях работы радиолокационного измерителя.

ГЛАВА 4. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ АДДИТИВНО-МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ В РАДИОСИСТЕМАХ БЛИЖНЕГО ДЕЙСТВИЯ

Артюшенко В. М.

Глава посвящена анализу влияния негауссовских аддитивных и мультипликативных помех на точность раздельной и совместимой оценки информационных параметров полезного сигнала, несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта. Для обеспечения наивысшей точности измерения информационных параметров необходимо оценить их оптимальным образом. Методы решения задачи оптимальной оценки параметров сигнала можно получить, основываясь на математическую статистику и теорию нелинейной фильтрации.

ГЛАВА 5. МЕТОДИКА СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ ЧАСТОТНОЙ ВЫБОРКИ

Шакурский М. В.

В главе рассматривается синтез цифровых фильтров методом частотной выборки. Показан принцип формирования полосы пропускания. Показаны принципы улучшения свойств АЧХ за счет вариации амплитудных коэффициентов выходных сигналов элементарных цифровых фильтров. Показана возможность плавного изменения ширины полосы пропускания за счет вариации амплитудных коэффициентов элементарных цифровых фильтров.

ГЛАВА 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХКАНАЛЬНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Шакурский В. К.

В главе рассматриваются способы синтеза сжимающих отображений (сжимающих преобразований) и соответствующих алгоритмов методом контрольного значения, рассматриваются инвариантные преобразователи, использующие метод контрольного значения.

ГЛАВА 7. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ДЕФЕКТОВ НА АРХИВНЫХ ФОТОГРАФИЯХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЛОКАЛЬНЫХ БИНАРНЫХ ОКРЕСТНОСТЕЙ

Сизякин Р. А., Воронин В. В., Марчук В. И., Гапон Н. В., Фоломкин Д. А.

В главе затрагивается задача автоматического поиска, и создания маски с локальным положением дефектов на изображения для дальнейшего устранения их средствами автоматической реставрации изображений.

ГЛАВА 8. ПОДВИЖНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ СТРУКТУРЫ

Глущенко А. Г., Глущенко Е. П., Иванов В. В., Устинова Е. С.

В главе проведен анализ физических свойств и параметров резонаторов на подвижных структурах или включающих подвижные среды. Осуществлен краткий анализ физических свойств известных резонансных структур. Показано, что движение границ как самих резонаторов, так и заполняющих их сред существенно меняет их физические свойства. Построены модели динамических резонаторов, описаны их основные физические свойства, проведен расчет их основных параметров. Предложены варианты использования особенностей подвижных резонаторов в функциональной и измерительной технике.

ГЛАВА 9. КЛАССИФИКАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТЕКСТУР НА ОСНОВЕ ЛОКАЛЬНО-ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Шерстобитов А. И., Тимофеев Д. В., Марчук В. И.

В главе разработан алгоритм классификации текстур на основе локально-полиномиальной аппроксимации. Анализ литературных источников показал, что большинство часто используемых на практике методов при решении задачи поиска текстур натурных изображений показывают низкие результаты. Методы, основанные на LBP, показывают наиболее высокие результаты, в связи с чем в главе разработан локально-полиномиальный дескриптор, позволяющий производить классификацию широкого класса текстур. Полученное ядро является инвариантным к освещению, контрастности и масштабу. На наборе тестовых текстурных изображений, различающихся размерами и освещённостью, показана эффективность предложенного подхода.

ГЛАВА 10. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ РАЗОВЫХ СООБЩЕНИЙ ПО ЗАНЯТЫМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫМ КАНАЛАМ

Воловач В. И., Анфалов К. В.

В главе исследуются методы построения систем передачи разовых сообщений по занятым телекоммуникационным каналам. Для реализации поставленной цели определены энергетические соотношения сигналов разовых и регулярных сообщений при их совместной передаче. Выбраны сигналы для передачи разовых сообщений и методы их обработки. Рассмотрены вопросы, связанные с выбором помехоустойчивого кода.

CHAPTER 1 . DESIGN OF RADIATION-RESISTANT ACTIVE RC FILTERS OF HIGH-FREQUENCY AND ULTRA HIGH-FREQUENCY RANGES

Prokopenko N.N., Krutchinky S.G.

Chapter 1 views prospective architectural and circuit solutions for selective amplifiers and active RC filters, adapted to the limitations of radiation-resistant technological processes SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 and ABMC. Brief information about the behavior of modern electronic components in extreme conditions is given.

CHAPTER 2. RECEPTION OF SIGNALS FHSS IN CHANNELS WITH MEMORY

Kartashevsky V.G.

This Chapter describes receiving of signals FHSS, that use phase modulation (on the example of the FM-4), in channel with scattering and unknown parameters. In this chapter the algorithm of receiving such signals is discussed and interference immunity of signal receiving is assessed.

CHAPTER 3. ERROR ESTIMATION OF THE PARAMETERS OF MOTION MEASUREMENT OF EXTENDED OBJECTS WITH NON-GAUSSIAN NOISE IN CHANGING RANGE

Artyushenko V. M., Volovach V. I.

In the chapter the questions connected with an assessment of an error of measurement of parameters of extended objects with non-Gaussian nise in the conditions of changing range are considered. Obtained expressions, describing a relative error of measurement of frequency of a useful signal are received under various operating conditions of the radar measuring instrument.

CHAPTER 4. ANALYSIS OF THE EFFECT OF THE ADDITIVE-MULTIPLICATIVE NON-GAUSSIAN INTERFERENCE ON THE MEASUREMENT ACCURACY OF PARAMETERS OF MOVEMENT IN SHORT-RANGE RADIO SYSTEMS

Artyushenko V. M.

This Chapter is devoted to the analysis of the influence of non-Gaussian additive and multiplicative interference on the precision of separate and compatible assessment of the information parameters of the useful signal carrying the information about parameters of movement of the detected object. To ensure the highest measuring accuracy of the information parameters it is necessary to evaluate them in an optimal way. Methods of solving the problem of optimal estimation of signal parameters can be obtained basing on mathematical statistics and the theory of nonlinear filtration [1, 10].

CHAPTER 5. THE DIGITAL FREQUENCY SAMPLING FILTERS DESIGN METHOD

Shakurskiy M.V.

This chapter views digital filters design by sampling frequency method. The principle of passband formation is shown. It is also demonstrated how to improve the properties of the amplitude-frequency response by means of the variation of the amplitude ratios of output signals of basic digital filters. The possibility of a smooth change of passband by means of amplitude ratio variation of basic digital filters is shown.

CHAPTER 6. MODELING OF DUAL-INVARIANT CONVERTERS

Shakurskiy V.K.

The Chapter studies the methods of synthesis of compressive mappings (compressive transformations) and corresponding algorithms by the method of control value. Also invariant converters that use the control values method are examined.

CHAPTER 7. DEVELOPMENT AND RESEARCH METHOD OF DEFECTS DETECTION ON ARCHIVAL PHOTOGRAPHS BASED ON THE ANALYSIS OF LOCAL BINARY PATTERNS

Syzyakin R.A., Voronin V.V., Marchuk V.I., Gapon N.V., Pholomkin D.A.

This chapter provides an overview of the known approaches for cracks image detection. We developed a method for detecting distortion on archival photo documents using texture analysis based on local binary patterns, which consists of the following steps: pre-processing and detection. Pre-processing is used to reduce the effects of noise and small defects in the image. For class recognition defects we using a support vector machine with radial basis function. The examples of the proposed method of detection of defects as well as defects known approaches for test images and corrupted images with different types of defects and structure background. Deciding on the presence or absence of defects is determined by probabilistic characteristics. Analysis results of the processing of test image shows that the proposed method can effectively detect defects in the low error value, as compared with known approaches and the efficiency of the method is not dependent on the size and shape of a defective area value.

CHAPTER 8. MOBILE RESONANCE STRUCTURES

Glouschenko A.G., Glouschenko E.P., Ivanov V.V., Ustinova E.S.

In Chapter are analyzed the physical properties and parameters of the resonator on the mobile structures or including mobile environment. A brief analysis of the physical properties of known resonance structures is made. It is shown that the motion of the boundaries of resonators as well as the environments that fill them significantly change their physical properties. The models of dynamic resonators are constructed, their main physical properties are described, their basic parameters are calculated. Variants of using the distinctive features of mobile resonators in functional and measurement technology are suggested.

CHAPTER 9. CLASSIFICATION OF DIGITAL IMAGES OF TEXTURES ON THE BASIS OF LOCAL POLYNOMIAL APPROXIMATION

Sherstobitov A.I., Timofeev D.V., Marchuk V.I.

The algorithm of textures classification on the basis of local polynomial approximations is developed in the article. Analysis of the literature has shown that, most frequently used methods when solving problems of textures search for natural images, show poor results. Methods based on LBP, show the best results, and therefore in this chapter locally polynomial descriptor is developed that allows making classification of a wide class of textures. The resulting kernel is invariant to the light, contrast and scale. On the set of test texture images different in size and light the efficiency of the proposed approach is shown.

CHAPTER 10. METHODS OF CONSTRUCTION OF SYSTEM OF SINGLE MESSAGES TRANSMISSION VA OCCUPIED TELECOMMUNICATION CHANNELS

Volovach V.I., Anfalov K.V.

In this chapter the methods of construction of single messages transmission system via occupied telecommunication channels are studied. To implement the objectives we defined the power ratio for the single messages and regular messages in their simultaneous transmission. Signals for transmission of single messages and methods for their processing were selected. Issues connected with the choice of error correcting code were examined.

ГЛАВА 1

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-СТОЙКИХ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ ВЧ И СВЧ ДИАПАЗОНОВ

Прокопенко Н. Н., Крутчинский С. Г.

В главе рассмотрены перспективные архитектурные и схемотехнические решения избирательных усилителей (ИУ) и активных RC-фильтров, адаптированных к ограничениям радиационно-стойких технологических процессов SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_3. Приведена краткая информация о поведении современной электронной компонентной базы в экстремальных условиях.

Сформулированы рекомендации по практическому применению рассмотренных схемотехнических решений, которые базируются на методиках проектирования ИУ СВЧ диапазона с использованием неинвертирующих повторителей переменного тока.

Исследованы структурные особенности высокодобротных избирательных усилителей на базе техпроцесса SGB25VD при токовом управлении резонансной частотой и добротностью. Показано, что за счёт параметрической оптимизации пассивных элементов частотозависимой цепи и коэффициента передачи усилителя тока можно существенно уменьшить влияние частотных свойств транзисторов на параметры полюса передаточной функции. При этом основные характеристики, описывающие изменение частоты квазирезонанса и добротности, зависят от рационального выбора параметров проектирования m и k пассивных элементов.

Для расширения частотного диапазона избирательного усилителя Рауха разработан метод компенсации влияния частоты единичного усиления активного элемента на добротность и частоту квазирезонанса ИУ.

Применение радиационно-стойких аналоговых базовых матричных кристаллов АБМК_1_3 позволяет реализовать ИУ с малым током потребления.

1.1. Основные технологические процессы экстремальной электроники

Основное направление в решении проблемы радиационной и температурной стойкости радиоэлектронных изделий – совершенствование и удешевление соответствующих технологических процессов создания электронной компонентной базы (ЭКБ) для экстремальной электроники.

Однако в рамках выбранных технологий значительная роль в повышении надежности ЭКБ, работающей при спецвоздействиях, отводится архитектурным и схемотехническим решениям.

В настоящем разделе приводится анализ основных технологий производства базовых функциональных узлов и IP-модулей для РЭА, работающей при воздействии радиации и температуры.

В современной микроэлектронике к числу радиационно-стойких относят прежде всего технологические процессы на основе карбида кремния и арсенида галлия, а также других широкозонных материалов. Для изделий, работающих в экстремальных условиях, – это основное направление развития электронной компонентной базы. Однако стоимость таких микросхем оказывается достаточно высокой. В этой связи представляет большой интерес дальнейшее исследование микросхемотехники для более дешевых SiGe технологических процессов, а также технологического процесса АБМК_1_4 (НПО «Интеграл», г. Минск), отличающегося высокой стойкостью к спецвоздействиям.

Краткая информация о радиационной стойкости кремниевых транзисторов. Одним из основных факторов, способных повреждать космическую РЭА, является ионизирующее излучение, которое включает в себя потоки заряженных электронов, протонов и тяжелых частиц [1].

Испытания полупроводниковых приборов на радиационную стойкость к воздействию электронов проводятся на линейных ускорителях электронов с применением сложных экспериментальных методик, требующих больших энергетических и экономических затрат. Поэтому на практике используются методики, в которых воздействие электронов заменяется на эквивалентное ему по дозе воздействие гамма-излучения [2-4]. В частности, в работах [2, 5, 6] показано, что деградация статических характеристик маломощных npn биполярных транзисторов (БТ) происходит сильнее при облучении электронами, чем при воздействии гамма-квантами с одинаковыми дозами. Эти результаты можно объяснить различными механизмами взаимодействия электронов и гамма-квантов с веществом [1]. При облучении электронами наблюдается образование дефектов в объеме вещества, тогда как при воздействии гамма-квантов в основном происходит образование зарядов в пассивирующем окисле и на поверхности полупроводника, а дефекты смещения образуются только за счет комптоновских электронов [6]. В данном случае после облучения электронами наблюдается более сильная деградация коэффициента усиления по току (β), обусловленная в основном образованием объемных дефектов. В работе [7] отмечена обратная ситуация, когда деградация характеристик npn транзистора типа 2N2222 с параметрами $\beta = 75 - 100$ и f_T = 250 МГц больше после облучения гамма-квантами, чем после облучения электронами, и обусловлена

в основном действием радиационно-индуцированного заряда на поверхности полупроводникового материала и в окисле [1].

Таким образом, для npn кремниевых транзисторов, граничная частота f_T которых не превышает 0,3 ГГц, нельзя однозначно говорить об эквивалентности действия электронов и гамма-квантов с одинаковой дозой. Деградация их характеристик сильно зависит от технологии изготовления и конструкции прибора [1].

Кремний-германиевые технологии. Конец XX века ознаменовался созданием нового технологического процесса (БиКМОП кремний-германиевой (SiGe) технологии), позволившего дать реальную базу для создания сложных «систем на кристалле», для сотовой и спутниковой связи, систем навигации, ближней беспроводной связи (Bluetooth, WLAN), современных радиолокационных систем, приборов автоэлектроники и многих других изделий [8].

Новая технология, созданная специалистами IBM [8], широко распространилась по всему миру благодаря сочетанию высокого уровня параметров элементов с высокой надежной надежностью, аналогичной обычным кремневым приборам, при незначительном увеличении себестоимости по сравнению с кремневыми приборами и меньшей ценой по сравнению с приборами на основе соединений AIIIBV. Технология с применением SiGe позволяет снизить мощность рассеивания высокочастотных трактов при сохранении частотных и усилительных свойств, что особенно перспективно для создания микросхем приемников. Появилась возможность выполнения на одном кристалле блоков, для которых ранее требовались отдельные корпуса, что ведет к дальнейшему удешевлению и увеличению надежности изделий микроэлектроники [8].

В настоящее время значительная часть современных микросхем, работающих в диапазоне частот 1-20 ГГц, разрабатывается с применением SiGe-технологии и в ряде случаев заменяет микросхемы на основе GaAs. Особенно перспективны SiGe БиКМОП «системы на кристалле», включающие как СВЧ SiGe биполярные узлы, так и КМОП процессоры и другие цифровые устройства [8].

Основой SiGe-процесса служит биполярный n-p-n транзистор с гетеропереходом, в котором область базы легируется материалом SiGe, что позволяет получать при минимальной ширине эмиттера 0,4 мкм такие предельные частоты, которые раньше считались недостижимыми для кремневых приборов (100-200 ГГц). Данный процесс обеспечивает также высокие параметры пассивных элементов, позволяя получать высокую добротность индуктивных и емкостных элементов и широкий диапазон сопротивлений резисторов, используемых в высокочастотных трактах.

Основные преимущества SiGe-технологии заключаются в способности выборочно изменять ширину запрещенной зоны обычного кремния, т.е. менять параметры материала в области биполярного транзистора, таким образом увеличивая его граничные частоты [9, 10].

Комбинация Si и Ge приводит к увеличению более чем в два раза электронной подвижности в сравнении с Si и, соответственно, снижает время пролета базы [8].

SiGe биполярные компоненты, по сравнению с обычными биполярными структурами со значениями частоты единичного усиления по току $f_т$ до 20 ГГц, обладают и существенно меньшим уровнем шумов (1-2 дБ в диапазоне частот до 5 ГГц), что определяет их явное преимущество при построении малошумящих СВЧ ИМС в приёмных трактах [8].

Кремний-германиевая (SiGe) биполярная комплементарная металл-оксид-полупроводник (БиКМОП) технология [9] представляет также существенный интерес как для применения в космических условиях, так и для экспериментов в физике высоких энергий из-за подтвержденного высокого уровня устойчивости к радиации (рис. 1.1, 1.2) [11, 12, 10, 13].

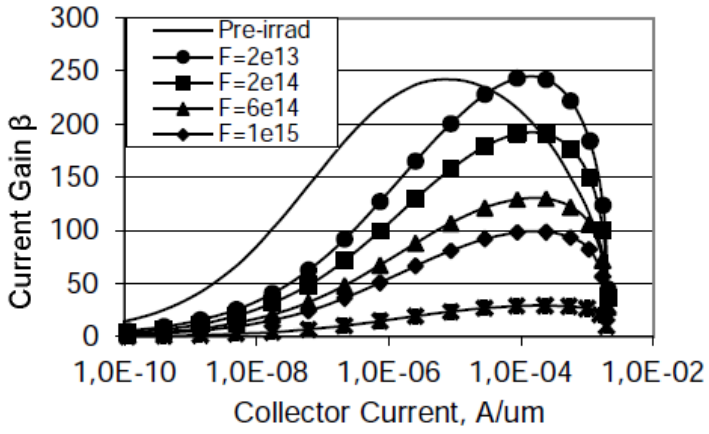


Рис. 1.1. *Зависимость β-транзисторов от потока нейтронов [10]*

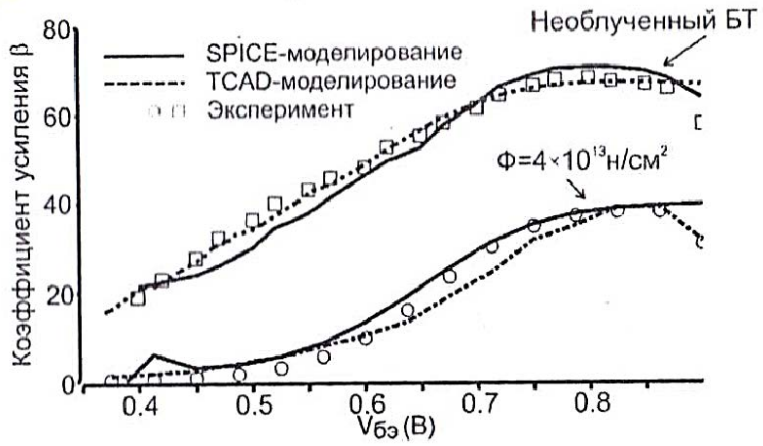


Рис. 1.2. *Зависимость коэффициента усиления тока базы β от напряжения база-эмиттер для необлученного транзистора и при потоке нейтронов 4×10^3 н/см^2 [14]*

Как описано в [10], SiGe-технологии обладают рядом уникальных свойств, что делает их пригодными для экстремальных условий. Реализованные на кремнии КМОП технологическая последовательность обеспечивает высокопроизводительные решения для радиочастотных монолитных интегральных схем (РЧ-МИС), цифровых и смешанных применений – специализированных интегральных схем (ASIC).

В последние годы было выполнено несколько тестов на радиационную стойкость 0,25 мкм SiGe БиКМОП технологии SGB25VD, не содержащей p-n-p транзисторов [9, 11-12].

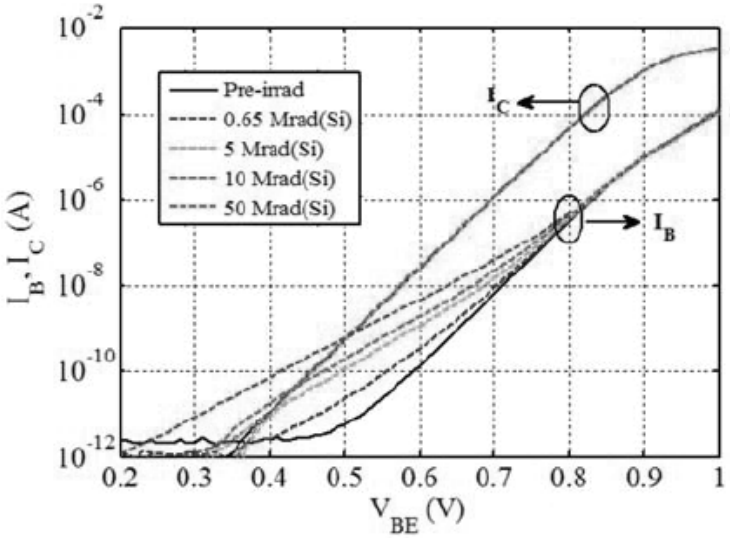


Рис. 1.3. *Вольт-амперная характеристика SiGe транзистора по техпроцессу SGB25RH при разных накопленных дозах радиации [12]*

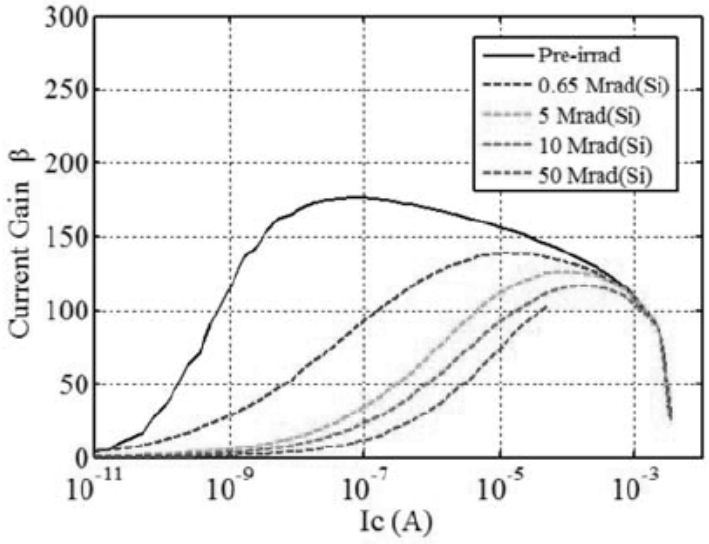


Рис. 1.4. *Зависимость коэффициента усиления тока базы β от статического тока коллектора при разных накопленных дозах радиации [12]*

Европейским координационным советом по космическим компонентам (ESCC) было принято решение о развитии отдельной радиационно-стойкой технологии SGB25RH (рис. 1.3) для применения в космосе и физике высоких энергий. В этой технологии были специально разработаны радиационно-стойкие топологии и IP блоки (рис. 1.4) [11, 12]. Поскольку SGB25V и SGB25RH используют один и тот же производственный процесс, результаты научных исследований на SGB25V действительны для SGB25RH при условии использования стандартных компонентов. Все протестированные устройства [12] показали приемлемую производительность до уровня радиации около 10 Мрад.

Внедрение конкретных правил проектирования SiGe-микросхем, связанных с радиацией, реализовано в специальном «дизайн ките» (IHP, Германия) [11, 12]. На основе последних достижений IHP создана библиотека радиационно-стойких элементов [12]. В настоящее время модели активных и пассивных компонентов для учета радиационной деградации находятся в стадии подготовки. Особенно в диапазоне доз и плотности потока нейтронов, обычно наблюдаемых в космических применениях [12]. Результаты радиационных тестов получены для 250 нм SiGe БиКМОП технологии (рис. 1.5) [12].

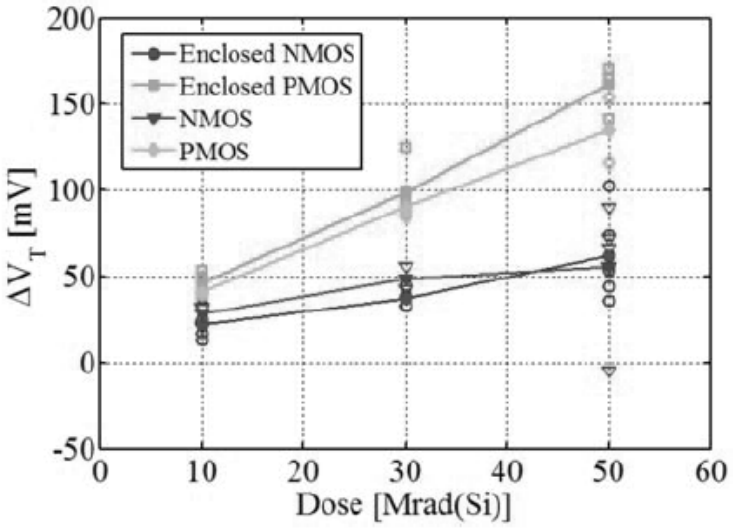


Рис. 1.5. *Изменение порогового напряжения Vth МОП транзистора в зависимости от общей дозы облучения [12]*

Эта технология хорошо подходит как для СВЧ монолитных интегральных схем (ИС), так и для смешанных (ASIC) специализированных интегральных схем, ориентированных на применение в космосе и физике высоких энергий до частот 20 ГГц [9].

Технология «кремний на сапфире». К началу 1990-х годов в НПП «Сапфир» было разработано семейство КМОП-микросхем на основе кремния на сапфире (КНС) – серии Б1825, Б1620, 1523, включающие микропроцессорный набор, схемы памяти и ряд аналого-цифровых микросхем [15]. Сегодня данное предприятие сконцентрировало все усилия исключительно на КНС-направлении и стало первым предприятием России**,** которое в течение более десяти последних лет ведет непрерывное серийное производство радиационно- стойких КНС-микросхем, обеспечивая поставками важнейшие оборонные системы страны [15].

Исторический опыт разработки и продвижения в производство российской КНС-технологии позволяет сделать ряд общезначимых заключений-рекомендаций, полезных при развитии этого направления [15].

Выборы нового (особенно нетрадиционного) научно-технического направления, закрывающего конкретную потребительскую нишу, базируются на следующих основных положениях [15]. Это направление (обычно говорят «технология») должно обладать комплексом свойств физического плана, выделяющих его среди подобных направлений и обещающих достижение наилучших характеристик создаваемых микросхем. Для КНС-технологии это идеальные изоляционные параметры сапфировой подложки, радиационная стойкость будущих микросхем, наилучшее сочетание «быстродействие – потребляемая мощность», улучшенные характеристики ВЧ- и СВЧ-приборов, повышенная рабочая температура (вплоть до 250^0С), удобство сочетания аналоговых и цифровых функций в едином чипе, возможность оптического возбуждения через прозрачную подложку [15]. Разумеется, важно мнение зарубежных специалистов. «КНС – это наиболее успешный вариант КНИ-технологии», – заявил в 2011 году вице-президент Peregrine, ведущей американской фирмы по КНС-микросхемам [16]. Еще значимей оценки авторитетных отечественных экспертов, знакомых с ситуацией в стране, – в разные годы КНС-проект НПП «Сапфир» одобрили и поддержали академики Ю. Б. Харитон, В. А. Мельников, Н. А. Семихатов, К. А. Валиев, Ю. В. Гуляев, А. С. Сигов, А. А. Орликовский, А. С. Бугаев [15]. Наконец, принципиально важна для нового направления его совместимость со стандартной КМОП-технологией, основой современной микроэлектроники [15].

Успех КНС-проекта в определяющей степени зависит от выполнения следующих основных условий [15]: выявление реальной и важной для страны сферы применения создаваемых микросхем, такой, в которой они обеспечивают внеконкурентно высокий уровень параметров аппаратуры, например систем управления баллистических ракет стратегического назначения.

Таким образом, становление в России новой технологии может быть успешным лишь при ориентации на важнейшие оборонные системы, при этом формирование пула реальных

потребителей микросхем (как основы постановки и развития их производства) должно рассматриваться в качестве главнейшей составной части КНС-проекта [15].

Микросхемы на основе материалов с широкой запрещенной зоной. Одно из наиболее активно осваиваемых сегодня направлений СВЧ-электроники – мощные твердотельные приборы на основе полупроводниковых материалов с широкой запрещенной зоной [16]. Ширина запрещенной зоны широкозонных полупроводниковых материалов в два-пять раз больше, чем у традиционных полупроводниковых материалов (кремния и арсенида галлия). Кроме того, у них выше поле пробоя (на порядок) и теплопроводность. Дрейфовая скорость насыщения электронов широкозонных полупроводников (ШЗП) либо одинакова, либо несколько больше, чем у Si и GaAs. К тому же они отличаются высокой твердостью, стойкостью к воздействию агрессивных сред и радиационному излучению [16].

Нитрид галлия представляется наиболее перспективным широкозонным полупроводниковым материалом, как и вся группа III-нитридов [17]. С момента появления первого транзистора на GaN в полупроводниковой электронике произошли поистине революционные изменения. Эти приборы способны работать в значительно более широком диапазоне частот и при более высоких температурах, с большей выходной мощностью по сравнению с приборами на Si, GaAs, SiC или на любом другом освоенном в производстве полупроводниковом материале [16].

GaN транзисторы и микросхемы на их основе уже производятся серийно. Параметры таких приборов оказались столь впечатляющими, что в США, Европе и Японии в целях совершенствования будущих информационных систем и систем национальной безопасности сочли необходимым сформировать государственные программы создания высоконадежных полупроводниковых приборов и микросхем, которые проводятся под руководством Министерства обороны. В число исследуемых широкозонных материалов входят SiC, GaN и AlN [16].

Высокая химическая и температурная стабильность и низкая чувствительность к ионизирующему излучению делают широкозонные материалы особо привлекательными для оборонных и космических применений. Сейчас одно из главных направлений СВЧ полупроводниковой электроники, на котором сосредоточены основные силы разработчиков, – создание AlGaN/GaN-гетеропереходных полевых транзисторов с затвором Шоттки [16].

Нитрид галлия широко используется для создания СВЧ-транзисторов, голубых и ультрафиолетовых твердотельных лазеров, диодов, сенсоров, оптоэлектроники и связи, компьютеров, цифровых устройств, силовых электрических сетей, плоских дисплеев, систем освещения и т.п. [16]. Совокупность свойств широкозонного материала и возможности формирования на основе GaN гетеропереходов позволяют добиться уникальных характеристик транзисторов – рабочего напряжения свыше 60 В, частот до 70 ГГц, мощности до 200 Вт

[16]. В настоящее время продемонстрированы GaN HEMT с выходной мощностью свыше 176 Вт, рабочим напряжением 63 В, КПД 54% при усилении 12,9 дБ на частоте 2,1 ГГц. Рекордное на сегодня значение удельной мощности GaN HEMT – 32,2 Вт/мм при КПД 54,8%, рабочем напряжении 120 В и частоте 4 ГГц [16].

Карбид кремния как материал для СВЧ-приборов активно осваивается в последние годы. Его главный недостаток – невозможность создания на нем гетероструктур [16]. Вследствие низкой подвижности носителей (370 $см^2$/В·с для политипа 6H) рабочие частоты SiC-приборов не превышают 4-7 ГГц [16]. Однако остальные достоинства, прежде всего высокая плотность мощности и большая теплопроводность, заставляют активно развивать их промышленные технологии. В качестве примера промышленного SiC MESFET можно привести транзистор CRF-24060 компании Cree, изготовленный на 4H-SiC-подложке [16]. Его номинальная выходная мощность 60 Вт. Это уже представитель второго поколения MESFET-транзисторов компании. КПД прибора при выходной мощности около 80 Вт и линейном усилении 12 дБ в полосе частот 0,9-1,6 ГГц превышает 40% (50% на частоте 1 ГГц) [16].

Начат коммерческий выпуск приборов на основе GaN и SiC, что является показателем развития технического уровня материала и технологии приборов [16]. Так, фирма Nitronex (США) приступила к выпуску серийных GaN HEMT на кремниевой подложке с выходной мощностью $P_{вых}$ = 15 Вт (NPT35015) и 50 Вт (NPT35050). HEMT работают в диапазоне частот 3,3-3,8 ГГц, их рабочее напряжение $U_р$ - 28 В, КПД – 18-20%, рабочая температура $T_р$ – 200°С. Приборы прошли полный цикл испытаний на надежность [18, 19]. Фирма Eudyna Devices (Япония) поставляет на рынок высоковольтные GaN HEMT моделей EGN045MK и EGN21A180IV. При нелинейном искажении 3 дБ выходная мощность транзистора EGN045MK составляет 47 дБмВт, КПД – 60%, напряжение $U_{си}$ – 50 В, рабочая частота – 2,2 ГГц. Мощность транзистора EGN21A180IV, предназначенного для усилителей базовых станций мобильной связи стандарта W-CDMA, равна 180 Вт, КПД – 32%, диапазон рабочих частот 2,11-2,17 ГГц [19].

Серийные GaN HEMT типа CGH35015 компании Cree с $P_{вых}$ = 15 Вт в диапазоне 3,3-3,9 ГГц, U_p = 28 В и КПД 24% предназначены для систем широкополосного беспроводного доступа и WiMAX базовых станций [20].

Помимо мощных дискретных транзисторов компания Cree освоила процесс изготовления SiC МИС на 75-мм пластинах [21]. Их базовыми элементами служат MESFET-транзисторы с шириной затвора 0,5 мкм. Плотность мощности MESFET-транзисторов – 4 Вт/мм, КПД – 60% (при комнатной температуре), рабочее напряжение – 50 В, рабочая частота достигает 6 ГГц. При выходной мощности 3,8 Вт на частоте 3,5 ГГц транзисторы демонстрируют КПД 68% [21].

Но все достоинства SiC-структур, даже в частотном диапазоне менее 6 ГГц, разбиваются о чрезвычайно высокую стоимость SiC-пластин [16]. Действительно, большая плотность мощности означает малую площадь теплосъема. Следовательно, необходимы подложки с высокой теплопроводностью. Один из широко применяемых материалов – карбид кремния. Практически все GaN-приборы с рекордными характеристиками выполнены именно на SiC-подложках. С ценой на GaN-подложки ситуация еще тяжелее. Этот материал хоть и уступает по теплопроводности SiC, но в качестве подложки для GaN-приборов предпочтителен [16].

Таким образом, можно констатировать [16], что ШЗП имеют существенные преимущества перед традиционными полупроводниками, что подтверждается рекордными параметрами приборов на основе GaN и SiC. Начало коммерческого выпуска приборов на этих материалах показывает, что главные технологические проблемы приборов на этих материалах уже решены. Но возможности приборов на гетероструктурах AlGaN/GaN в полной мере еще не реализованы из-за отсутствия качественного подложечного материала с высокой теплопроводностью [16].

Десятки предприятий и научных центров в США, Японии, Франции, Великобритании, Германии и других странах мира занимаются прикладными исследованиями и промышленным выпуском изделий на основе синтетических алмазов [16]. Большой вклад внесли Исследовательская лаборатория ВМС США (Air Force Research Lab., AFRL), компании Appolo Diamond, General Electric, Group4 Labs. LLC, Sp3 Diamond Technologies (США), Sumitomo Hamamatsu (Япония), LETY, BOLD (Франция) и др. Интерес в этой области связан с тем, что природный алмаз имеет удельную теплопроводность примерно в четыре раза большую, чем у меди, являясь при этом диэлектриком, имеет очень высокие значения суммарной подвижности носителей (около 4000 $см^2/В{\cdot}с$), дрейфовой скорости, электрической прочности. У алмаза очень высокая радиационная стойкость (более 10^{15} $нейтрон/см^2$ по потоку нейтронов), а также наилучшие параметры оптической, химической и механической прочности, рекордный диапазон оптической прозрачности (1 нм - 100 мкм), твердости и др. [16].

Основные динамические параметры и статические характеристики транзисторов аналогового базового матричного кристалла АБМК_1_3/4/5. Создание радиационно-стойких интегральных схем (ИС) и сложнофункциональных блоков (СФ-блоков) как систем в корпусе (СвК) требует применения комплексных радиационно-стойких решений. Как с экономической, так и с технической точек зрения такие изделия целесообразно ориентировать на возможности аналоговых базовых матричных кристаллов (АБМК, г. Минск) [22]. Такая технология является наиболее распространенной на территории постсоветского пространства и позволяет проводить полный цикл по выпуску радиационно-стойких ИС (от схемотехнической реализации IP модулей на адекватных и доступных SPICE моделях – до цик-

лов их измерений при воздействии гаммы дестабилизирующих факторов: высокоэнергетического потока нейтронов, дозы поглощенной радиации и температуры). Среди таких технологий детальную апробацию прошел биполярно-полевой АБМК_1_3 [22] и его дальнейшие модификации АБМК_1_4 и АБМК_1_5.

Как показывает практика [23], использование лишь радиационно-стойкой технологии АБМК не позволяет обеспечить надежную работу микроэлектронных устройств в условиях высокого радиационного воздействия из-за существенного изменения малосигнальных дифференциальных параметров компонентов АБМК. В конечном итоге это влияет на основные метрологические характеристики радиоэлектронного оборудования.

Применение ИС и СФ-блоков на базе АБМК, согласно установленным требованиям [23], возможно:

- в нормальных условиях (доза радиации до D=100 рад, высокоэнергетический поток нейтронов F_n отсутствует, температура T=27^{0}C);

- при температурном воздействии (от -40^{0}C до +85^{0}C);

- в областях воздействия повышенной радиации (на борту космических аппаратов, в устройствах на объектах ядерной энергетики и др.) – доза поглощенной радиации от 10 крад и 100 крад-300 крад до 1 Мрад (поверхность Земли, орбита Земли, открытый космос) при потоке нейтронов до $5\cdot10^{13}$нейтрон/см^2.

При расчетах динамических характеристик усилительных схем часто используется система малосигнальных *h*-параметров, связывающая малые приращения (дифференциалы) напряжения на выводах транзистора $dU_{вх}$ и выходного тока $dI_{вых}$ с малым приращением входного тока $dI_{вх}$ и выходного напряжения $dU_{вых}$ транзистора:

$$dU_{вх}=h_{11}dI_{вх} + h_{12}dU_{вых},\ dI_{вых}=h_{21}dI_{вх} + h_{22}dU_{вых}, \qquad (1.1)$$

где h_{11} – входное дифференциальное сопротивление транзистора, h_{12} – коэффициент обратной связи по напряжению, h_{21} – коэффициент передачи входного тока, h_{22} – выходная проводимость транзистора. Эти параметры рассчитываются в зависимости от того, какой из выводов является общим для источника сигнала и выходной цепи транзистора: с общим эмиттером (ОЭ), с общим коллектором (ОК), с общей базой (ОБ).

На рис. 1.6 представлены некоторые примеры из многих других вариантов входных вольт-амперных характеристик (ВАХ) *n-p-n* транзистора в схеме с ОЭ [24], полученные в результате моделирования с учетом основных дестабилизирующих факторов: воздействия потока нейтронов до 10^{14} нейтрон/см^2 (*Fn*) (рис. 1.6) и поглощенной дозы радиации (*Dg*) до 1 Мрад (рис. 1.7).

В [24] представлен широкий спектр других ВАХ *n-p-n* и *p-n-p* транзисторов, а также их *h*-параметров с учетом одновременного влияния основных дестабилизирующих факторов:

изменения температуры в диапазоне от -40°С до 60°С; действия потока нейтронов до 10^{14} нейтрон/см^2 и накапливающей дозы радиации до 1 Мрад.

Кроме этого, в [24] приведены более 40 семейств различных ВАХ и малосигнальных параметров полевого PADJFet p-канального транзистора в схеме с ОИ с учетом возможного сочетания воздействий *T, Fn Dg*, в т.ч. рис. 1.8-1.10.

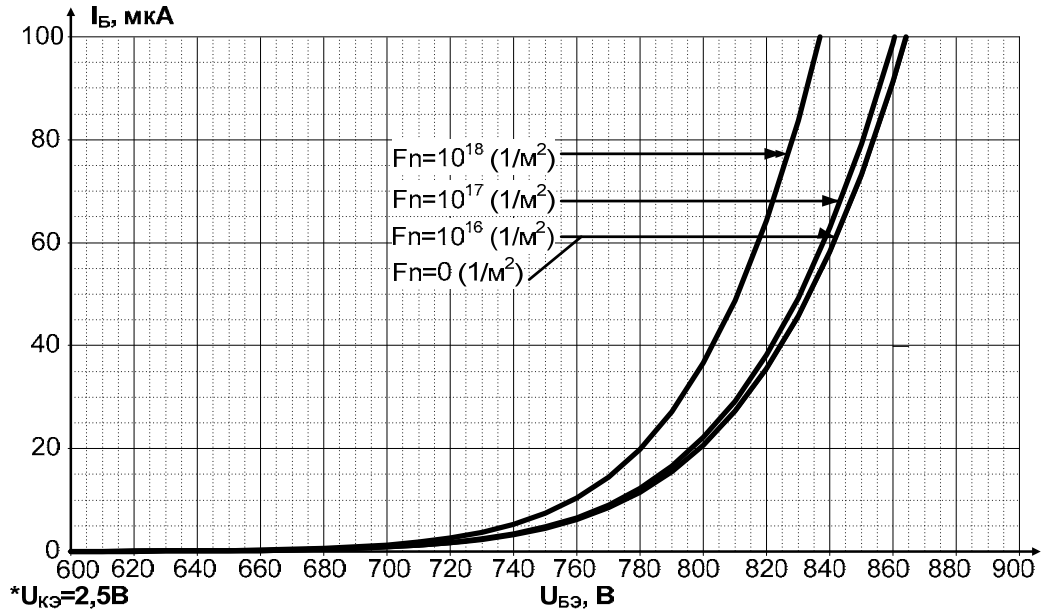


Рис. 1.6. *Семейство входных ВАХ n-p-n транзистора с учетом влияния* F_n

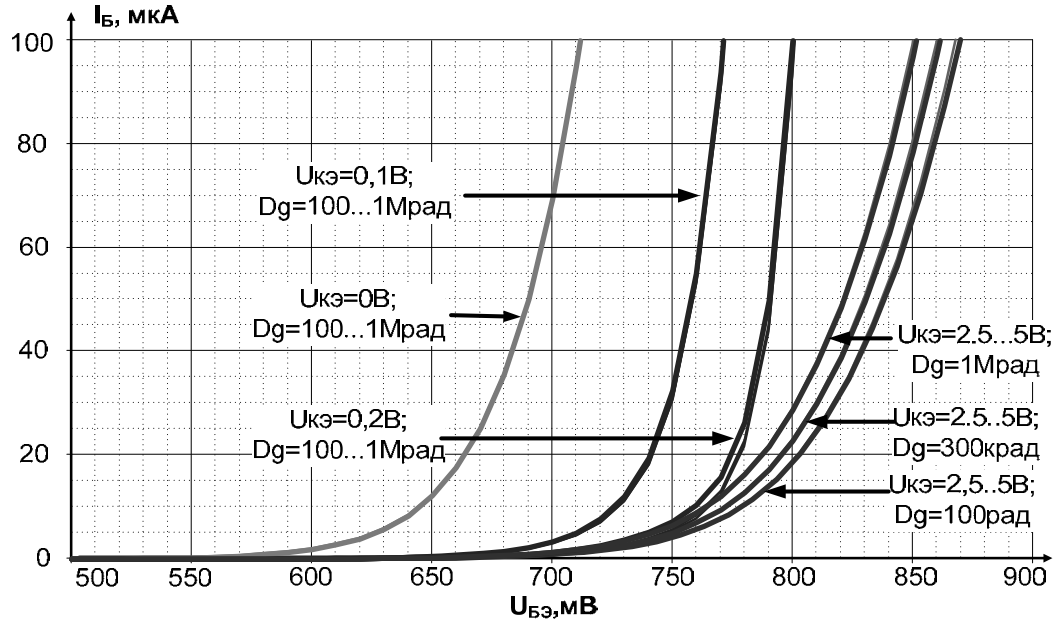


Рис. 1.7. *Входные ВАХ n-p-n транзистора с учетом влияния поглощенной дозы радиации* D_g

Детальное исследование изменений параметров активных компонентов показывает, что большей стабильностью характеризуются биполярные *n-p-n* и полевые *p-JFet (PADJFet)*

транзисторы, а наименьшей – биполярные *p-n-p* транзисторы. Изменение номиналов резистивных элементов на кристалле составляет ~ 1,5%.

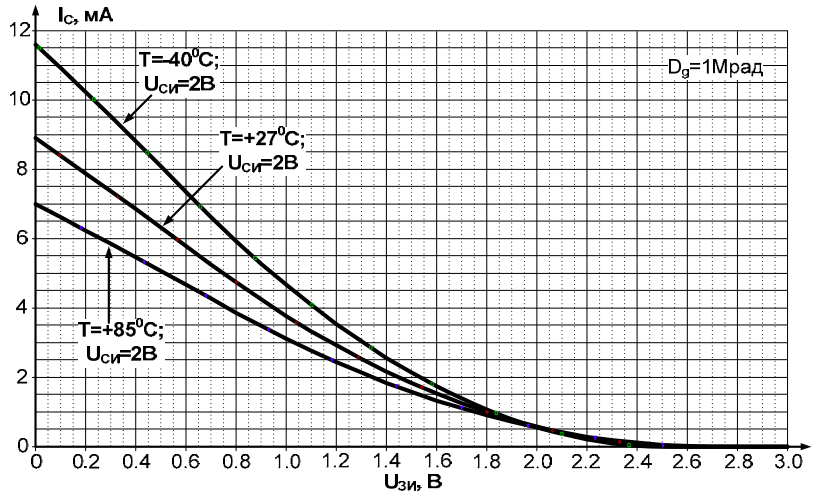


Рис. 1.8. *Стоко-затворные ВАХ PADJFet транзистора при одновременном воздействии T и D_g*

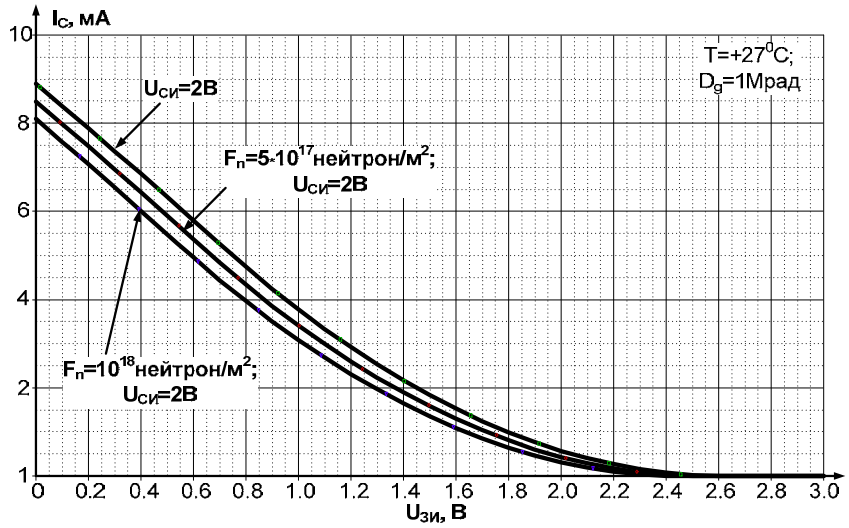


Рис. 1.9. *Семейство сток-затворных ВАХ PADJFet транзистора при воздействии D_g и F_n*

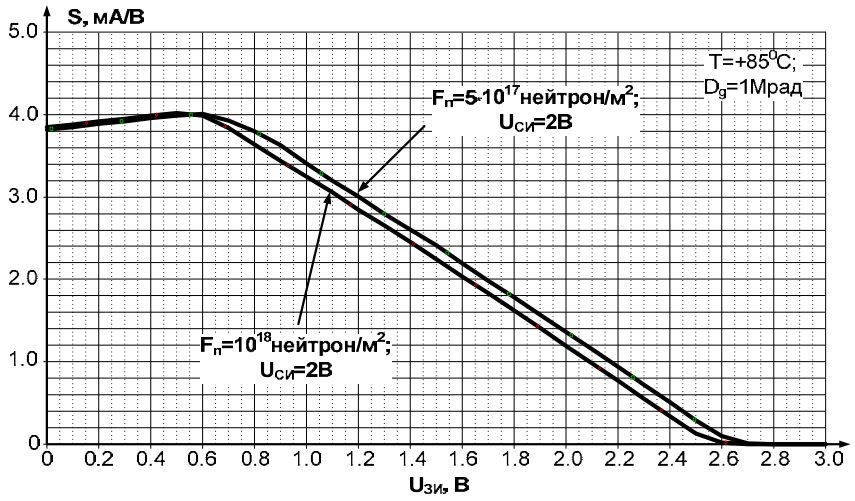


Рис. 1.10. *Зависимость крутизны S от напряжения $U_{зи}$ PADJFet транзистора при воздействии T, D_g и F_n*

1.2. Архитектуры активных RC-фильтров на основе усилителей тока

Создание современных систем на кристалле (СнК) для систем связи и радиотехнических комплексов неразрывно связано с разработкой аналоговых и аналогово-цифровых IP-блоков, обеспечивающих достаточно точную обработку сигналов ВЧ- и СВЧ-диапазонов. Одним из базовых узлов этих блоков являются частотные фильтры, являющиеся параметрически высокочувствительными. Как правило, уменьшение этой параметрической чувствительности связано с необходимостью создания достаточно сложных активных элементов, потребляющих большую мощность. Именно энергетические проблемы прецизионных фильтров уменьшают достижимый уровень интеграции СнК и область из практического использования.

Как правило, частотный фильтр разрабатывается под конкретную задачу с учётом тех параметрических и структурных ограничений, которые определяются конкретной технологией. В указанном диапазоне частот в качестве активных элементов, компенсирующих потери в частотозадающих RC-цепях, достаточно часто используются трансимпедансные усилители или преобразователи напряжение-ток [25, 26]. Однако потенциально достижимые частоты единичного усилителя этих элементов уступают усилителям тока, что в конечном итоге и ограничивает реализуемое схемой произведение добротности (Q) и частоты полюса (f_p) при существующих ограничениях на потребляемую мощность. Именно поэтому потенциальные свойства фильтра на базе усилителей тока имеют практическую перспективу и требуют дополнительного теоретического исследования. По крайней мере, предельные теоретические оценки ещё не получены и практические рекомендации не сформулированы.

1.2.1. Свойства высокочастотных звеньев

1.2.1.1. Постановка задачи

Как правило, для повышения стабильности частотных характеристик фильтров высокого порядка используются дополнительные межзвенные связи, обеспечивающие минимизацию чувствительности в диапазоне рабочих частот к нестабильности пассивных RC-элементов [27, 28]. В ВЧ- и СВЧ-диапазонах этот схемотехнический приём практически не используется в силу высоких и, как правило, не достижимых требований к паразитным фазовым сдвигам используемых активных элементов. В этом отношении каскадирование секции (звеньев) второго порядка остаётся главным направлением реализации необходимых полюсов и нулей желаемой передаточной функции [29, 30]. Именно поэтому повышение стабильности их параметров и уменьшение (минимизация) соответствующих параметрических чувствительностей является главным направлением решения общей задачи. Кроме этого, достижимые в рамках современных технологий точности реализации сопротивлений и ёмкостей частотозадающих элементов недостаточны для обеспечения допустимых погрешностей реализации полюсов передаточных функций основных типов частотных фильтров.

С учётом отмеченного представляется необходимым решение ряда взаимосвязанных задач схемотехнического характера, направленных на повышение точности реализации основных параметров звеньев второго порядка области высоких и сверхвысоких частот.

Во-первых, с учётом доминирующего характера влияния погрешности реализации частоты полюса (δf_p) на частотные характеристики высокодобротных звеньев, необходимо создание структур с минимальной параметрической чувствительностью к нестабильности активных элементов и компонентов, и в первую очередь усилителей тока [31]. Во-вторых, с точки зрения расширения диапазона рабочих частот необходимы аналогичные структуры с максимально эффективным использованием ресурса этих усилителей (компонентные и энергетические затраты на произведение добротности и частоты полюса) [32]. При этом возможным и допустимым компромиссом является равенство вкладов нестабильности затухания (δd_p=-δQ) и частоты полюса – $\delta f_p Q \approx \delta Q$. С точки зрения решения общей задачи это создаёт достаточные предпосылки для уменьшения энергопотребления или обеспечивает структурные степени свободы, направленные на увеличение диапазона рабочих частот. Наконец, и это с технологической точки зрения самое главное, существующие структурные и, следовательно, параметрические степени свободы можно использовать для коррекции (настройки) параметров полюса (f_p, Q) режимно-задающими и поэтому низкочастотными цепями. Указанное свойство таких схемотехнических решений позволяет не только интегрировать IP-блоки и СнК, но и в процессе их эксплуатации осуществлять температурную и временную

коррекцию многочисленных трактов преобразования через программируемые ядра системы и простейшие цифро-аналоговые преобразователи.

1.2.1.2. Обобщенная структурная схема звена второго порядка

В общем случае базисная структура звена второго порядка (рис. 1.11) состоит из трёх автономных узлов – активного элемента (АЭ) с коэффициентом передачи *K*, частото-зависимой $\gamma(p)$ и частото-независимой β цепей.

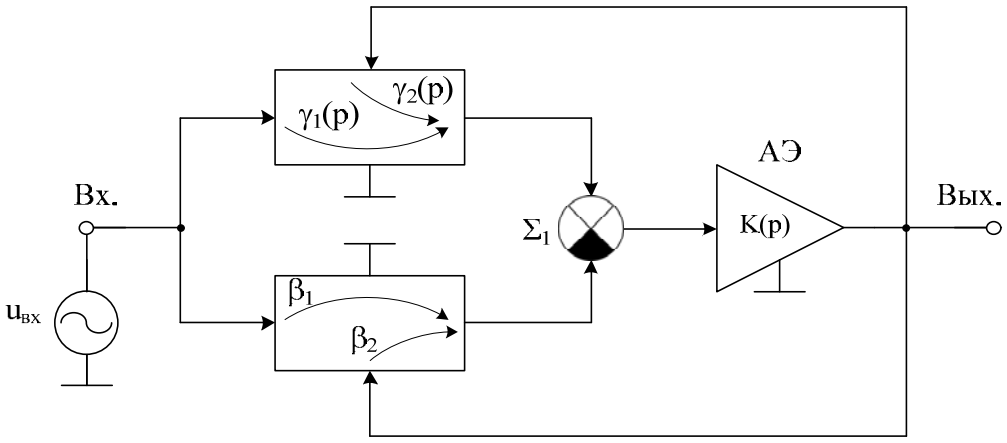


Рис. 1.11. *Базисная структура секции второго порядка (П5042)*

Именно поэтому её передаточная функция:

$$F(p) = \frac{K(p)\left[\gamma_1(p) - \beta_1\right]}{1 - K(p)\left[\gamma_2(p) - \beta_2\right]}, \tag{1.2}$$

где $\left(K(p) = \frac{K}{1 + p\tau_a} \right)$ – передаточная функция активного элемента.

Это позволяет реализовать любой тип фильтра, амплитудного или фазового корректора. В общем случае для звена второго порядка

$$\gamma_1(p) = \frac{N(p)}{p^2 + pD_p\omega_{pc} + \omega_{pc}^2}, \tag{1.3}$$

$$\gamma_2(p) = \gamma_0 \frac{a_2 p^2 + a_1 pND_0\omega_{pc} + a_0\omega_{pc}^2}{p^2 + pD_p\omega_{pc} + \omega_{pc}^2}, \tag{1.4}$$

где D_0, D_p – затухания нуля и полюса частото-зависимой цепи; ω_{pc} – частота её полюса; γ_n – масштабный коэффициент передачи; a_i – бинарные (0,1) коэффициенты; $N(p)$ – полином, определяющий тип реализуемого звена второго порядка.

Из (1.2) – (1.4) следует, что для функции общего вида

$$F(p) = \frac{A(p)}{p^2 + pd_p\omega_p + \omega_p^2} \tag{1.5}$$

Частота ω_p и затухание d_p полюса для идеализированной схемы $(\tau_a = 0)$

$$\omega_{(p)} = \omega_{pc}\sqrt{\frac{1+\beta_2 K - K\gamma_0 a_0}{1+\beta_2 K - K\gamma_0 a_2}}, \tag{1.6}$$

$$d_p = \frac{D_p(1+\beta_2 K) - K\gamma_0 D_0 a_1}{\sqrt{(1+K\beta_2 - K\gamma_0 a_2)(1+K\beta_2 - K\gamma_0 a_0)}}. \tag{1.7}$$

Соотношения (1.6) и (1.7) определяют структуру влияния параметров пассивных частотно-зависимых (D_0, D_p, ω_{pc}, γ_0), частото-независимых (β_2) цепей и активных (K) элементов и позволяют сделать следующие практические выводы. Во-первых, для исключения влияния наиболее нестабильного параметра схемы K на частоту полюса ω_p необходимо использовать симметричные частотозадающие цепи ($a_2 = a_0$), когда $\omega_p = \omega_{pc}$ и влияние активного элемента направлено на увеличение добротности $Q = 1/d_p$. Во-вторых, в случае использования неинвертирующего усилителя или преобразователя (K>0) значение d_p (1.7) минимизируется при $a_0 = a_2 = 0$, $a_1 = 1$:

$$d_p = D_p - \gamma_0 D_0 \frac{K}{1+K\beta_2}, \tag{1.8}$$

а при применении инвертирующего активного элемента (K<0) эта минимизация возможна, когда $a_0 = a_1 = a_2 = 1$, $\beta_2 = 0$:

$$d_p = D_0 \frac{K\gamma_0}{1+K\gamma_0} + \frac{D_p}{1+K\gamma_0}. \tag{1.9}$$

Таким образом, в первом случае (K>0) в контуре обратной связи активного элемента (усилителя и преобразователя) необходимо использовать частотозадающую цепь полосно-пропускающего типа, а во втором случае (K<0) – заграждающего типа. В этих случаях всегда частота полюса схемы будет определяться частотой полюса пассивной цепи, а действие активного элемента будет направлено на увеличение реализуемой добротности Q.

Для пассивных RC-цепей второго порядка [10] полосно-пропускающего типа характерно условие $D_0\gamma_0 = D_p - D_0$, поэтому при $\beta_2 = 0$

$$d_p = D_p(1-K) + D_0 K. \tag{1.10}$$

Следовательно, выбором соотношений пассивных элементов этих цепей (например, Т-мостов) и структуры АЭ с коэффициентом передачи K можно обеспечить реализацию как

ω_p, так и d_p с низкой параметрической чувствительностью. Как видно из (1.9), реализация этого условия для инвертирующих усилителей связана с предельным ($K \to \infty$) увеличением его коэффициента усиления.

Как видно из (1.2), (1.3), выполнение сформулированных условий требует от пассивных частотозадающих цепей реализации дополнительного условия воспроизводства в цепи прямой передачи ($\gamma_1(p)$) требуемого вида частотных характеристик.

Если учесть влияние постоянной времени неинвертирующих активных элементов (τ_a) на параметры полюсов передаточной функции базисной структуры, то при условии их низких допустимых относительных изменений ($\delta\omega_p$, δd_p) получим:

$$\delta\omega_p \approx \delta_{d_p} \approx -\frac{1}{2}\frac{\omega_p}{B_S} D_p \frac{K}{1+\beta_2 K}, \qquad (1.11)$$

где $B_S = K/\tau_a$ – площадь усиления активного элемента К базисной структуры.

При этом параметрические чувствительности

$$S_{B_S}^{\omega_p} = S_{B_S}^{d_p} = \frac{1}{2}\frac{\omega_p}{B_S} D_p \frac{K}{1+\beta_2 K} \qquad (1.12)$$

определяются численными значениями B_S и затухания полюса D_p пассивной цепи и не могут минимизироваться глубиной частотонезависимой обратной связи ($0 \le \beta \le 1$).

С указанных позиций важнейшим показателем качества пассивных частотозадающих цепей является их затухание D_p, уменьшение которого благоприятно сказывается на диапазоне рабочих часто и реализуемой добротности. Для *RC*-цепей второго порядка [29] $D_{p\min} = 3$, при этом $D_0 = 2$, а при условии минимизации D_0 (1.14) $D_p = 2Q$ и, следовательно, влияние B_S на параметры полюсов увеличивается. Для уменьшения D_p в *RC*-цепь можно ввести дополнительный повторитель *k* (рис. 1.12), что позволяет, в частности, реализовать в схемах дополнительные полезные структурные и параметрические степени свободы. Однако, как будет показано ниже, расширение диапазона рабочих частот оказывается несущественным, поэтому в ряде случаев приходится использовать *RLC*-цепи, у которых D_p<1.

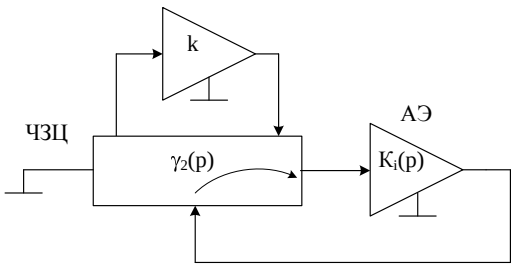


Рис. 1.12. *Особенность формирования полюсов СВЧ-звена*

1.2.1.3. Функционально-топологические правила структурного синтеза принципиальных схем

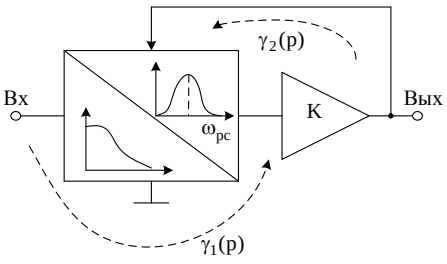
Полученные выше результаты системных исследований базисной структуры позволяют не только сформулировать функционально-топологические правила построения принципиальных схем звеньев второго порядка (соотношения (1.3), (1.4) – (1.10)), но и конкретизировать их структуры с разделёнными частотозависимыми цепями (рис. 1.12).

В основе топологических правил лежит сопоставление полиномов $N(p)$ и $A(p)$, а также результаты минимизации затухания полюса (1.7) для двух базовых активных элементов – инвертирующие ($K>0$) и неинвертирующие ($K<0$) усилители и преобразователи. Так, для неинвертирующих усилителей максимизация эффективности использования их ресурса требует применения в контуре обратной связи частотозависимой цепи полосно-пропускающего типа ($a_2=a_0=0$, $a_1=1$). При этом цепь прямой передачи звена ($\gamma_1(p)$) должна воспроизводить требуемый от схемы вид амплитудно- и фазочастотной характеристик. Этот вывод позволяет сформулировать первое правило построения принципиальных схем.

Второе правило соответствует случаю инвертирующих усилителей ($K<0$). Здесь требования к цепи прямой передачи $\gamma_1(p)$ сохраняются, а в контуре обратной связи активного элемента должна использоваться цепь заграждающего типа ($a_2=a_0=a_1=1$). Типовые правила построения принципиальных схем звеньев второго порядка в ВЧ- и СВЧ-диапазонах приведены в табл. 1.1 и 1.2.

Таблица 1.1

Функционально-топологические правила построения звеньев второго порядка на базе неинвертирующего усилителя

Тип звена	Структура звена	Правило построения	Параметры звена
1	2	3	4
Фильтр нижних частот (ФНЧ)		Подключение источника входного сигнала к входу цепи, реализующей функцию ФНЧ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию полосового звена	$\omega_p = \omega_{рц}$ $d_p = 1/Q = D_p - \gamma_0 D_0 K$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \frac{\omega_p}{2B_s} D_p K$

Продолжение табл. 1.1

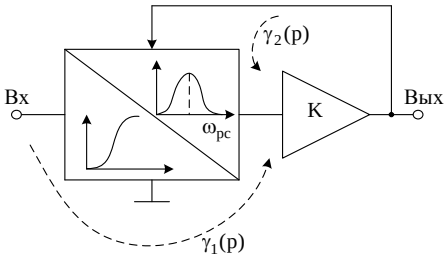
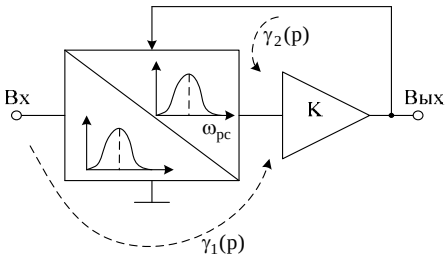
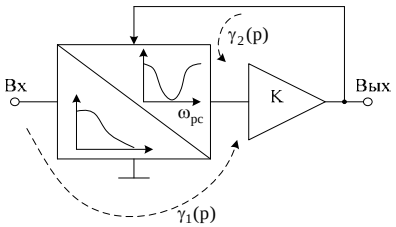
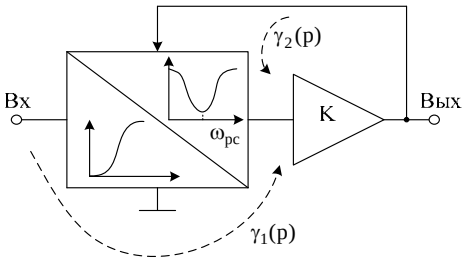
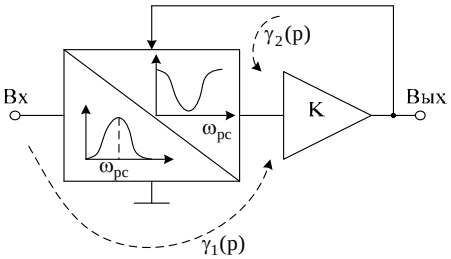
1	2	3	4
Фильтр верхних частот (ФВЧ)		Подключение источника сигнала к входу цепи, реализующего функцию ФВЧ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию полосового типа	$\omega_p = \omega_{рц}$ $d_p = 1/Q = D_p - \gamma_0 D_0 K$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \frac{\omega_p}{2B_s} D_p K$
Полосовой фильтр (ПФ)		Подключение источника сигнала к входу цепи, реализующего функцию ПФ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию полосового типа	$\omega_p = \omega_{рц}$ $d_p = 1/Q = D_p - \gamma_0 D_0 K$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \frac{\omega_p}{2B_s} D_p K$

Таблица 1.2

Функционально-топологические правила построения звеньев второго порядка на базе инвертирующего усилителя

Тип звена	Структура звена	Правило построения	Параметры звена
1	2	3	4
Фильтр нижних частот (ФНЧ)		Подключение источника входного сигнала к входу цепи, реализующего функцию ФНЧ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию заграждающего типа	$\omega_p = \omega_{рц}$ $d_p = \frac{D_p + D_0 K \gamma_0}{1 + K\gamma_0}$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \frac{\omega_p}{2B_s} D_p$

Продолжение табл. 1.2

1	2	3	4
Фильтр верхних частот (ФВЧ)		Подключение источника входного сигнала к входу цепи, реализующего функцию ФВЧ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию заграждающего типа	$\omega_p = \omega_{pц}$ $d_p = \dfrac{D_p + D_0 K\gamma_0}{1 + K\gamma_0}$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \dfrac{\omega_p}{2B_s} D_p$
Полосовой фильтр (ПФ)		Подключение источника входного сигнала к входу цепи, реализующего функцию ПФ. Подключение выхода усилителя К к дополнительному входу цепи, реализующего функцию заграждающего типа	$\omega_p = \omega_{pц}$ $d_p = \dfrac{D_p + D_0 K\gamma_0}{1 + K\gamma_0}$ $S_{B_s}^{\omega_p} = S_{B_s}^{dp} = \dfrac{\omega_p}{2B_s} D_p$

При этом в качестве активных элементов можно иногда использовать не только усилители тока ($K=K_i$), но и преобразователи напряжение-ток, характеризуемые крутизной S ($K=S$).

Здесь необходимо отметить вариант реализации схем на основе повторителя тока ($K_i=1$). Как видно из соотношения (1.8)

$$d_p = D_p - \gamma_0 D_0 . \tag{1.13}$$

Поэтому для симметричных и канонических *RC*-цепей [10]

$$d_p = D_0 \tag{1.14}$$

реализуются параметрически низкочувствительные схемы, а численное значение $Q = 1/d_p$ определяется отношением параметров однотипных элементов (резисторов или конденсаторов). Эти схемы образуют специальный класс избирательных усилителей, рассмотренных в разделе 1.2.1.4 настоящей монографии.

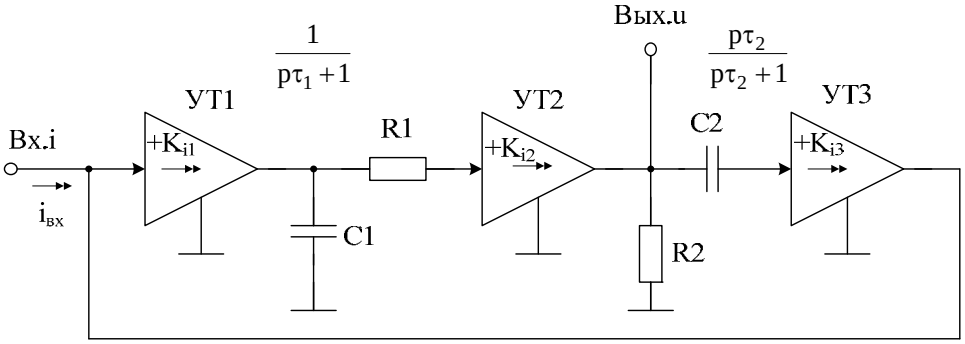
Как видно из соотношений (1.11), (1.12), не только диапазон рабочих частот, но и стабильность основных параметров звеньев второго порядка непосредственно определяются численным значением затухания полюса пассивной частотозадающей цепи D_p. Её уменьшение возможно за счёт использования дополнительных индуктивностей (*RLC*-цепей) или вве-

дения в схему дополнительных буферных повторителей *k* (рис. 1.13), которые образуют в контуре обратной связи разделённые частотозадающие *RC*-цепи.

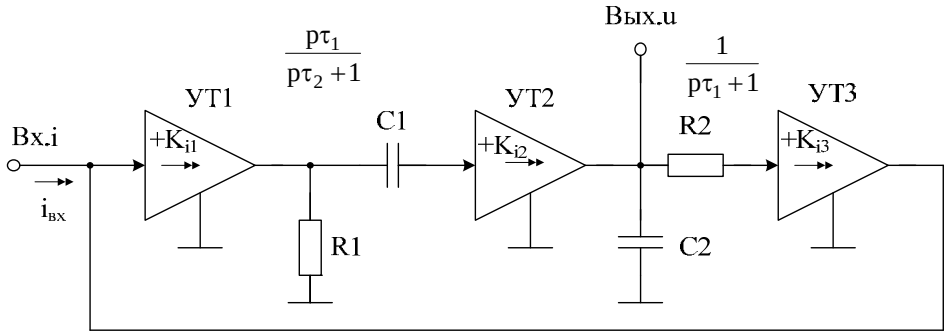
1.2.1.4. Типовые структуры звеньев полосовых фильтров

Указанный выше принцип разделения частотозадающей RC-цепи на простейшие дифференцирующие и интегрирующие цепи первого порядка в силу уменьшения затухания их полюса согласно соотношению (1.11) способствует расширению диапазона рабочих частот звеньев второго порядка. Кроме этого, потенциально высокие частотные свойства усилителей тока (относительно большое значение площади усиления *Bs*) позволяют отнести такие фильтры к классу потенциально высокочувствительных. В диапазоне СВЧ современных систем связи особое место занимают элементарные потенциально высокодобротные избирательные усилители, которые простейшим каскадированием обеспечивают реализацию относительно сложных каналообразующих полосовых фильтров. Однако в этом случае при относительно небольшой добротности полюса можно использовать неразделённые RC-цепи с более высоким значением D_p.

На рис. 1.13 приведены две базовые структуры звеньев второго порядка с разделёнными RC-цепями на базе усилителей тока.



а)



б)

Рис. 1.13. *Базовые структурные схемы избирательных усилителей с усилителями тока (а) и разделёнными RC-цепями (б)*

С точки зрения практической реализации они являются дуальными и каноническими структурами с частотой полюса

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}, \tag{1.15}$$

где $\tau_1 = R_1 C_1, \tau_2 = R_2 C_2$.

При этом асимптотическое затухание в структуре рис. 1.13б потенциально выше. Характерной особенностью этих структур является потенциальная возможность использования простейших биполярных усилителей тока. Действительно, их затухание полюса

$$\mathrm{d_p} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} - \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} k_i, \tag{1.16}$$

$$\mathrm{d_p} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} - \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} \mathrm{k_i}, \tag{1.17}$$

где $k_i = K_{i1} K_{i2} K_{i3}$.

Схемы рис. 1.13а и 1.13б при выполнении равенства $\tau_1 = \tau_2$ обеспечивают реализацию добротности

$$Q\Big|_{\tau_1 = \tau_2} = \frac{1}{2 - k_\mathrm{i}}, \tag{1.18}$$

которая может достигать значительных величин при использовании только одного усилителя тока (например, УТ2).

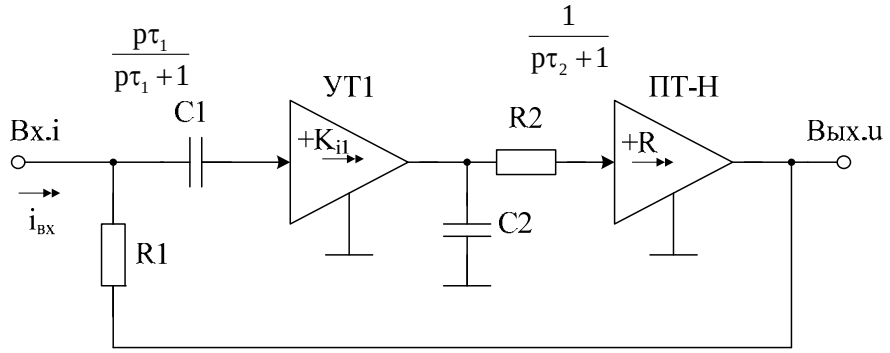
Представленные на рис. 1.14 базовые структуры ориентированы на применение как усилителей (повторителей) тока (УТ1), так и преобразователей ток-напряжение (ПТ-Н) с сопротивлением передачи R.

Это позволяет при реализации относительно больших добротностей (частота полюса определяется соотношением (1.15)) при обеспечении потенциального выхода эффективно использовать повторители тока. Действительно, для схемы рис. 1.14а затухание полюса и добротность

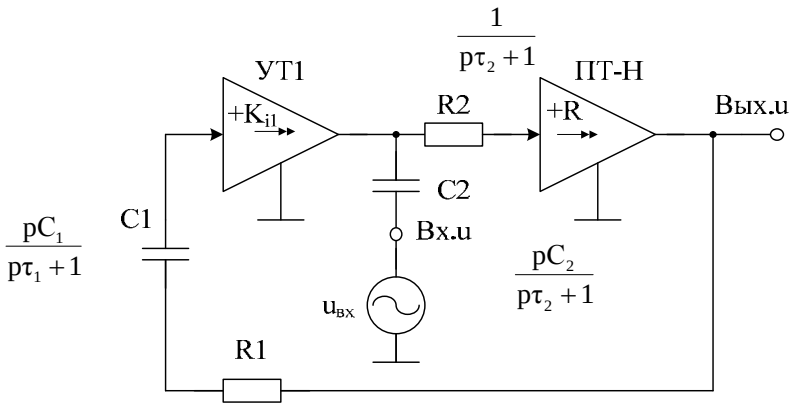
$$d_p = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} - \frac{C_1 R K_{\mathrm{i}1}}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} - \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} \frac{R}{R_1} K_i, \tag{1.19}$$

и

$$Q^{-1} = d_p = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} - \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} \frac{R}{R_1} K_i. \tag{1.20}$$



а)



б)

Рис. 1.14. *Базовые структурные схемы избирательных усилителей с усилителями тока (а) и преобразователями ток-напряжение в случае разделённых RC-цепей (б)*

Схема рис. 1.14б при выполнении аналогичного условия ($\tau_1 = \tau_2$) обеспечивает добротность, которая может достигать любого значения автономным выбором отношения $R/R1$

$$Q\Big|_{\tau_1=\tau_2} = \frac{1}{2-\frac{R}{R_1}K_i}. \qquad (1.21)$$

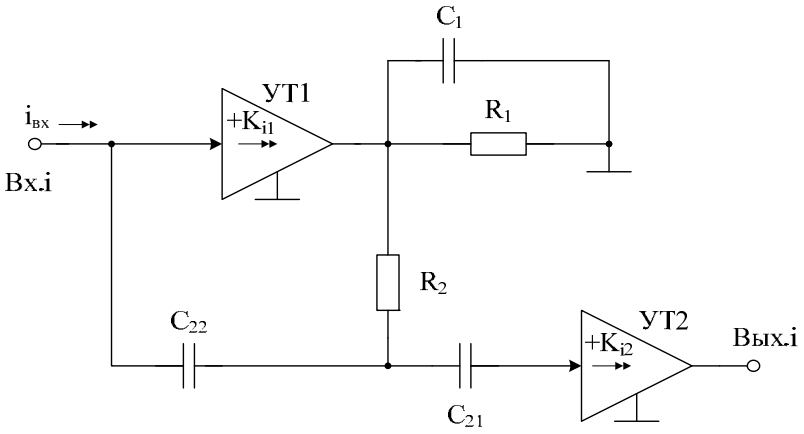
Как отмечалось выше, при реализации относительно небольших добротностей можно использовать неразделённую *RC*-цепь, имеющую большое затухание полюса D_p. Базовые структуры различных вариантов реализации избирательных усилителей, следующие из общих правил табл. 1.1, приведены на рис. 1.15.

При этом использование выходных усилителей (повторителей) тока УТ2 требует применения в структуре *RC* цепи дополнительных ёмкостных (рис. 1.15а) и 1.15б) или резистив-

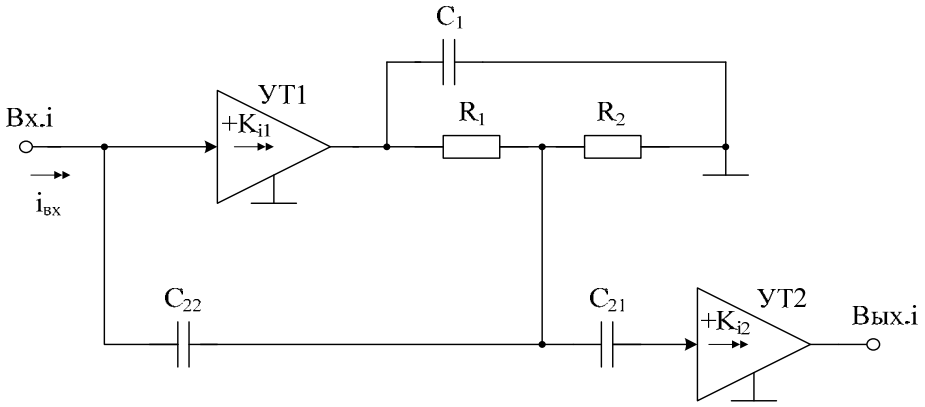
ных (рис. 1.15в) делителей. Именно поэтому коэффициент передачи γ_0 *RC*-цепи уменьшается, так как он учитывает сомножители

$$æ = \frac{C_{22}}{C_{22} + C_{21}} \text{ или } æ = \frac{R_{22}}{R_{22} + R_{21}}. \quad (1.22)$$

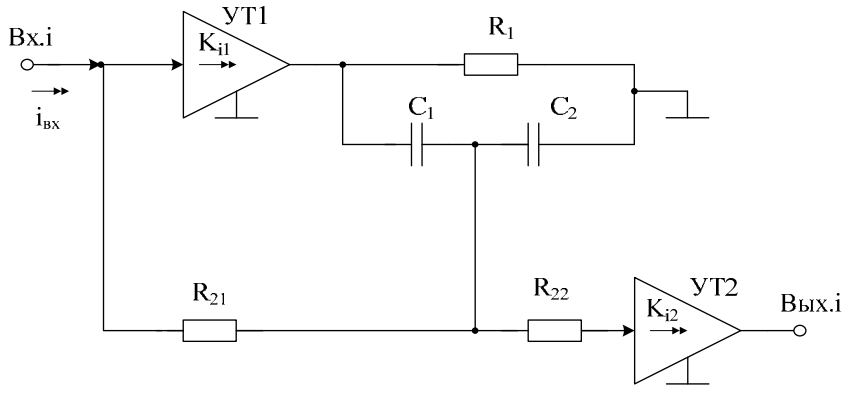
Как видно из соотношения (1.8), это требует определённого увеличения коэффициента усиления K_i по петле обратной связи. Для устранения указанной особенности, как это показано на рис. 1.15*г*, можно использовать в усилителе тока УТ1 дополнительный канал K_{i1}, обеспечивающий, в частности, масштабирование выходного напряжения посредством резистора *R*3.



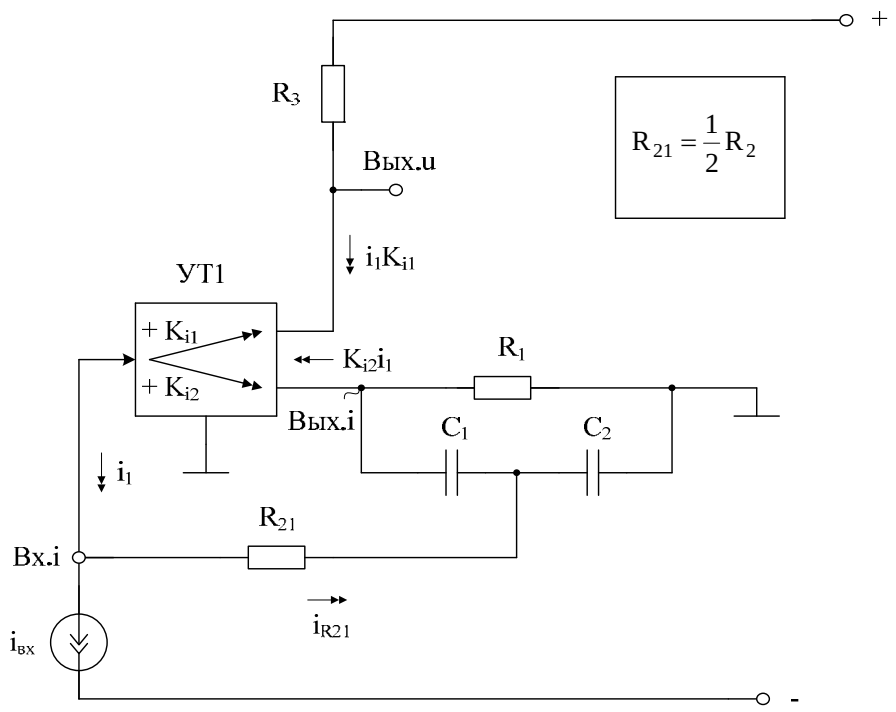
а)



б)



в)



г)

Рис. 1.15. *Базовые структурные схемы избирательных усилителей на базе усилителей тока и неразделённых RC-цепей*

1.3. Схемотехника радиационно-стойких избирательных усилителей (ИУ) на *n-p-n* транзисторах техпроцессов SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_5

1.3.1. Применение неинвертирующих повторителей переменного тока в ИУ

Кремний-германиевая (SiGe) биполярная комплементарная металл-оксид-полупроводник (БиКМОП) технология [8] представляет интерес как для применения в космических условиях, так и для экспериментов в физике высоких энергий из-за подтвержденного высокого уровня устойчивости к радиации [9, 11, 12]. Как описано в [12], SiGe-технологии обладают рядом уникальных свойств, что делает их пригодными для экстремальных условий. Реализованные на кремнии КМОП технологическая последовательность обеспечивает высокопроизводительные решения для радиочастотных монолитных интегральных схем (РЧ-МИС), цифровых и смешанных применений – специализированных интегральных схем (ASIC).

В этой связи достаточно актуальной представляется разработка схемотехники избирательных усилителей, адаптированных на ограничения радиационно-стойких SiGe-технологических процессов.

На рис. 1.16 представлена первая модификация схема предлагаемого SiGe ИУ, не содержащего *p-n-p* транзисторы.

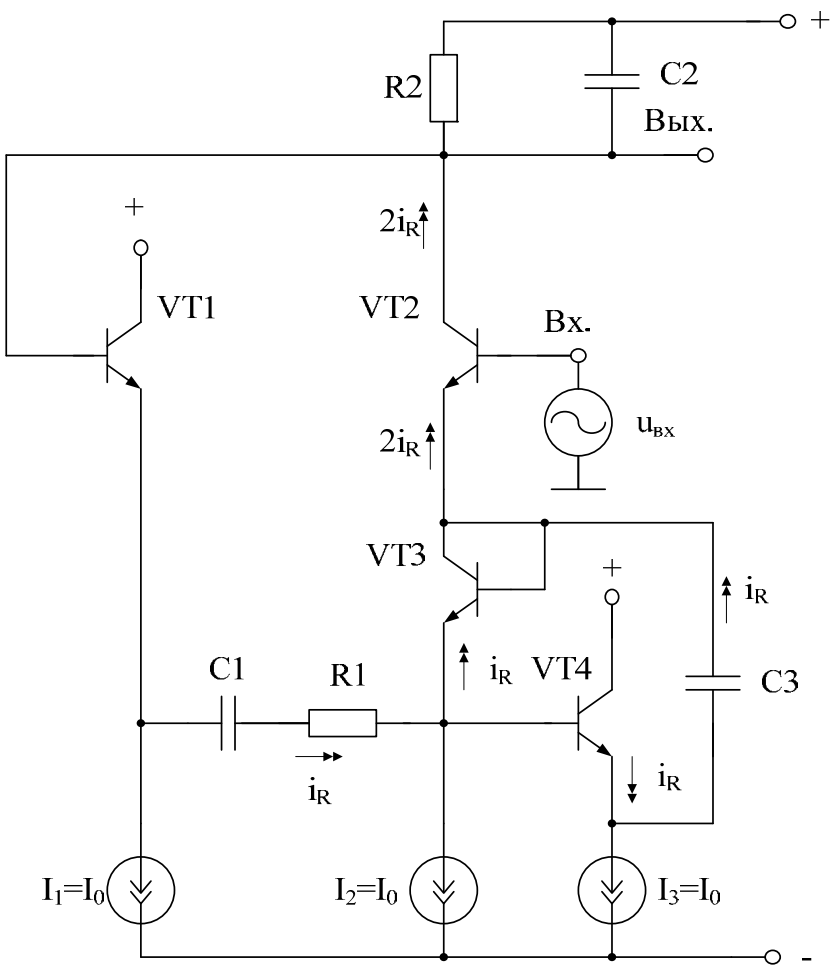


Рис. 1.16. *Схема предлагаемого избирательного усилителя [33]*

Его задача состоит в получении высокой добротности при низкой параметрической чувствительности АЧХ усилителя и его коэффициента усиления по напряжению на частоте квазирезонанса f_0. Это позволяет в ряде случаев уменьшить общее энергопотребление и реализовать высококачественное избирательное устройство СВЧ диапазона с f_0=1÷5ГГц. Основой схемотехники данного ИУ является повторитель переменного тока на транзисторах VT3, VT4 и конденсаторе C3 [33].

Причем

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_1\tau_2}}, \tag{1.23}$$

$$\tau_1 \approx C_1(R_1 + h_{11.1} + 2h_{11.2}), \tag{1.24}$$

$$\tau_2 = R_2C_2, \tag{1.25}$$

$$K_0 \approx Q\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\frac{R_2 K_{i\Sigma}}{R_1 + h_{11.1} + 2h_{11.2}}, \tag{1.26}$$

$$Q_0 \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\left[1 - \frac{R_2 K_{i\Sigma}}{R_1 + h_{11.1} + 2h_{11.2}}\right] + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}}, \tag{1.27}$$

где C_1, C_2 – емкости конденсаторов $C1$ и $C2$; $h_{11.i} \approx \frac{\varphi_m}{I_э}$ – входное сопротивление i-го транзистора в схеме с общей базой; $\varphi_т \approx 25$ мВ – температурный потенциал; $I_{эi}$ – статический ток эмиттера i-го транзистора; $\alpha_i < 1$ - коэффициент усиления по току эмиттера i-го транзистора; здесь коэффициент усиления схемы по току i_R определяется соотношением:

$$K_{i\Sigma} \approx 2\alpha_2 \tag{1.28}$$

Если выбрать $\tau_1 = \tau_2$, $R_2 = R_1 + h_{11.1} + 2h_{11.2}$, то уравнения для Q (1.28) и K_0 (1.27) существенно упрощаются

$$Q \approx \frac{1}{2 - 2\alpha_2}, \tag{1.29}$$

$$K_0 \approx \frac{K_{i\Sigma}}{2 - K_{i\Sigma}} = K_{i\Sigma} Q. \tag{1.30}$$

Это позволяет за счет целенаправленного выбора параметров элементов получить заданные значения Q (1.30) и K_0 (1.31). Данные теоретические выводы подтверждают графики рис. 1.18, 1.19.

На рис. 1.17 приведена схема этого избирательного усилителя в среде Cadence на моделях SiGe интегральных транзисторов.

Логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики коэффициента усиления по напряжению в укрупненном масштабе приведены на рис. 1.18, а на рис. 1.19 – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика коэффициента усиления по напряжению в мелком масштабе.

Таким образом, предлагаемое схемотехническое решение ИУ характеризуется высокими значениями коэффициента усиления K_0 на частоте квазирезонанса f_0 и повышенными величинами добротности Q, характеризующей его избирательные свойства при реализации на основе радиационно-стойкого SiGe-техпроцесса.

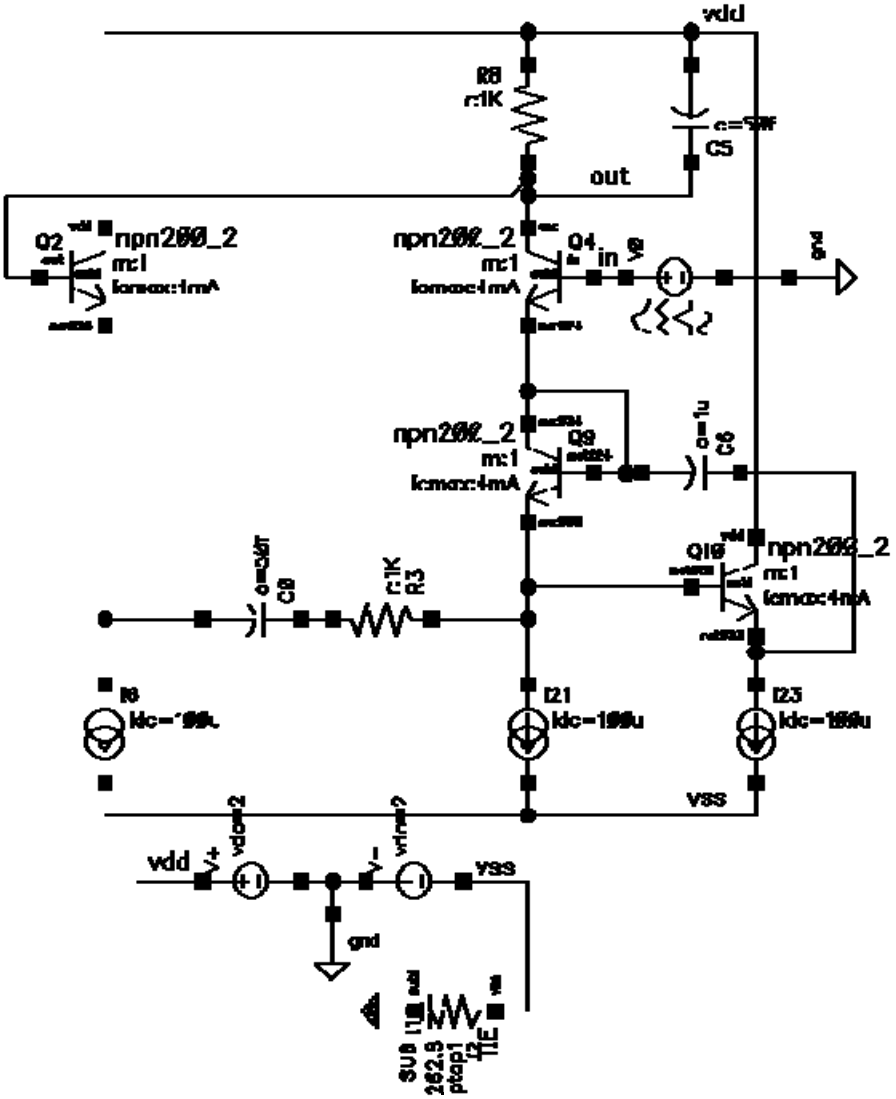


Рис. 1.17. *Схема предлагаемого ИУ в среде Cadence*

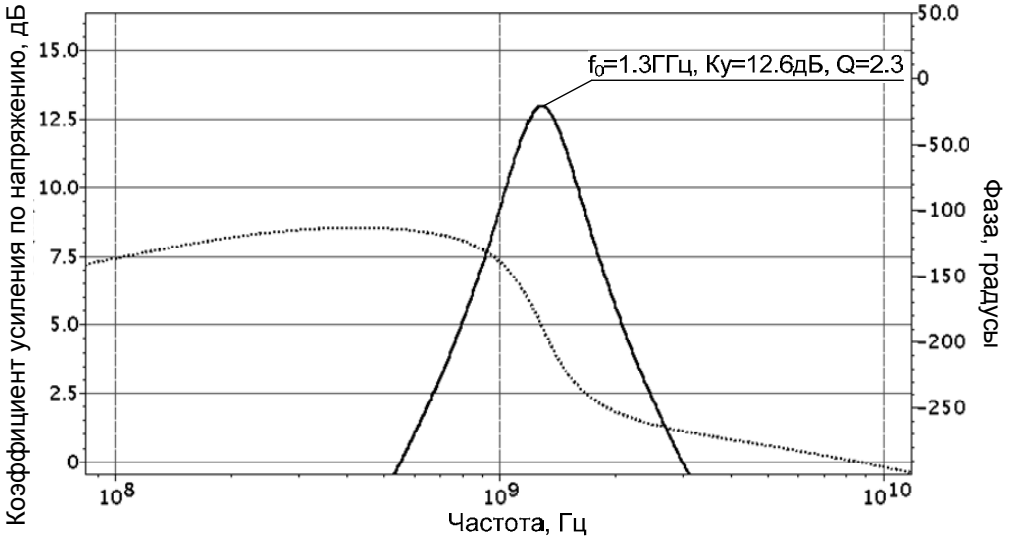


Рис. 1.18. *Логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики коэффициента усиления по напряжению в укрупненном масштабе*

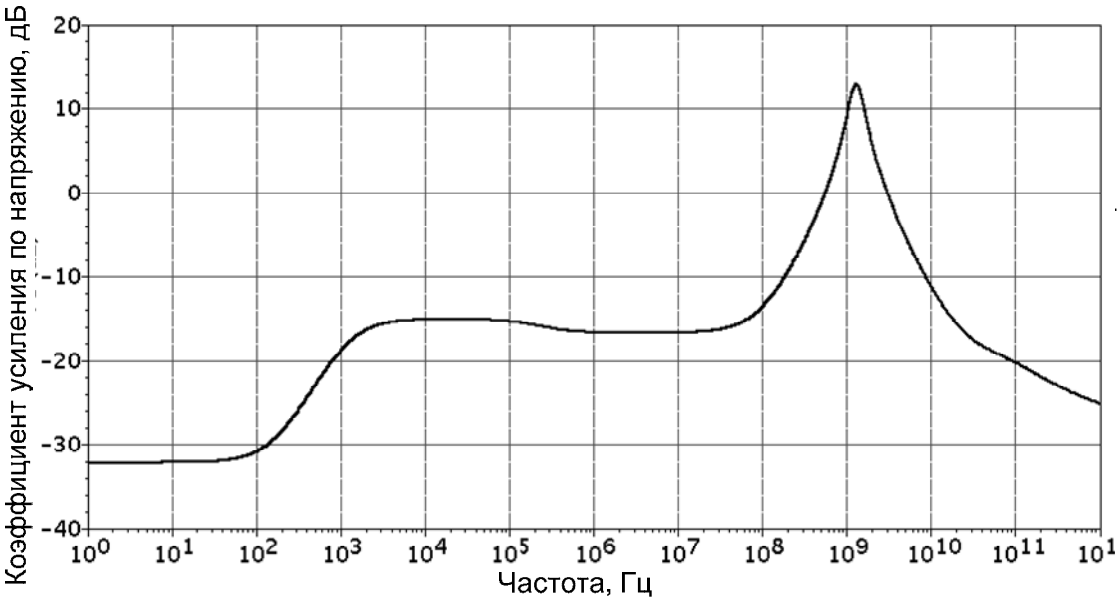


Рис. 1.19. *Логарифмические амплитудно-частотная характеристика*

На рис. 1.20 представлена вторая модификация предлагаемого радиационно-стойкого ИУ на основе повторителей переменного тока [34].

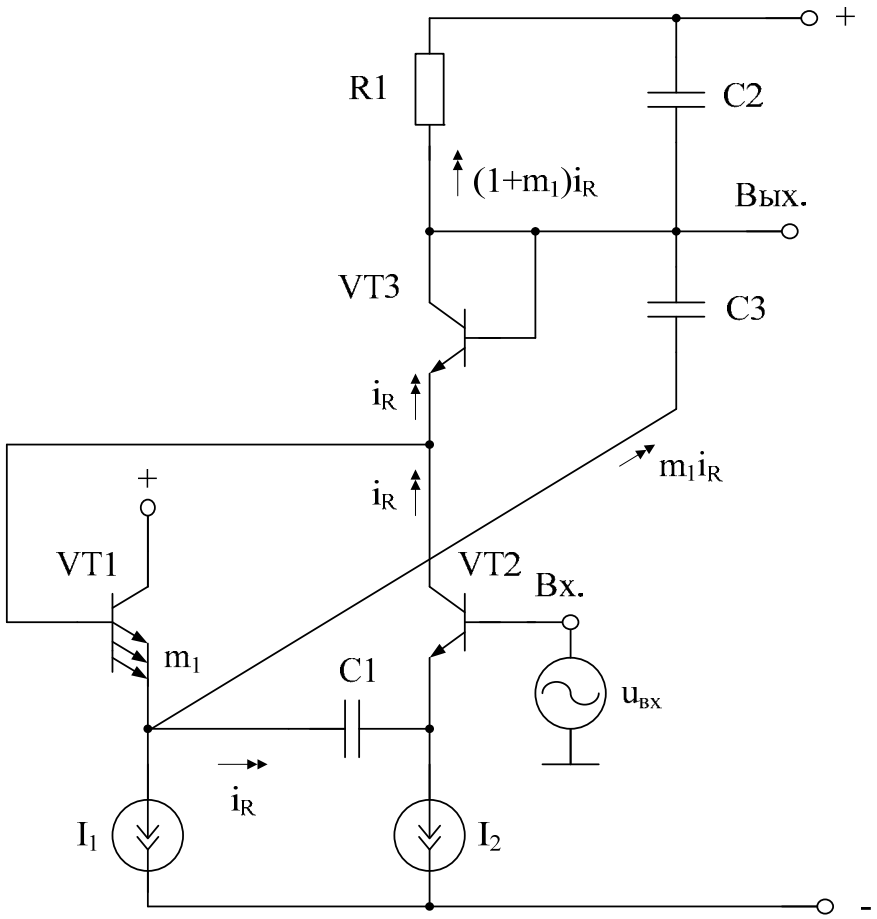


Рис. 1.20. *Предлагаемая схема радиационно-стойкого ИУ [34]*

На рис. 1.21 приведена третья модификация предлагаемой схемы, в которой последовательно с частотозадающим конденсатором *C*1 включен частотозадающий резистор *R*1. Кроме этого, входной транзистор *VT*1 имеет площадь эмиттерного перехода в m_1 – раз больше, чем площадь эмиттерного перехода прямосмященного *p-n* перехода, реализуемого на транзисторе *VT*3. Емкость конденсатора *C*3 выбирается такой, чтобы в рабочем диапазоне частот ИУ он не оказывал существенного влияния на работу схемы.

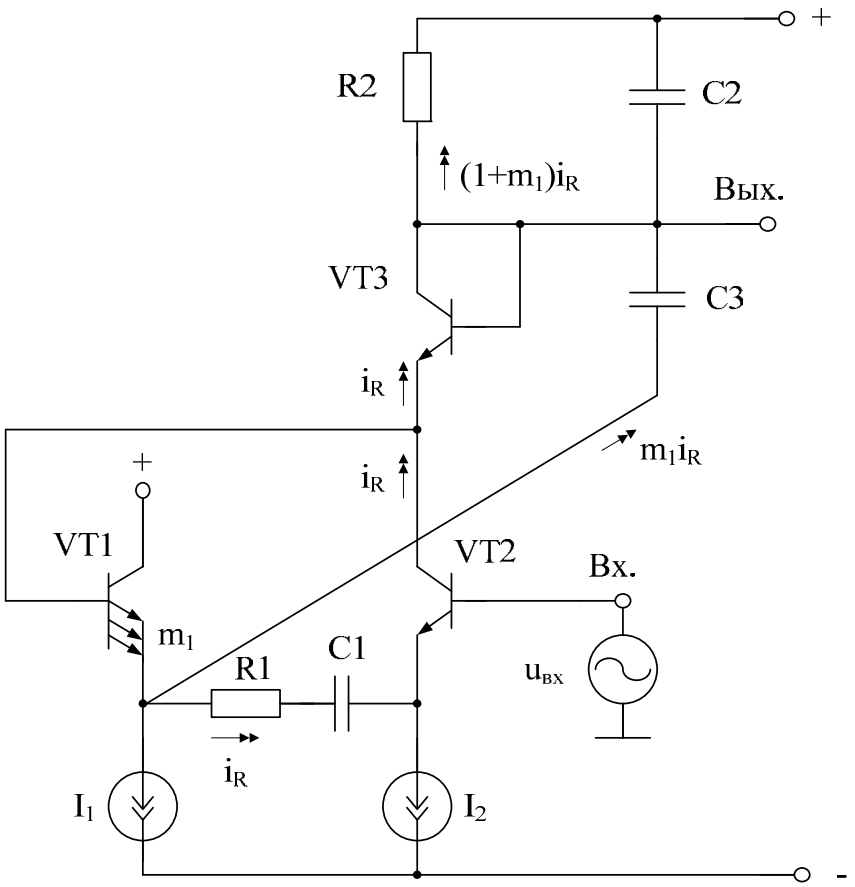


Рис. 1.21. *Модифицированная схема ИУ*

Комплексный коэффициент передачи по напряжению $K_y(jf)$ избирательного усилителя рис. 1.21 определяется соотношением, которое можно получить с помощью известных методов анализа электронных схем

$$K_y(jf) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = -K_0 \frac{jf\frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf\frac{f_0}{Q}}, \qquad (1.31)$$

где f – частота сигнала; Q – добротность АЧХ избирательного усилителя; K_0 – коэффициент усиления ИУ на частоте квазирезонанса; f_0; f_0 – частота квазирезонанса.

Причем

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_1\tau_2}}, \tag{1.32}$$

$$\tau_1 = C_1(R_1 + h_{11.1} + h_{11.2}), \tag{1.33}$$

$$\tau_2 = R_2C_2, \tag{1.34}$$

$$K_0 \approx Q\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\,\frac{R_2K_{i\Sigma}}{R_1 + h_{11.1} + h_{11.2}}, \tag{1.35}$$

$$Q_0 \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\left[1 - \frac{R_2K_{i\Sigma}}{R_1 + h_{11.1} + h_{11.2}}\right] + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}}, \tag{1.36}$$

где C_1, C_2 – емкость конденсаторов $C1$ и $C2$; $h_{11.i} \approx \frac{\varphi_m}{I_э}$ – входное сопротивление i-го транзистора в схеме с общей базой; $\varphi_т \approx 25$ мВ – температурный потенциал; $I_{эi}$ – статический ток эмиттера i-го транзистора; $\alpha_i < 1$ – коэффициент усиления по току эмиттера i-го транзистора; здесь суммарный коэффициент усиления по току определяется соотношением:

$$K_{i\Sigma} = \alpha_2(1 + m_1); \tag{1.37}$$

где m_1 – число параллельно включенных транзисторов $VT1$ (или отношение площадей эмиттерных переходов транзисторов $VT1$ и $VT3$).

Если выбрать $\tau_1 = \tau_2$, $R_2 = R_1 + h_{11.1} + h_{11.2}$, то уравнения для Q (1.36) и K_0 (1.35) существенно упрощаются

$$Q \approx \frac{1}{2 - \alpha_2(1 + m_1)}, \tag{1.38}$$

$$K_0 \approx \frac{K_{i\Sigma}}{2 - K_{i\Sigma}} = K_{i\Sigma}Q. \tag{1.39}$$

Это позволяет за счет целенаправленного выбора параметров элементов, входящих в формулу (1.38), получить заданные значения Q и K_0 (1.39).

Данные теоретические выводы подтверждают графики рис. 1.23, рис. 1.24.

На рис. 1.22 приведена схема этого усилителя в среде Cadence на моделях SiGe интегральных транзисторов.

На рис. 1.23 показаны логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики коэффициента усиления по напряжению в укрупненном масштабе, а на рис. 1.24 – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика коэффициента усиления по напряжению в более мелком масштабе.

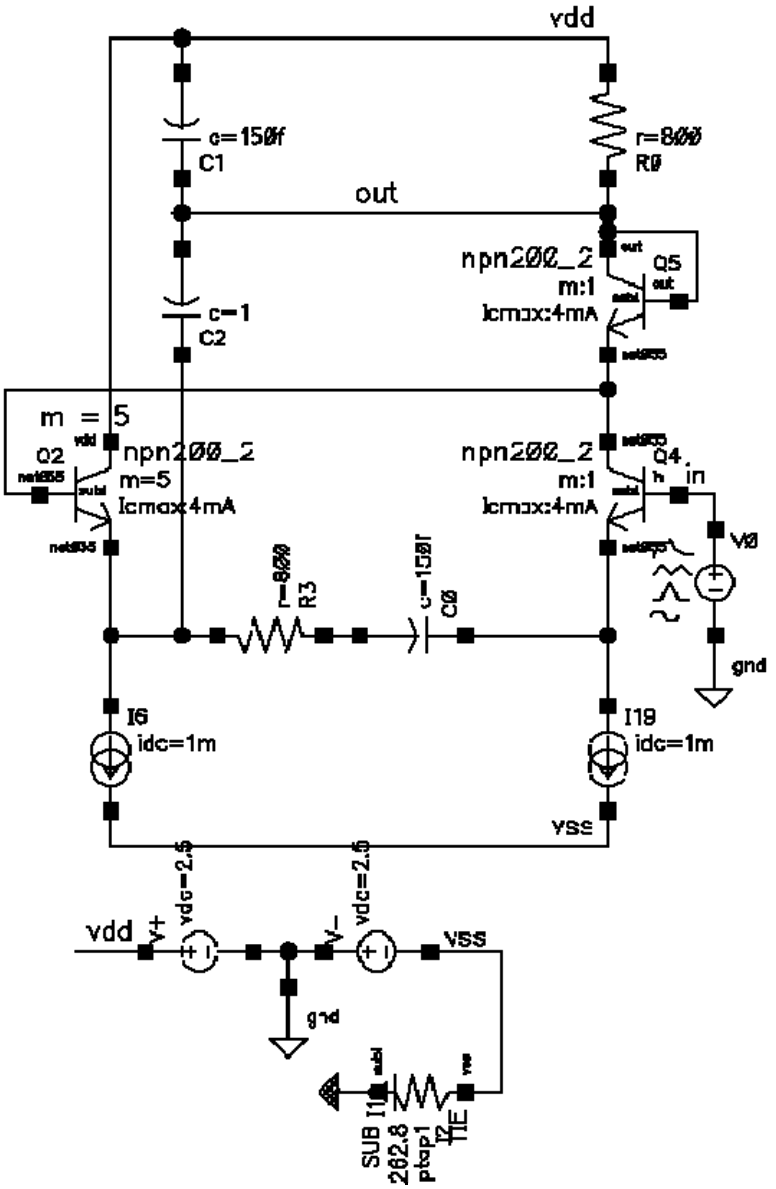


Рис. 1.22. *Схема предлагаемого ИУ в среде Cadence*

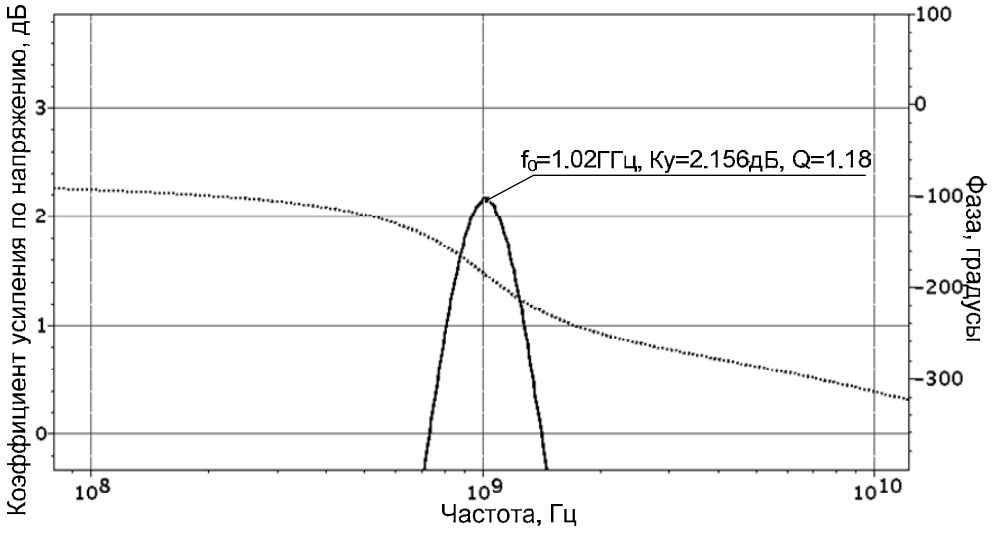


Рис. 1.23. *Логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики коэффициента усиления по напряжению в укрупненном масштабе*

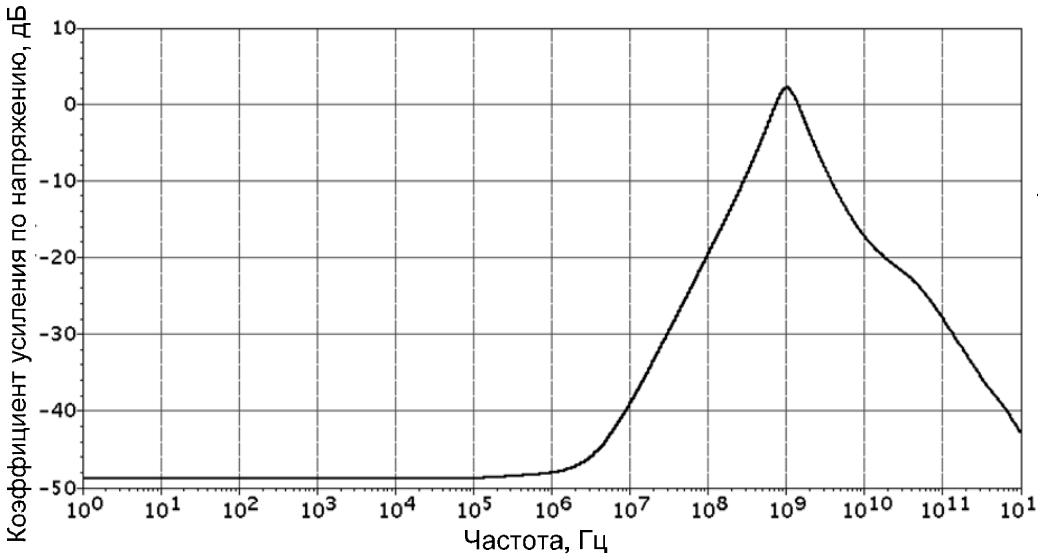


Рис. 1.24. *Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика коэффициента усиления по напряжению в мелком масштабе*

Таким образом, предлагаемое схемотехническое решение ИУ характеризуется повышенными величинами добротности *Q*, характеризующей его избирательные свойства при низкой параметрической чувствительности, и может быть реализовано на основе радиационно-стойкой SiGe-технологии.

Это позволяет в ряде случаев уменьшить общее энергопотребление и реализовать высококачественное радиационно-стойкое избирательное устройство СВЧ диапазона f_0=1÷5ГГц со слабой зависимостью параметров от накопленной дозы радиации и потока нейтронов, что обеспечивается применением SiGe-техпроцессов [8, 9, 11, 12].

1.3.2. Избирательные усилители с токовым входом

В последние годы было выполнено несколько тестов на радиационную стойкость 0,25 мкм SiGe БиКМОП технологии SGB25VD, не содержащей p-n-p транзисторов [12]. Европейским координационным советом по космическим компонентам (ESCC) было принято решение о развитии отдельной радиационно-стойкой технологии SGB25RH для применения в космосе и физике высоких энергий. В этой технологии были специально разработаны радиационно-стойкие топологии и IP-блоки [12]. Поскольку SGB25V и SGB25RH используют один и тот же производственный процесс, результаты научных исследований на транзисторах SGB25V действительны для SGB25RH при условии использования стандартных компонентов. Все протестированные устройства [12] показали приемлемую производительность до уровня радиации около 10 Мрад.

На рис. 1.25 показана схема предлагаемого ИУ данного класса [35], который реализуется на основе SiGe радиационно-стойких технологий [8, 9, 11].

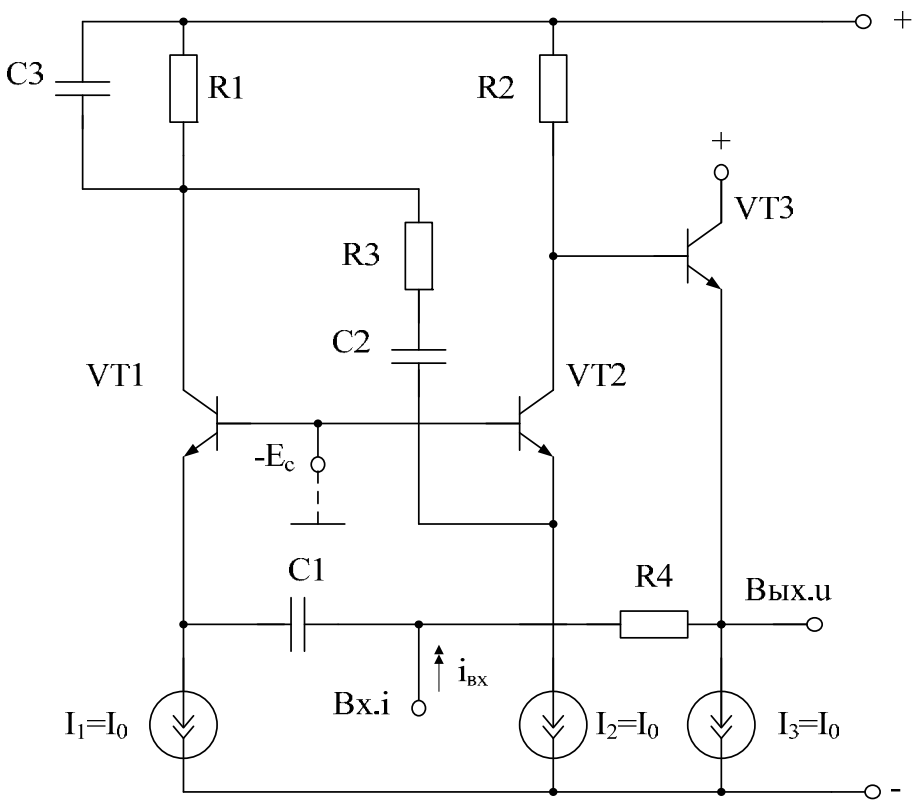


Рис. 1.25. *Схема предлагаемого ИУ [35]*

Взаимодействие выходной цепи ИУ через последовательное соединение резистора R4 и конденсатора C1 с эмиттером транзистора *VT*1 обеспечивает реализацию контура обратной связи. При этом в силу дифференциальных свойств этой цепи в области нижних частот ($f<<f_0$) эта обратная связь является реактивной, а в силу интегрирующих свойств коллекторной нагрузки транзистора *VT*1 (резистор *R*1 и конденсатор *C*3 в области верхних частот ($f>>f_0$) глубина этой обратной связи асимптотически уменьшается. Именно эти свойства эмиттерной и коллекторной цепей транзистора *VT*1 обеспечивают вещественность обратной связи на частоте квазирезонанса f_0 ИУ, и поэтому её действие направлено на увеличение добротности Q и коэффициента усиления K_0 устройства при сохранении неизменной указанной частоты f_0.

Комплексный коэффициент передачи по напряжению $K_y(jf)$ избирательного усилителя рис. 1.25 определяется соотношением, которое можно получить с помощью методов анализа электронных схем

$$K_y(jf) = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = -K_0 \frac{jf\frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf\frac{f_0}{Q}}, \quad (1.40)$$

где f – частота сигнала; f_0 – частота квазирезонанса; $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_1\tau_2}}$, $\tau_1 = C_1(R_4 + h_{11.1} + h_{11.3})$,

$$\tau_2 = C_3R_1(R_3 + h_{11.2})/(R_1 + R_3 + h_{11.2}), \quad (1.41)$$

$$Q = \left[\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} + \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}(1 - \alpha_1\alpha_2\gamma)\right]^{-1}, \quad (1.42)$$

$$K_0 = Q\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\alpha_1\alpha_2\gamma, \quad (1.43)$$

где $\gamma = \frac{R_1R_2}{(R_1 + R_3 + h_{11.1})\cdot(R_4 + h_{11.1} + h_{11.3})}$ – коэффициент пропорциональности в цепи обратной связи; α_i – коэффициент передачи эмиттерного тока i-го транзистора.

Важной особенностью схемы рис. 1.25 является возможность реализации ИУ с различными потребительскими свойствами. Так при выборе условия

$$\tau_1 = \tau_2, \quad (1.44)$$

за счет выбора параметра γ (как видно из соотношения (1.42)) можно реализовать дополнительные параметрические условия

$$R_4 >> h_{11.1} + h_{11.3},\ R_1 >> h_{11.2} \quad (1.45)$$

и обеспечить реализацию добротности, которая определяется следующими аналитическими выражениями

$$Q = \frac{(R_1 + R_3)\cdot R_4}{2(R_1 + R_3)R_4 - \alpha_1\alpha_2R_1R_2}. \quad (1.46)$$

Таким образом, в схеме рис. 1.25 добротность Q непосредственно определяется сопротивлением резистивных элементов схемы. Действительно, даже при $R_3 << R_1$

$$Q = \frac{R_4}{2R_4 - \alpha_1\alpha_2R_2}. \quad (1.47)$$

Следовательно, выбором соотношения между R_2 и R_4 можно обеспечить требуемое значение Q без изменения условий получения заданной частоты квазирезонанса (1.41).

Отметим, что условие (1.44) потенциально обеспечивает увеличение динамического диапазона схемы ИУ. При этих же условиях в силу $\gamma \le 2$ (см. соотношения (1.42) и (1.47)) коэффициент усиления ИУ K_0 практически определяется реализуемой добротностью, что под-

чёркивает структурные преимущества предложенной схемы. При этом, как это следует из (1.41), значение частоты квазирезонанса f_0 и её параметрическая чувствительность не изменяются.

Данные теоретические выводы подтверждают графики рис. 1.27.

На рис. 1.26 приведена схема предлагаемого ИУ в среде Cadence на моделях SiGe-транзисторов с входным преобразователем «напряжение-ток» на транзисторе $Q17$.

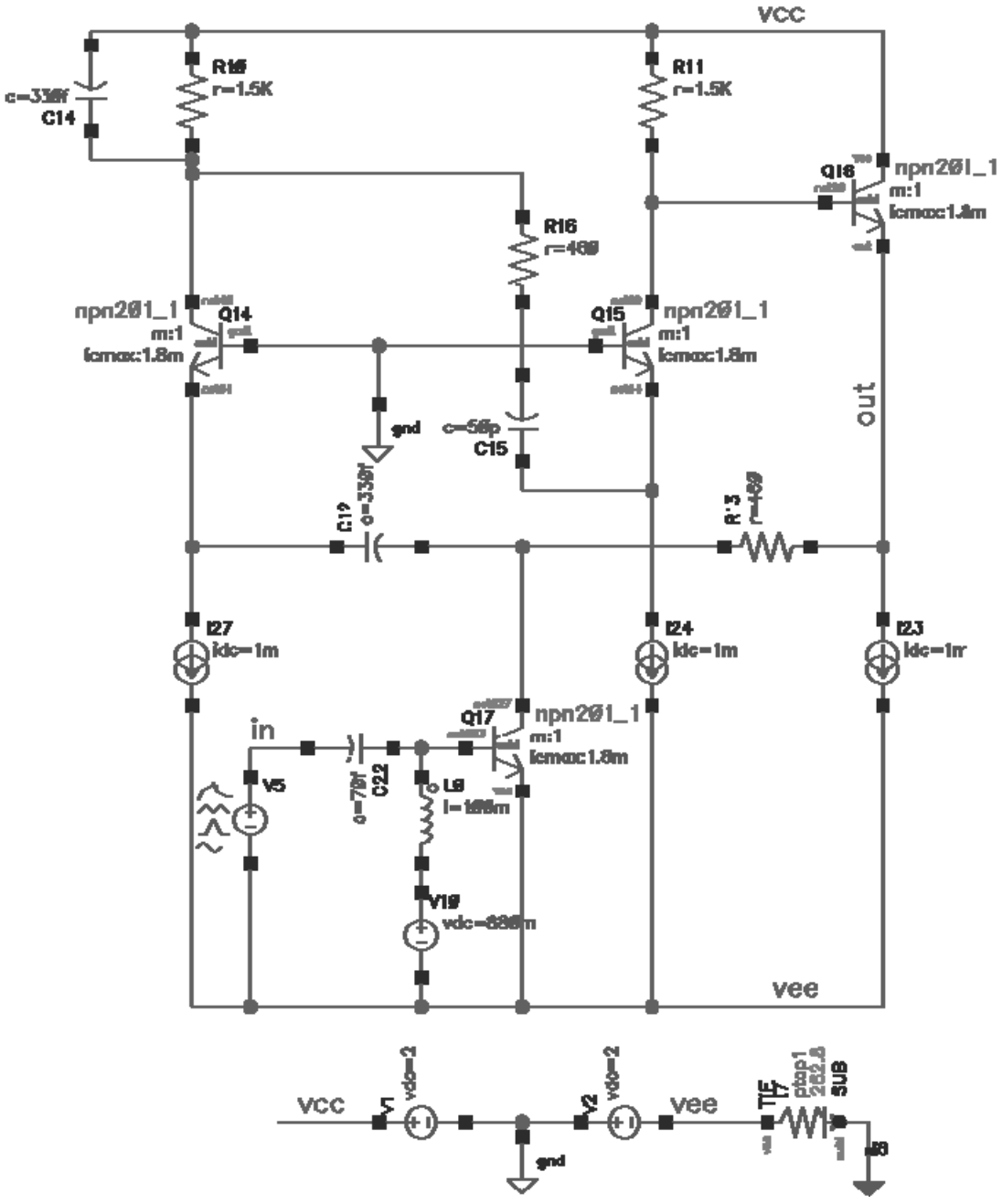
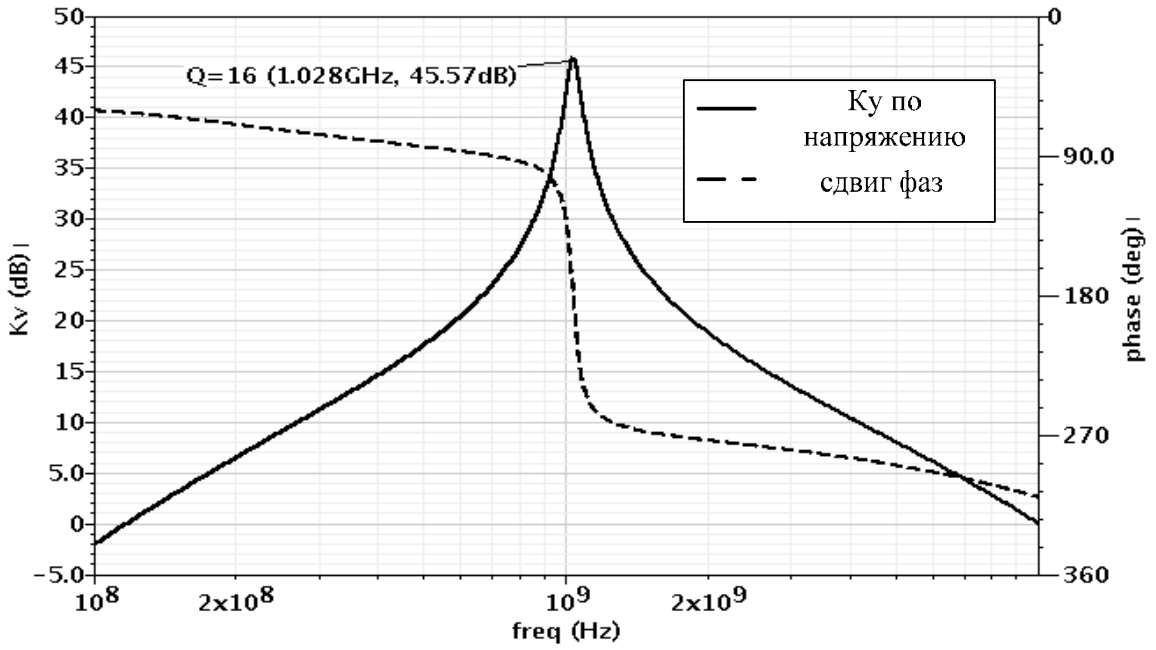
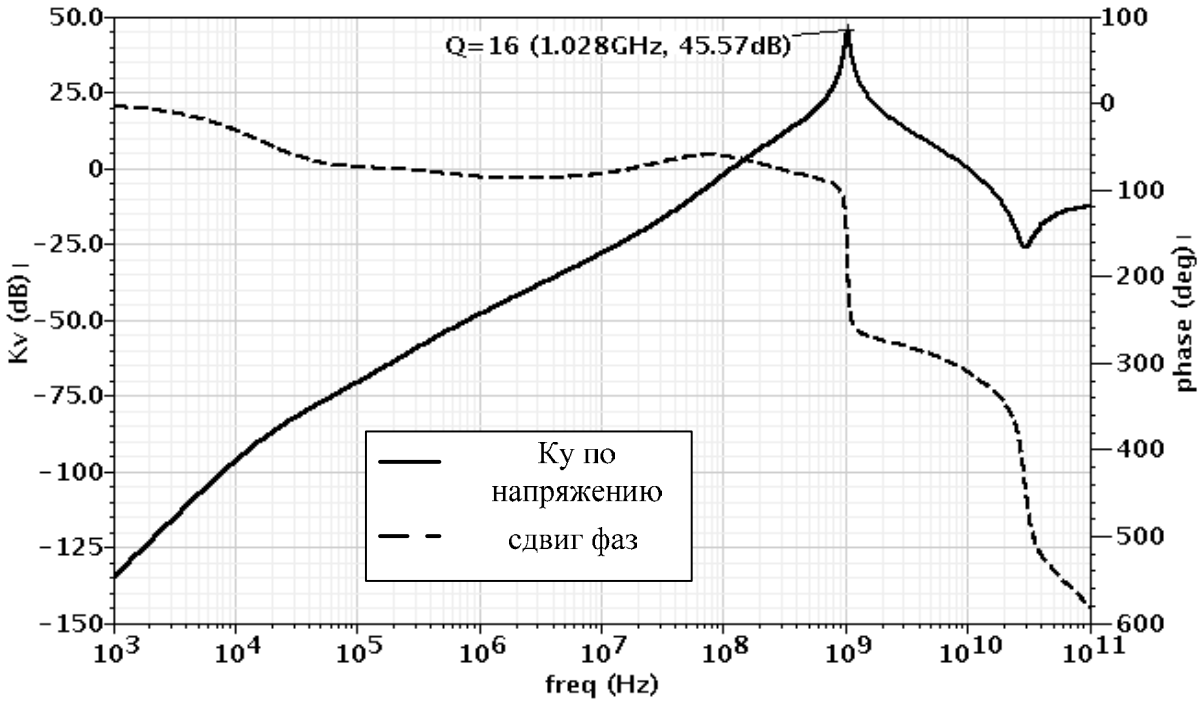


Рис. 1.26. *Схема предлагаемого ИУ в среде Cadence*

На рис. 1.27 показаны логарифмические амплитудно-частотная (ЛАЧХ) и фазочастотная характеристики ИУ рис. 1.26 в диапазоне частот от 100 мГц до 10 ГГц (рис. 1.27а), а на рис. 1.27б – в диапазоне частот от 100 кГц до 100 ГГц.



а)



б)

Рис. 1.27. *Логарифмические амплитудно-частотная (ЛАЧХ) и фазочастотная характеристики ИУ в диапазоне частот от 100 мГц до 10 ГГц (а), от 100 кГц до 100 ГГц (б)*

Таким образом, рассмотренное схемотехническое решение ИУ с токовым входом относится к радиационно-стойким компонентам, характеризуется достаточно высокими значе-

ниями коэффициента усиления на частоте квазирезонанса f_0 и повышенными величинами добротности Q при низкой параметрической чувствительности.

Ниже исследуется другая модификация ИУ с токовым выходом, которая реализуется на базе RC-фильтра с каскодным активным элементом (рис. 1.28).

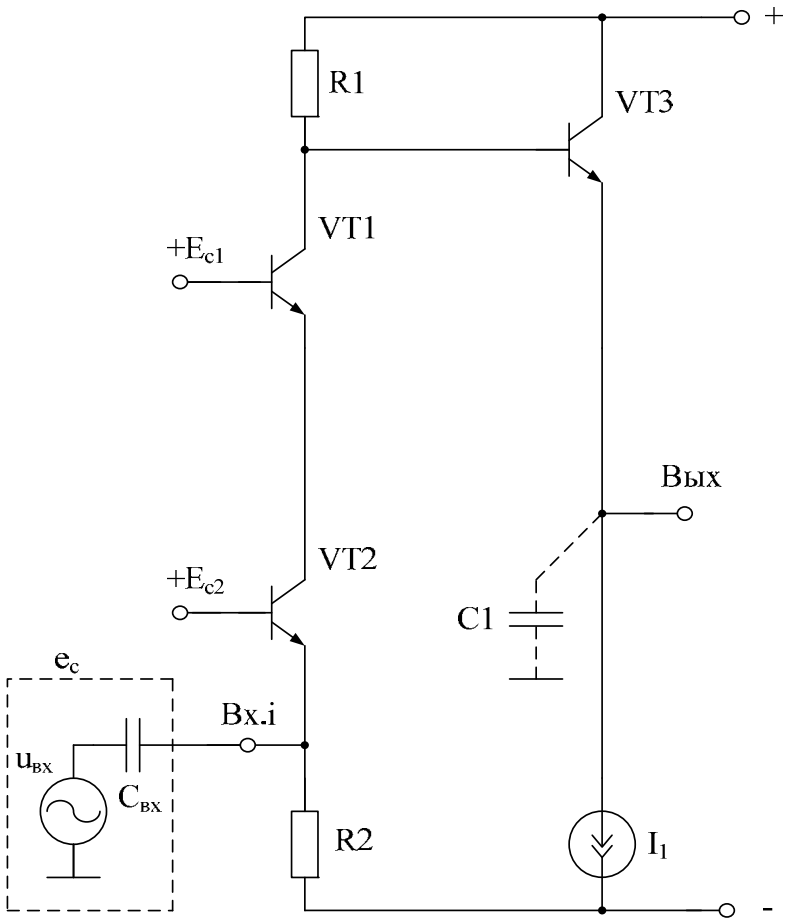


Рис. 1.28. *Схема классического избирательного усилителя [36]*

В схеме рис. 1.29 источник входного сигнала в виде задающего тока $i_{вх}$ посредством входной дифференцирующей цепи, образованной конденсатором *C*2 и входными сопротивлениями транзисторов *VT*2 и *VT*3, изменяет эмиттерный ток входного транзистора *VT*2, нагрузочная цепь которого, состоящая из конденсатора *C*1 и входного сопротивления транзистора *VT*1, обеспечивает его интегрирующее преобразование в приращение эмиттерного и коллекторного тока транзистора *VT*1. Активное сопротивление нагрузки транзистора *VT*1 реализует масштабное преобразование этого приращения в входное напряжение и ток базы транзистора выходной цепи *VT*3. Емкостной характер эмиттерной (выходной) цепи схемы в совокупности с указанными выше преобразованиями входного сигнала обеспечивает реализацию полосно-пропускающей характеристики ИУ, амплитудно-частотная характеристика которого имеет максимум на частоте квазирезонанса f_0. Взаимодействие выходной цепи с разделительным конденсатором *C*2 и, следовательно, эмиттерной цепью транзистора *VT*2

способствует организации контура регенеративной обратной связи, которая в области нижних частот ($f<<f_0$) (в силу характера проводимости конденсатора $C2$) имеет реактивный характер и в силу блокирующих свойств конденсатора $C1$ в области верхних частот ($f>>f_0$) сохраняет свои реактивные свойства.

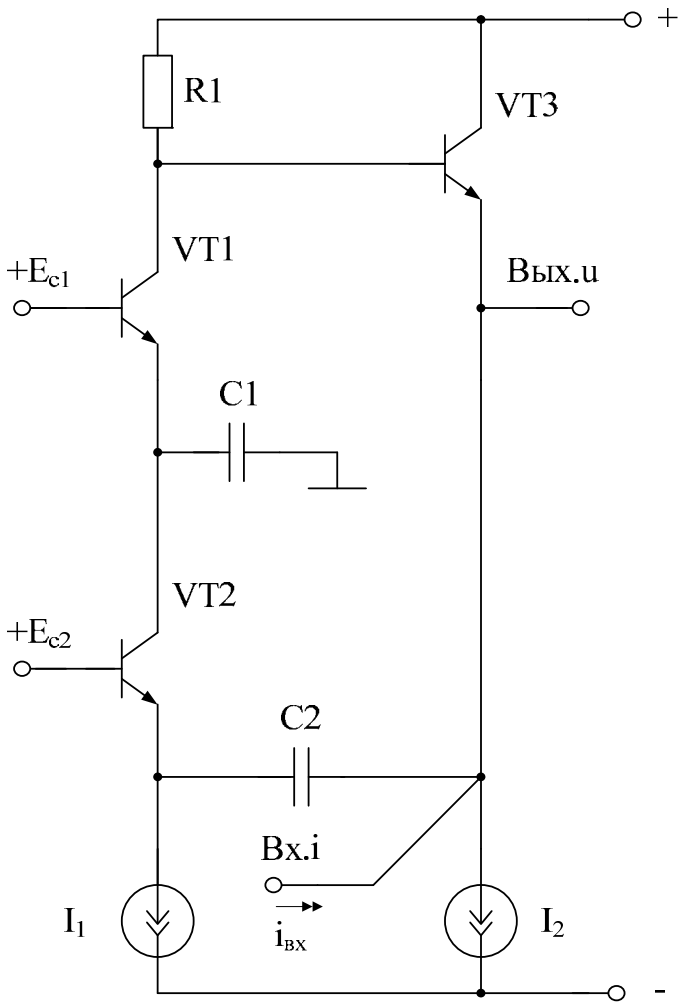


Рис. 1.29. *Схема предлагаемого избирательного усилителя для SiGe-технологии [36]*

Таким образом, обратная связь оказывается вещественной только на частоте квазирезонанса, чем и объясняется увеличение добротности схемы Q и её коэффициента усиления K_0. В силу масштабного преобразования тока коллектора транзистора $VT1$ во входной ток транзистора $VT3$, глубина этой вещественной обратной связи не только не влияет на частоту квазирезонанса ИУ, но и непосредственно определяет численное значение Q и K_0.

Покажем аналитически, что более высокие значения K_0 и Q в рабочем диапазоне частот реализуются в предлагаемой схеме.

Действительно, в результате анализа можно найти, что комплексный коэффициент передачи по напряжению ИУ рис. 1.29 определяется по формуле:

$$K_{\text{y}}(jf) = K_0 \frac{\text{jf}\ \ \frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf\ \ \frac{f_0}{Q}}, \tag{1.48}$$

где f – частота сигнала; Q – добротность АЧХ избирательного усилителя; K_0 – коэффициент усиления ИУ на частоте квазирезонанса f_0.

Анализ схемы рис. 1.29 приводит к следующим соотношениям:

$$f_0 = 1/2\pi\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}\ , \tag{1.49}$$

$$\tau_1 = C_1 h_{11.1},\ \tau_2 = C_2\left(h_{11.2} + h_{11.3}\right),$$

$$K_0 = \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} Q \frac{R_1}{h_{11.1}}, \tag{1.50}$$

$$Q^{-1} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}\left(1 - \alpha_1\alpha_2 \frac{R_1}{h_{11.1}}\right), \tag{1.51}$$

где $h_{11.i}$ – входное сопротивление i-го транзистора; α_i – статический коэффициент передачи тока эмиттера i-го транзистора.

Как видно из (1.51) и (1.50), соотношение между R_1 и $h_{11.1}$ обеспечивает реализацию любого необходимого значения добротности Q и коэффициента усиления K_0 схемы ИУ при сохранении неизменного значения частоты квазирезонанса f_0. Одним из важных свойств предлагаемого ИУ является возможность параметрической оптимизации его чувствительности при ограниченных значениях добротности. Как видно из (1.51), при реализации условия $R_1 = h_{11.1}$ (замена R_1 на прямосмещенный переход)

$$Q^{-1} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + \left(1 - \alpha_1\alpha_2\right)\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}\ . \tag{1.52}$$

Поэтому реализация условия

$$\tau_1 = \tau_2\left(1 - \alpha_1\alpha_2\right), \tag{1.53}$$

обеспечивает

$$Q_{max} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \alpha_1\alpha_2}}. \tag{1.54}$$

При параметрических чувствительностях

$$S_{C_1}^{Q} = S_{C_2}^{Q} = S_{h_{11.1}}^{Q} = S_{h_{11.2}}^{Q} = S_{h_{11.3}}^{Q} = 0, \tag{1.55}$$

$$S_{C_1}^{K_0} = -S_{C_2}^{K_0} = S_{h_{11.2}}^{K_0} = -S_{h_{11.1}}^{K_0} = S_{h_{11.3}}^{K_0} = \frac{1}{2}. \tag{1.56}$$

Кроме этого, схема ИУ рис. 1.29 может иметь $\tau_1 = \tau_2$, что способствует увеличению её динамичного диапазона. В этом случае

$$Q = \frac{1}{2 - \alpha_1 \alpha_2 R_1 / h_{11.1}}. \qquad (1.57)$$

Следовательно, выполнение условия $R_1 = 2h_{11.1}$ (в коллекторной цепи транзистора *VT*1 используется два прямосмещенных перехода) обеспечивает реализацию высокой добротности

$$Q = \frac{1}{2(1 - \alpha_1 \alpha_2)}, \qquad (1.58)$$

которая определяется статическим коэффициентом усиления по току базы β используемых транзисторов.

Важной особенностью схемы является возможность режимной настройки её частоты квазирезонанса f_0. Как видно из (1.49) при условии, что $h_{11.i} \approx \varphi_m / I_э$

$$f_0 \approx \frac{I_1}{2\pi\varphi_т \sqrt{C_1 C_2}\sqrt{1 + I_1 / I_2}}, \qquad (1.59)$$

где I_i – ток i-го токостабилизирующего двухполюсника.

Как видно из полученного соотношения, токи I_1 и I_2 могут использоваться и для цепей реализации перестраиваемого ИУ с коррекцией закона управления.

При этом частота квазирезонанса (1.50) и её параметрическая чувствительность сохраняются неизменными.

Как видно из рис. 1.30, на котором показана практическая реализация схемы рис. 1.29, сформулированные выше условия легко реализуются на базе входного преобразователя «напряжение-ток» (дифференциального каскада), обеспечивающего преобразование входного напряжения $u_{вх}$ во входной ток $i_{вх.1}$ избирательного усилителя.

На рис. 1.30 показана схема ИУ, в которой коллектор входного транзистора *VT*2 соединен с эмиттером согласующего транзистора *VT*1 через дополнительный резистор *R*2, а первый вывод токостабилизирующего двухполюсника I_2 с эмиттером выходного транзистора *VT*3 через дополнительный резистор *R*3.

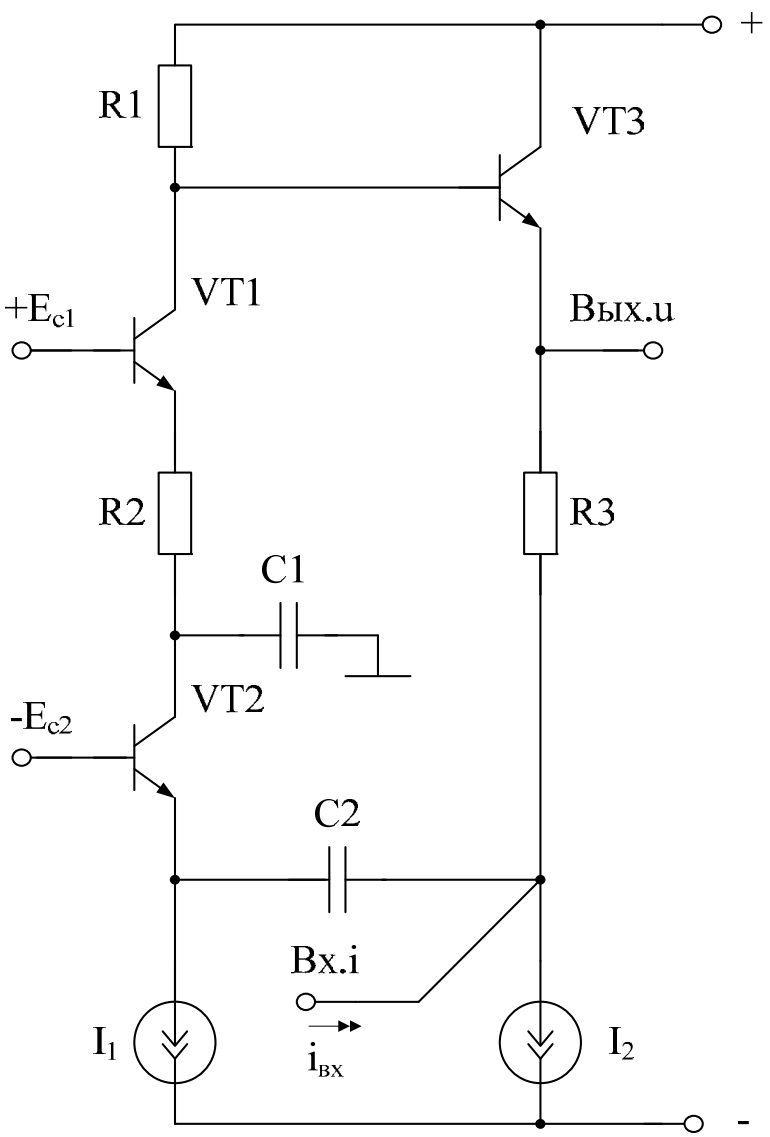


Рис. 1.30. *Первая практическая схема предлагаемого избирательного усилителя*

На рис. 1.31 показан ИУ рис. 1.30, в котором используется преобразователь *НТ*1 входного напряжения $u_{вх}$ во входной ток $i_{вх}$ устройства, а также показано конкретное исполнение источников дополнительных напряжений, которые в частном случае реализованы на *p-n* переходах *VDN*1 и резисторе *R*4.

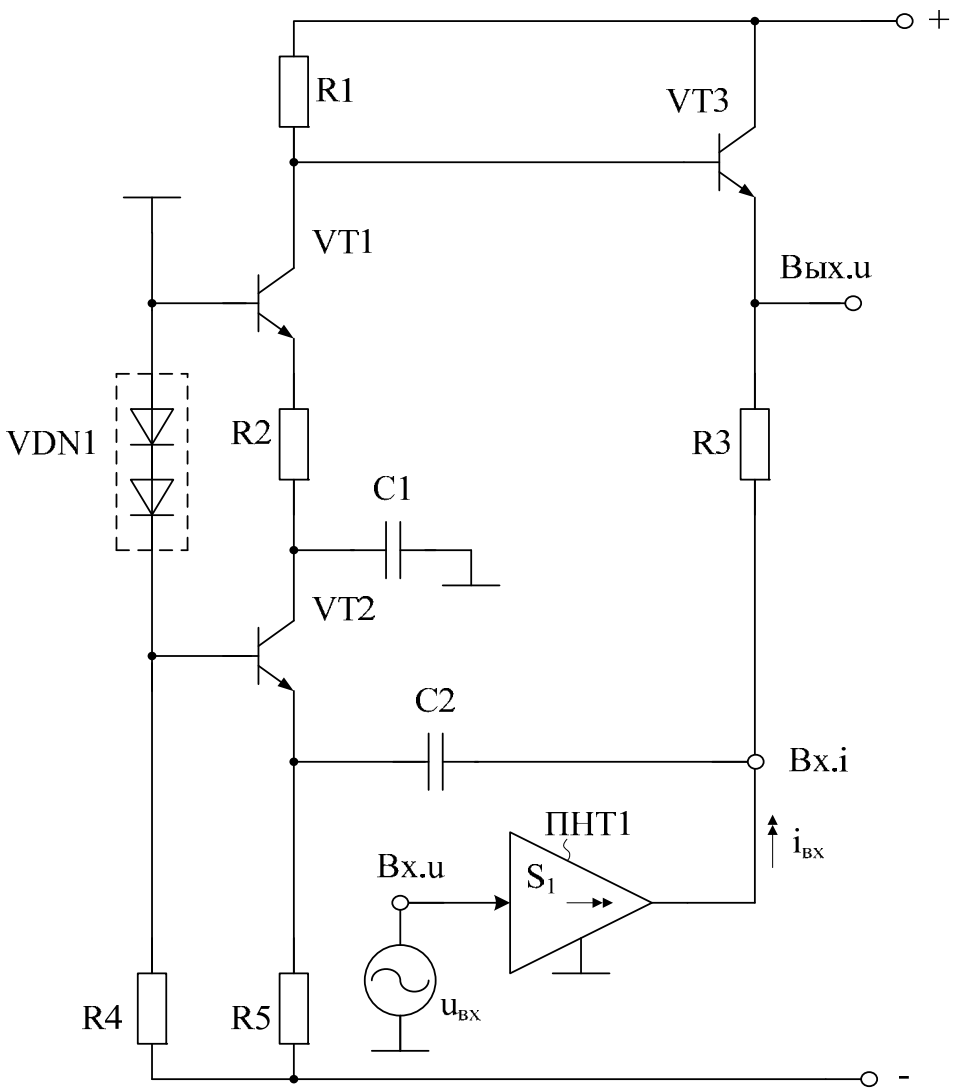


Рис. 1.31. *Вторая практическая реализация предлагаемого ИУ*

На рис. 1.32 показан ИУ рис. 1.31 (рис. 1.30), в котором преобразователь ПНТ1 входного напряжения $u_{вх}$ во входной ток устройства $i_{вх}$ выполнен на основе дифференциального каскада (элементы *VT*4, *VT*5, I_2).

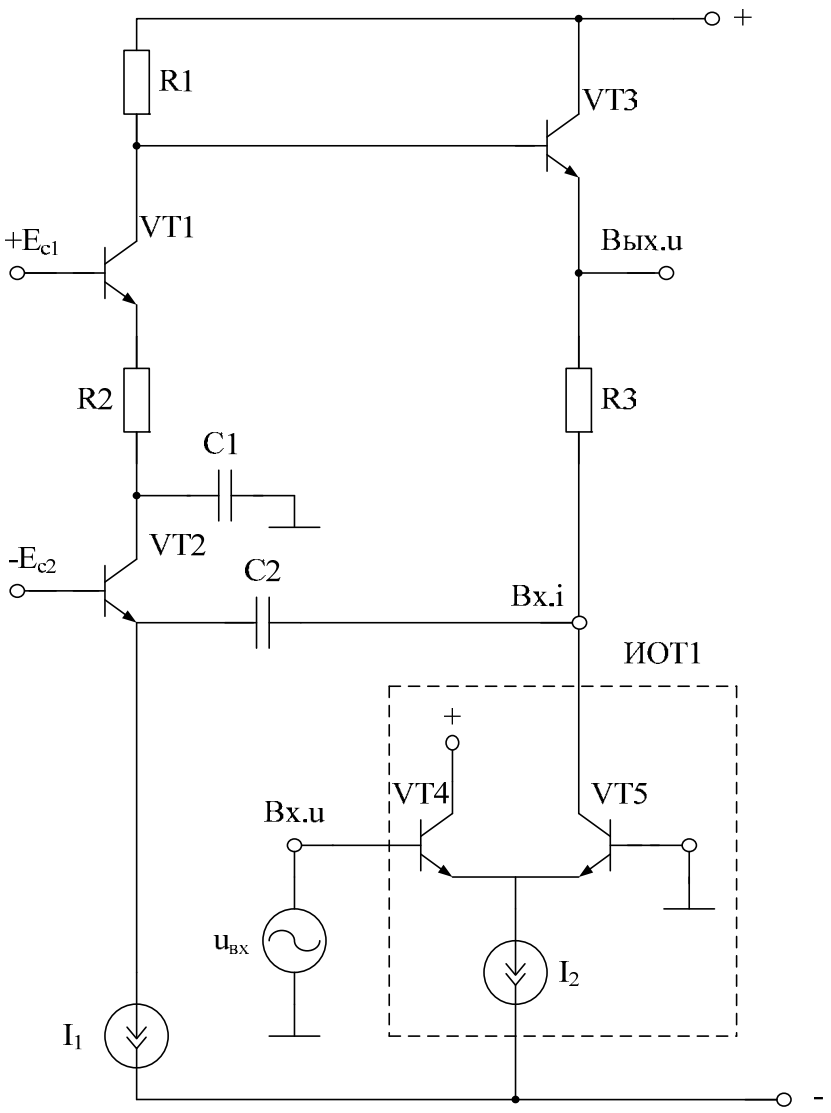


Рис. 1.32. *Третья практическая реализация предлагаемого избирательного усилителя*

На рис. 1.33 приведена схема предлагаемого ИУ рис. 1.32 в среде Cadence на моделях SiGe интегральных транзисторов.

На рис. 1.34 показана зависимость коэффициента усиления по напряжению от частоты ИУ рис. 1.33 в крупном масштабе, а на рис. 1.35 – частотная зависимость коэффициента усиления ИУ рис. 1.33 в более мелком масштабе.

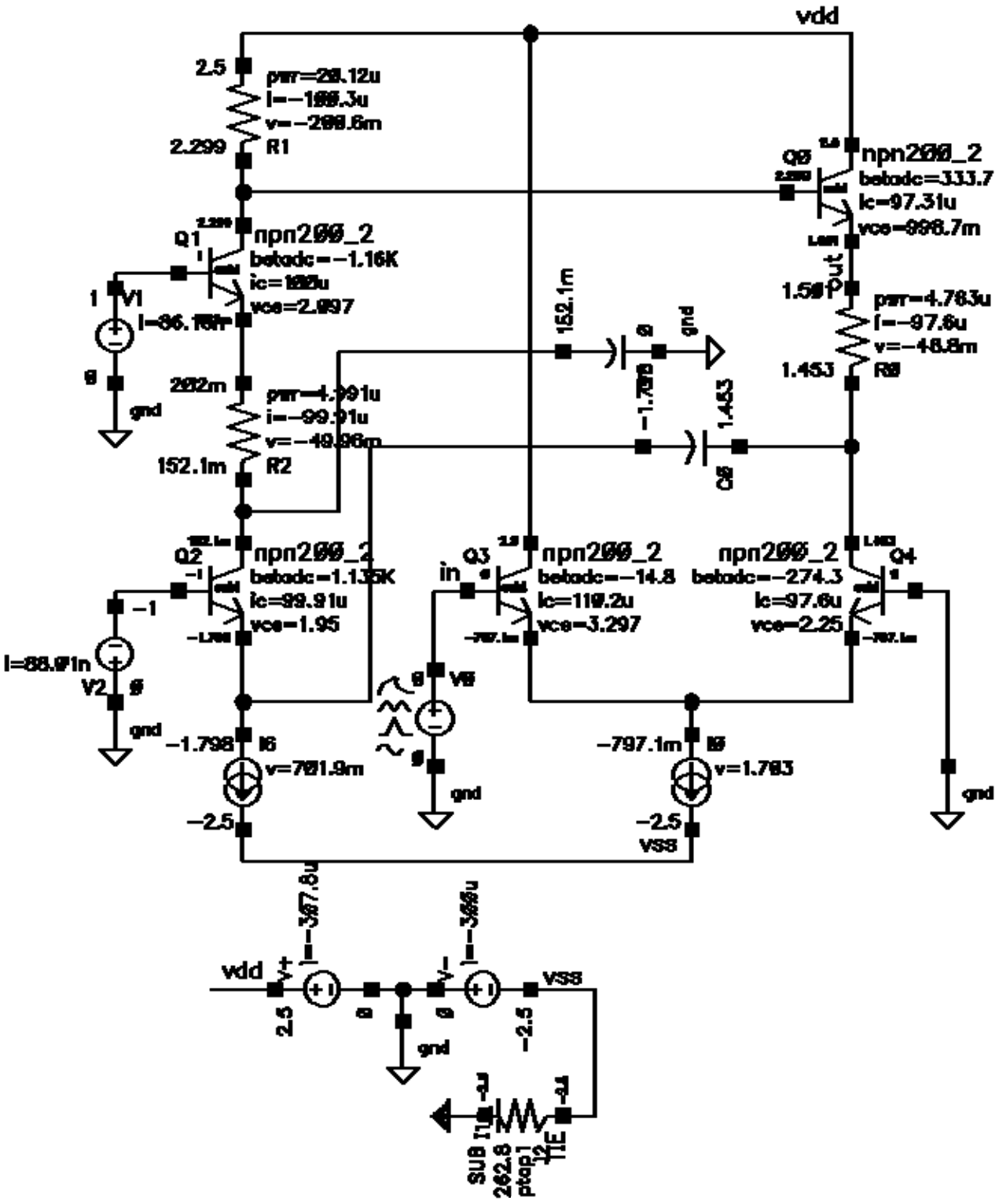


Рис. 1.33. *Схема предлагаемого ИУ в среде Cadence*

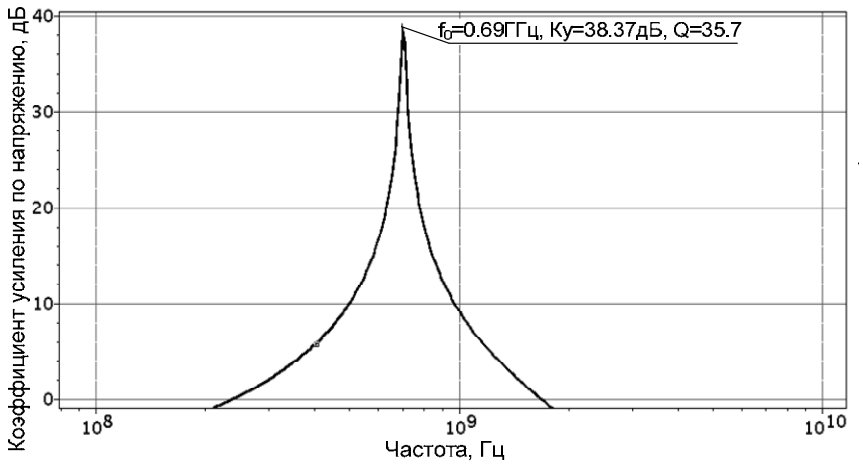


Рис. 1.34. *Частотная зависимость коэффициента усиления по напряжению от частоты ИУ в крупном масштабе*

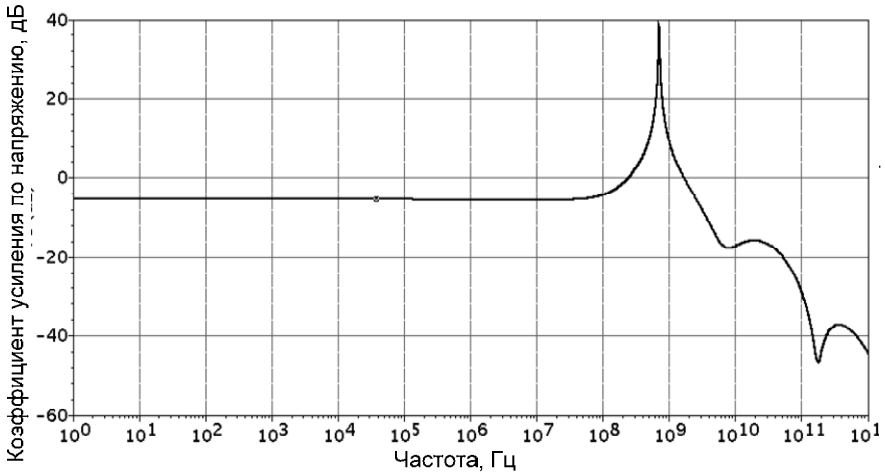


Рис. 1.35. *Частотная зависимость коэффициента усиления по напряжению от частоты ИУ в более мелком масштабе*

Таким образом, рассмотренное схемотехническое решение реализуется в элементном базисе SiGe-техпроцесса и характеризуется высокими значениями коэффициента усиления K_0 на частоте квазирезонанса f_0 и повышенными величинами добротности Q при низкой параметрической чувствительности.

1.3.3. Избирательные усилители с потенциальным входом

Как отмечалось ранее, внедрение конкретных правил проектирования SiGe-микросхем, связанных с радиацией, реализовано в специальном «дизайн ките» (IHP, Германия) [12]. На

основе последних достижений IHP создана библиотека радиационно-стойких элементов [12]. В настоящее время модели активных и пассивных компонентов для учета радиационной деградации находятся в стадии подготовки. Особенно в диапазоне доз и плотности потока нейтронов, обычно наблюдаемых в космических применениях [12]. Результаты радиационных тестов получены для 250 нм SiGe БиКМОП технологии [12]. Эта технология хорошо подходит как для СВЧ монолитных интегральных схем (ИС), так и для смешанных (ASIC) специализированных интегральных схем, ориентированных на применение в космосе и физике высоких энергий до частот 20 ГГц [12].

В этой связи достаточно актуальной представляется разработка схемотехники избирательных усилителей с потенциальным входом, адаптированных на ограничения радиационно-стойких SiGe технологических процессов.

Интегральные операционные усилители со специальными элементами *RC*-коррекции, формирующими амплитудно-частотную характеристику резонансного типа, широко используются в задачах выделения высокочастотных и СВЧ-сигналов. Однако классическое построение таких избирательных усилителей (ИУ) (*RC*-фильтров) [37] сопровождается значительными энергетическими потерями, которые идут в основном на обеспечение статического режима достаточно большого числа вспомогательных, универсальных транзисторов, образующих операционный усилитель СВЧ-диапазона. В этой связи достаточно актуальной является задача построения для SiGe-технологий СВЧ узкоспециализированных избирательных усилителей на транзисторах, обеспечивающих выделение спектра сигналов с достаточно высокой добротностью резонансной характеристики Q=2÷10 и $f_0 = 1 \div 5$ ГГц при малом энегопотреблении.

На рис. 1.36 представлена схема предлагаемого ИУ, который реализован на *n-p-n* транзисторах SiGe-техпроцесса (SGB25VD), обладающего улучшенными показателями по радиационной стойкости.

Источник входного сигнала $u_{вх}$ через входную дифференцирующую цепь, образованную конденсатором *C*1 и резистором *R*1, изменяет через разделительную *RC*-цепь (конденсатор *C*2 и резистор *R*3) эмиттерный ток транзистора *VT*2. Коллекторная нагрузка этого транзистора (резистор *R*2) обеспечивает преобразование этого тока в выходное напряжение ИУ (Вых.u). В силу особенностей нагрузки эмиттерной цепи транзистора *VT*3, образованной резистором *R*4 и конденсатором *C*3 АЧХ ИУ имеет экстремум на частоте квазирезонанса (f_0). Преобразование части выходного напряжения ИУ через конденсатор *C*3 в дополнительный ток эмиттера транзистора *VT*1 способствует реализации контура регенеративной обратной связи. При этом конденсатор *C*3 и входное сопротивление транзистора *VT*1 образуют дифференцирующую цепь, а параллельное (по переменному току) соединение конденсатора *C*1 и

резистора *R*1 – интегрирующую цепь преобразования тока коллектора транзистора *VT*1 в изменения тока эмиттера транзистора *VT*2. Таким образом, характер частотной зависимости вводимого контура обратной связи совпадает с АЧХ и ФЧХ ИУ и, следовательно, действие этой обратной связи направлено на увеличение добротности Q и коэффициента усиления K_0 при неизменной частоте квазирезонанса f_0.

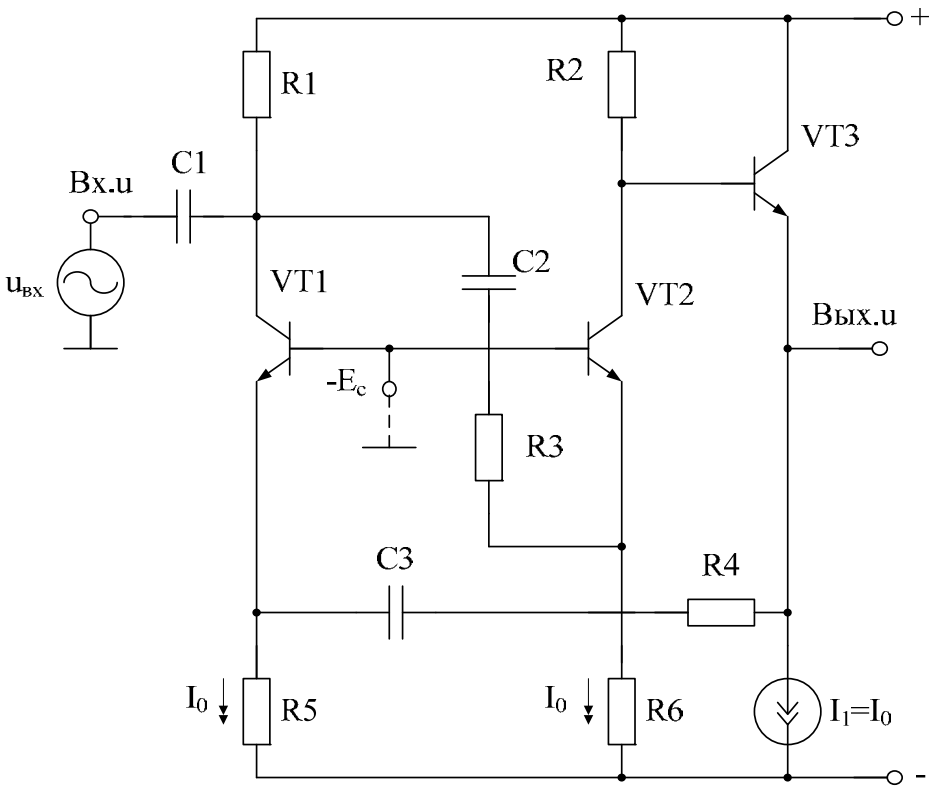


Рис. 1.36. *Схема предлагаемого SiGe избирательного усилителя [37]*

Покажем аналитически, что более высокие значения K_0 и Q в рабочем диапазоне частот реализуются в схеме рис. 1.36.

Действительно, в результате анализа можно найти, что комплексный коэффициент передачи по напряжению ИУ рис. 1.36 определяется по формуле

$$K_{\text{у}}(jf) = K_0 \frac{jf\ \frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf\ \frac{f_0}{Q}}, \tag{1.60}$$

где f – частота сигнала; f_0 – частота квазирезонанса, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_1\tau_2}}$,

$$\tau_1 = C_1R_2(R_3 + h_{11.2})\left[R_1 + R_3 + h_{11.2}\right]^{-1},$$

$$\tau_2 = C_3\left(R_4 + h_{11.1} + h_{11.3}\right), \tag{1.61}$$

K_0 – коэффициент усиления ИУ на частоте f_0,

$$K_0 = \alpha_2 Q \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \cdot \frac{R_2}{R_3}, \tag{1.62}$$

Q – добротность, причём:

$$Q = \left[\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} + (1 - \alpha_1 \alpha_2) \frac{R_2}{R_3 + h_{11.2}} \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \right]^{-1}, \tag{1.63}$$

α_i – коэффициент передачи по току i-го эмиттера транзистора.

Таким образом, численные значения коэффициентов α_1 и α_2 транзисторов *VT*1 и *VT*2, а также соотношение сопротивлений резисторов *R*2 и *R*3 обеспечивают необходимые значения добротности Q и коэффициента усиления K_0 ИУ при постоянном (неизменном) значении его частоты квазирезонанса f_0 (1.61).

Важнейшим свойством предлагаемой схемы ИУ является возможность параметрической оптимизации её элементной чувствительности при относительно небольшой добротности. Как видно из (1.63) при реализации условий

$$R_2 = R_3 + h_{11.2}, \ \tau_1 = \tau_2 (1 - \alpha_1 \alpha_2), \tag{1.64}$$

добротность достигает значения

$$Q_{\text{opt}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \alpha_1 \alpha_2}}. \tag{1.65}$$

При этом в схеме рис. 1.36 обеспечивается возможность структурной оптимизации как добротности Q, так и её чувствительности. Действительно, в рассматриваемом случае

$$S_{\tau_2}^{Q} = -S_{\tau_1}^{Q} = 0{,}5 \frac{\frac{\tau_1}{\tau_2} - (1 - \alpha_1 \alpha_2)}{\frac{\tau_1}{\tau_2} + (1 - \alpha_1 \alpha_2)}, \tag{1.66}$$

что обеспечивает минимизацию коэффициентов параметрической чувствительности как добротности, так и коэффициента усиления:

$$S_{R_4}^{Q} = S_{R1}^{Q} = 0, \ S_{C_3}^{Q} = S_{C_1}^{Q} = 0, \qquad S_{C_1}^{K_0} = -S_{C_3}^{K_0} = S_{R_4}^{K_0} = -S_{R_1}^{K_0} = \frac{1}{2}. \tag{1.67}$$

При этом частота квазирезонанса (1.61) и её параметрическая чувствительность сохраняются неизменными.

Как видно из рис. 1.37, на котором показана практическая реализация схемы рис. 1.36, сформулированные выше условия легко реализуются на базе однотипных n-p-n биполярных транзисторов.

Данные теоретические выводы подтверждают графики рис. 1.38, 1.39. На рис. 1.38 приведена схема предлагаемого ИУ рис. 1.36 в среде Cadence на моделях SiGe интегральных транзисторов.

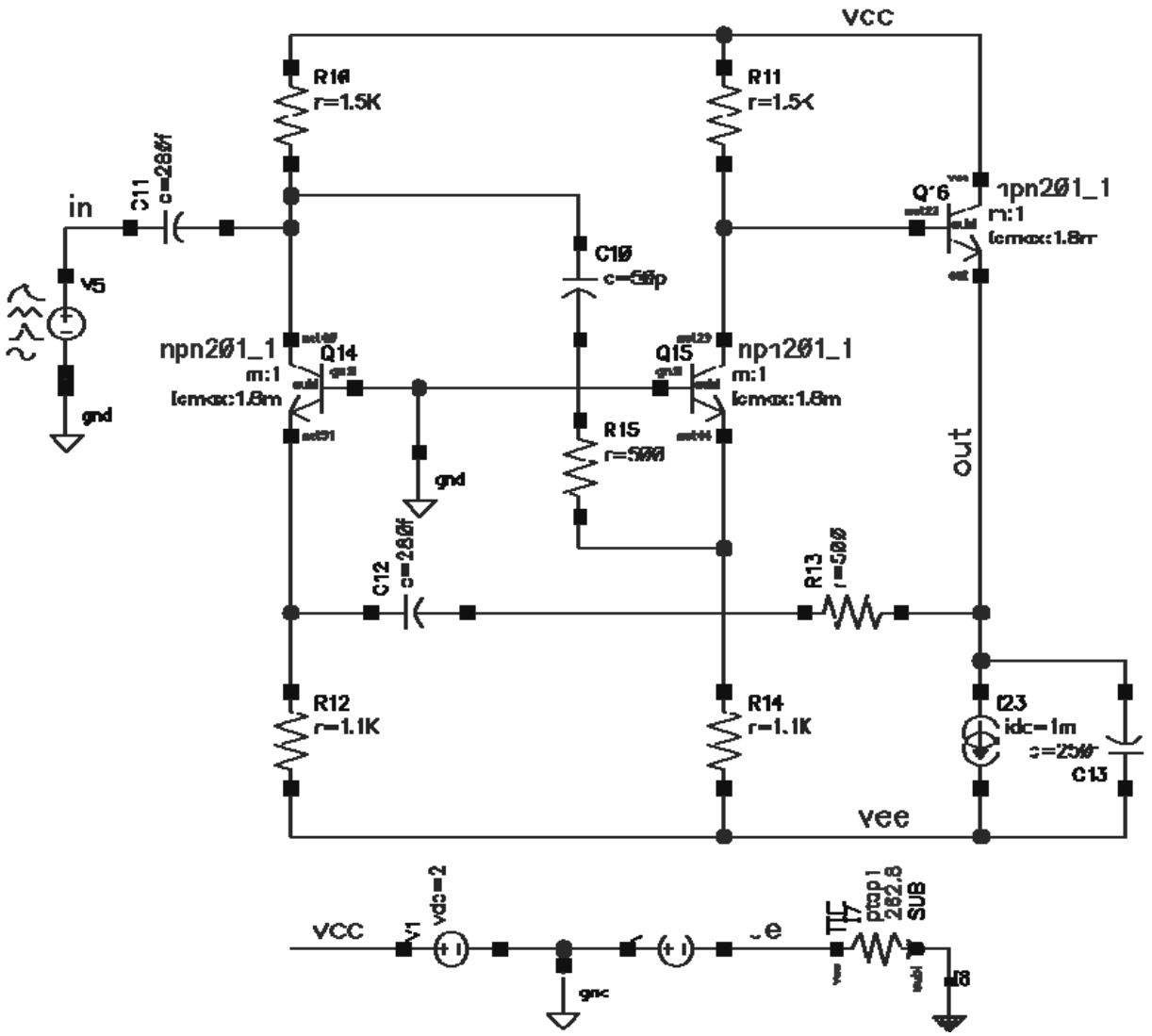


Рис. 1.37. *Схема предлагаемого ИУ в среде Cadence*

На рис. 1.38 показаны зависимости коэффициента усиления по напряжению и фазового сдвига от частоты ИУ рис. 1.37 в крупном масштабе, а на рис. 1.39 – частотная зависимость коэффициента усиления и фазовый сдвиг ИУ рис. 1.37 в более мелком масштабе.

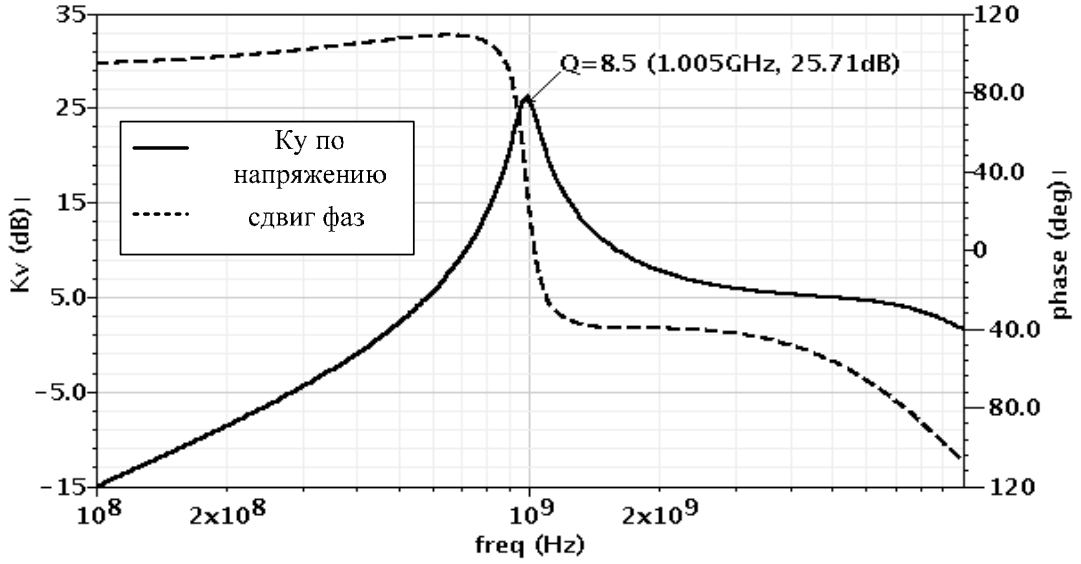


Рис. 1.38. *Частотные зависимости коэффициента усиления по напряжению и фазового сдвига от частоты ИУ в крупном масштабе*

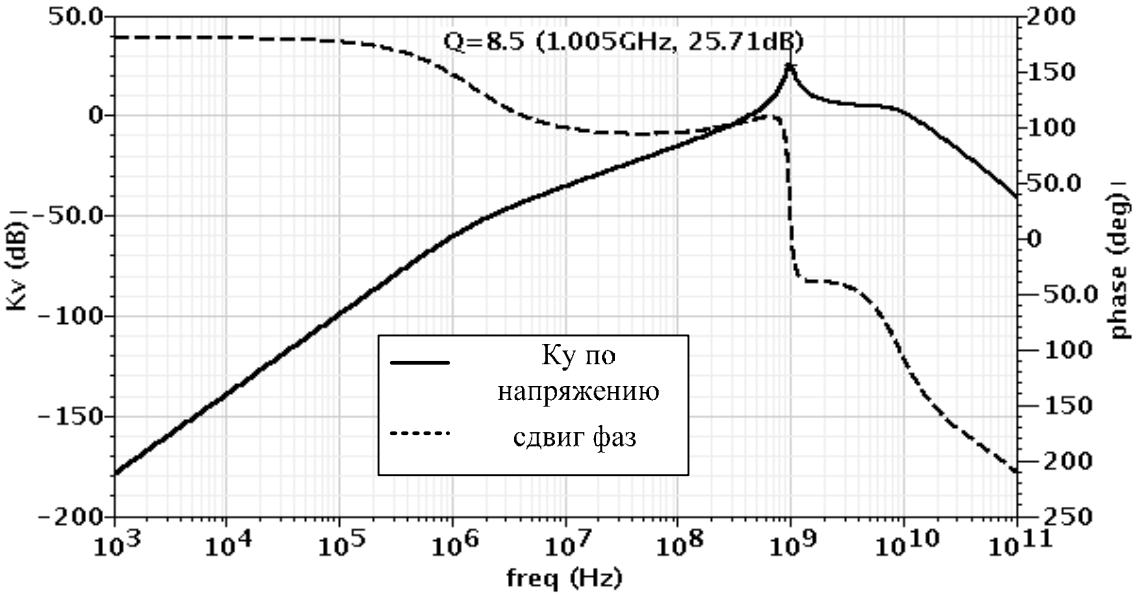


Рис. 1.39. *Частотные зависимости коэффициента усиления по напряжению и фазового сдвига от частоты ИУ в мелком масштабе*

Таким образом, предлагаемое схемотехническое решение ИУ с потенциальным входом, которое относится к радиационно-стойким компонентам, характеризуется достаточно высокими значениями коэффициента усиления K_0 на частоте квазирезонанса f_0 и повышенными величинами добротности Q при низкой параметрической чувствительности и, следовательно, высокой стабильностью его частотных характеристик.

1.4. Избирательные усилители СВЧ диапазона с управляемыми параметрами

В радиотехнических системах связи широкий класс применяемых изделий представляет собой высокоселективные (узкополосные, высокодобротные) избирательные усилители (ИУ). Численное значение добротности (Q) ИУ определяет параметрическую чувствительность амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик [38]. Для расширения диапазона рабочих частот при экономичном режиме работы в качестве активных элементов используются усилители тока [39-41] и регенеративная обратная связь, направленная на увеличение добротности. Именно поэтому параметрическая чувствительность добротности ИУ пропорциональна своей величине.

В случае интегрального исполнения ИУ указанные выше их свойства и высокая технологическая погрешность элементов требуют специальных мер функциональной настройки как частоты полюса (f_p), так и добротности.

Анализ литературных источников [38-43] показывает, что наиболее перспективным функциональным узлом избирательных усилителей с управляемыми параметрами является ячейка Гильберта [38]. Её основное достоинство – возможность электронного управления коэффициентом усиления по току, который может принимать как отрицательное, так и положительное значения.

1.4.1. Полосовые фильтры на основе усилителей тока

Структурная схема перестраиваемого ИУ, содержащего входной преобразователь «напряжение-ток» (ПНТ) и усилитель тока УТ1, в качестве которого используется каскад Гильберта, приведена на рис. 1.40 [39].

Основные параметры полюса этой структуры определяются из следующих соотношений:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1(R_2 + r_{вх})C_1C_2}}, \tag{1.68}$$

$$Q = [K_i D_0 + D_p(1 - K_i)]^{-1}, \tag{1.69}$$

$$K_0 = -SQ\sqrt{R_1(R_2 + r_{вх})}k, \tag{1.70}$$

где f_0 – частота квазирезонанса ИУ; D_0, $D_\text{р}$ – затухание нуля и полюса пассивной RC-цепи; $r_\text{вх}$ – входное сопротивление УТ1; S, K_i – крутизна усиления входного преобразователя (ПНТ) напряжение-ток (S) и коэффициент усиления по току УТ1; Q – добротность АЧХ; K_0 – коэффициент усиления на частоте квазирезонанса.

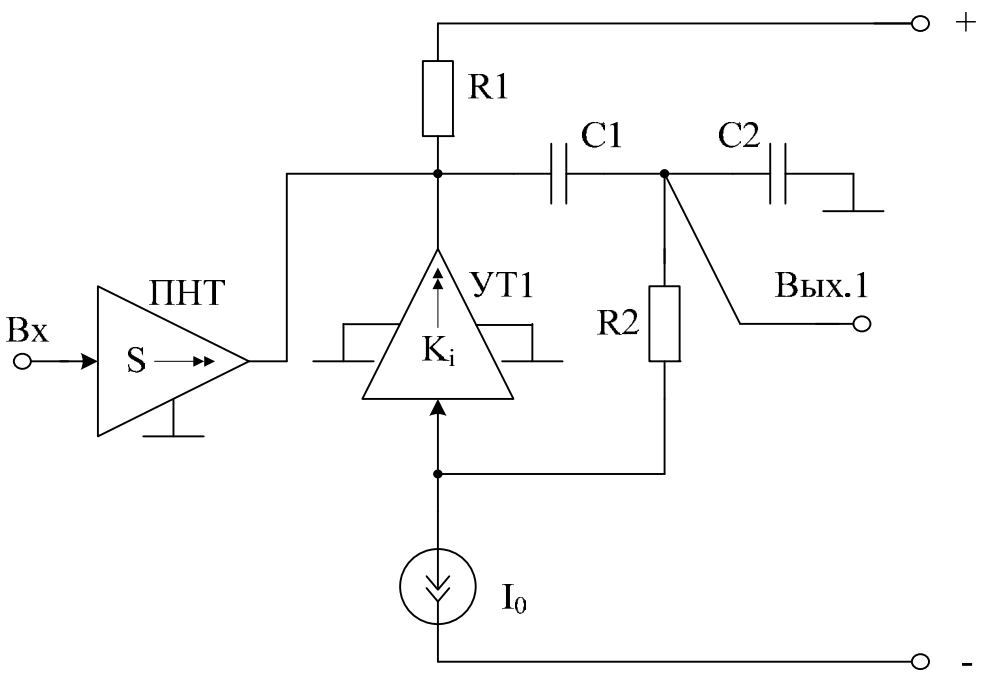


Рис. 1.40. *Обобщённая структура избирательного усилителя на базе усилителя тока УТ1 [39]*

В приведённых соотношениях использованы формулы, характеризующие затухание нуля (D_0) и полюса (D_p) пассивной *RC*-цепи:

$$D_0 = m(k + 1/k),\ D_p = D_0 + \frac{1}{mk}, \tag{1.71}$$

где $m = \sqrt{(R_2 + r_{вх})/\mathrm{R}_1}$, $k = \sqrt{C_1 / C_2}$.

Таким образом, добротность ИУ рис. 1.40

$$Q = \left[D_0 + \frac{1}{mk}(1 - K_i) \right]^{-1}. \tag{1.72}$$

Поэтому параметрическая чувствительность добротности к изменению коэффициента передачи УТ1 зависит от коэффициента усиления K_i и параметров проектирования схемы m и k:

$$S_{K_i}^{Q} = Q\frac{K_i}{mk}.$$

Эти же параметры определяют степень влияния частоты единичного усиления усилителя тока (f_1). Используя методику [40], можно установить, что относительные изменения частоты полюса (δf_0) и добротности (δQ), вызванные конечностью этого параметра, и параметрические чувствительности определяются по формулам:

$$\delta f_0 = -\delta Q = -\frac{1}{2}\frac{f_0}{f_1} K_i D_p, \tag{1.73}$$

$$S_{f_1}^{Q} = -S_{f_1}^{f_0} \approx \frac{1}{2}\frac{f_0}{f_1} K_i D_p . \qquad (1.74)$$

Следовательно, для расширения диапазона рабочих частот избирательных усилителей рассматриваемого класса необходимо минимизировать произведение $K_i D_p$.

Из соотношений (1.71) и (1.69) следует, что минимизация влияния f_1 требует оптимального выбора параметров проектирования m и k при заданной добротности Q. В случае построения высокодобротных избирательных усилителей это требует минимизации функции

$$\Psi = K_i D_p = \frac{\left[m^2(k^2+1)+1\right]^2}{mk}, \qquad (1.75)$$

которая однозначно влияет на относительные изменения чувствительности и параметров полюса

$$\delta f_0 = -\delta Q = S_{f_1}^{f_0} = -S_{f_1}^{Q} = \frac{1}{2}\frac{f_0}{f_1}\Psi . \qquad (1.76)$$

При $m_{opt} = 1/\sqrt{3(k_2+1)}$ данная функция принимает минимальное значение:

$$\Psi_{min} = 2{,}3\sqrt{1+\frac{1}{k^2}} . \qquad (1.77)$$

Например, при $m = 0{,}26$, $k = 2$ получаем, что $\Psi_{\min} = 2{,}57$, а требуемое значение коэффициента усиления по току УТ1, который можно реализовать относительно простыми средствами [41],

$$K_i = 1{,}338 - 0{,}52/Q . \qquad (1.78)$$

Для сравнения отметим, что использование наиболее распространённого случая $m = k = 1$ (равноминальность RC-цепи) приводит к численному значению $\psi = 9$, т.е. к более чем трёхкратному увеличению влияния частоты единичного усиления.

Приведённая на рис. 1.41 функциональная зависимость Ψ от параметров проектирования m и k показывает при решении практических задач, что существует область компромисса в выборе m и k при сохранении минимального значения целевой функции Ψ.

В этом случае требуемое значение коэффициента усиления по току K_i определяется из соотношения

$$K_i = 1 + m^2(k^2+1) - mkD_p . \qquad (1.79)$$

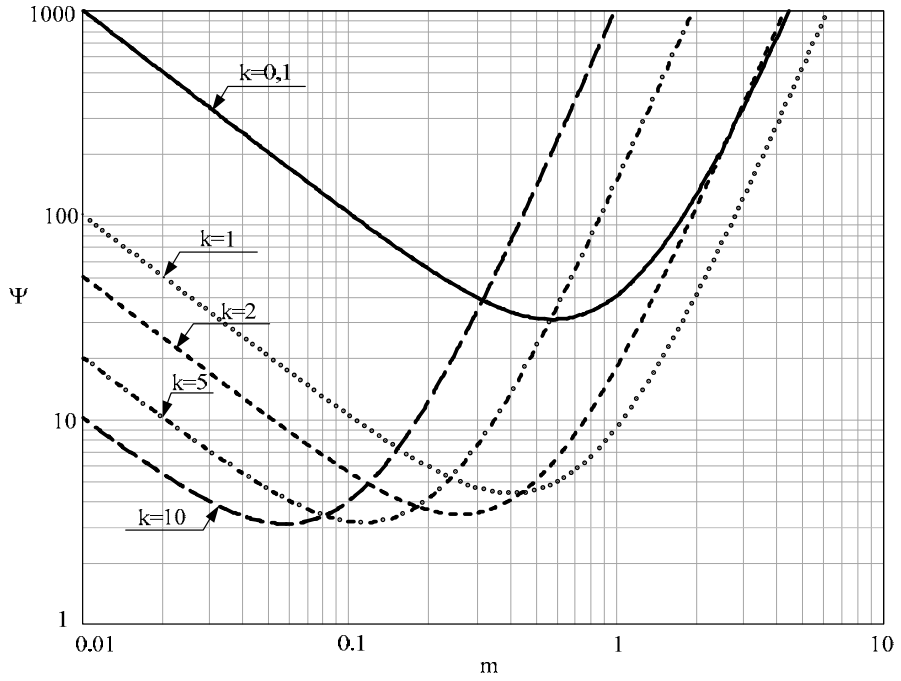


Рис. 1.41. *Зависимость целевой функции* Ψ *(показателя качества) от параметров проектирования избирательных усилителей* m *и* k

Характерный для неинвертирующих усилителей тока разностный принцип реализации добротности полюса повышает параметрическую чувствительность к нестабильности пассивных элементов структуры:

$$S_{R_1}^{Q} = -S_{R_2+r_{вх}}^{Q} \approx Q\frac{1-K_i}{mk} = Qm(k+\frac{1}{k}). \qquad (1.80)$$

$$S_{C_2}^{Q} = -S_{C_1}^{Q} \approx \frac{Q}{2}\left[m(k-\frac{1}{k}) - \frac{1-K_i}{mk}\right] = Q\left[mk - \frac{d_p}{2})\right]. \qquad (1.81)$$

При этом чувствительность частоты полюса в силу симметрии частотных характеристик RC-цепи остаётся неизменной:

$$S_{R_1}^{f_p} = S_{R_2+r_{вх}}^{f_p} = S_{C_1}^{f_p} = S_{C_2}^{f_p} = -\frac{1}{2}. \qquad (1.82)$$

Приведённые соотношения показывают, что в рассматриваемой структуре избирательного усилителя возможна функциональная настройка его основных параметров. Зависимость $f_p=f_0$ от входного сопротивления усилителя тока $r_{вх}$ позволяет за счёт изменения режима работы его входной цепи (цифроуправляемый источник тока) обеспечить необходимое значение частоты настройки. Возникающее при этом изменение добротности в совокупности с другими технологическими факторами целесообразно устранить изменением коэффициента усиления K_i усилителя тока УТ1. При этом, как следует из (1.74), (1.82), отклонение f_p не

может быть существенным и зависит только от рационального выбора параметров проектирования *m* и *k*.

1.4.2. Практическая схема ИУ на основе модифицированного каскада Гильберта

Для успешного решения общей задачи необходимо, как это было показано выше, применение усилителя тока с коэффициентом передачи K_i>1 и независимым управлением входного сопротивления $r_{вх}$ и коэффициента усиления K_i. Возможный вариант реализации такого устройства показан на рис. 1.42 [39].

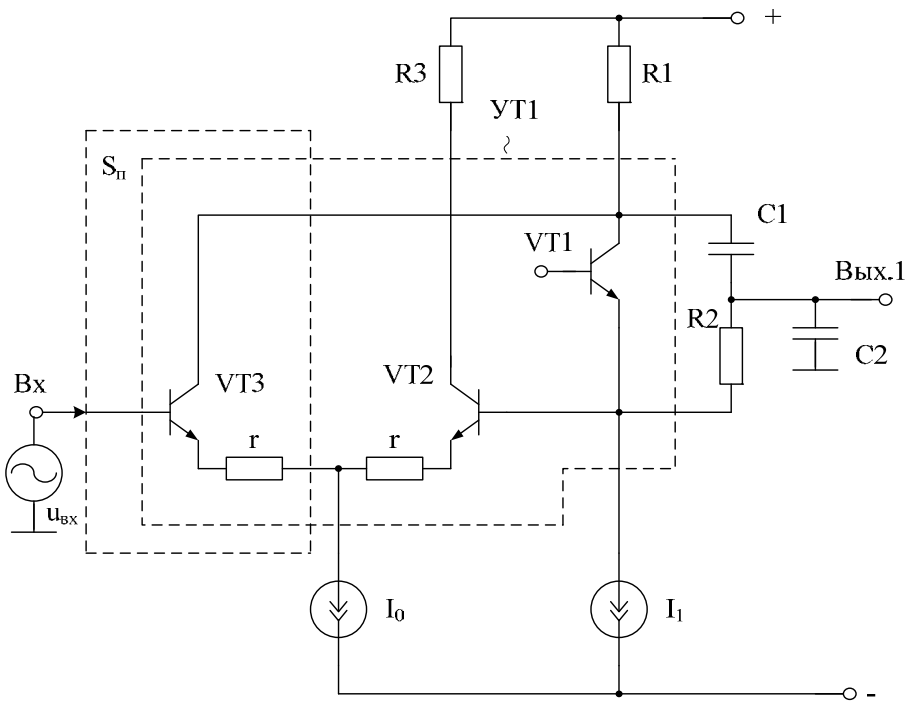


Рис. 1.42. *Упрощённая принципиальная схема избирательного усилителя*

В этой схеме

$$K_{\text{i}} = \alpha_1 + \alpha_3 \frac{h_{11.1}}{2(r + h_{11.3})},\ r_{\text{вх}} = h_{11.1},\ S_{\text{п}} = \alpha_3/(2r + h_{11.3} + h_{11.2}), \qquad (1.83)$$

где $S_{\text{п}}$ – крутизна входного преобразователя «напряжение-ток»; α_{i}, $h_{11.i}$ – малосигнальные параметры *i*-го транзистора; *r* – сопротивления в цепи эмиттера транзисторов *VT*3 и *VT*2.

Следовательно,

$$r_{\text{вх}} = \frac{\varphi_{\text{т}}}{I_1}, \qquad K_i = \alpha_1 + \frac{\alpha_3}{2}\frac{I_0}{I_1}\frac{1}{2 + \text{r}I_0/\varphi_{\text{т}}}, \qquad (1.84)$$

где $\varphi_{\text{т}} \approx 25$ мВ – температурный потенциал.

Источники тока I_0 и I_1 легко реализуются на базе транзисторов SiGe-техпроцесса. Возможно также цифровое управление этими режимными токами и, следовательно, частотой и добротностью полюса ИУ. Учитывая взаимосвязь реализуемой добротности и коэффициента усиления (1.70), а также влияние I_0 на крутизну входного преобразователя «напряжение-ток» $S_{\text{п}}$, следует отметить, что увеличение Q приводит и к увеличению коэффициента усиления K_0 на частоте квазирезонанса f_0. На рис. 1.43 показана принципиальная схема звена *RC*-фильтра в САПР Agilent ADS на моделях SiGe-транзисторов, SiGe-технологии с проектными нормами 0,25 мкм.

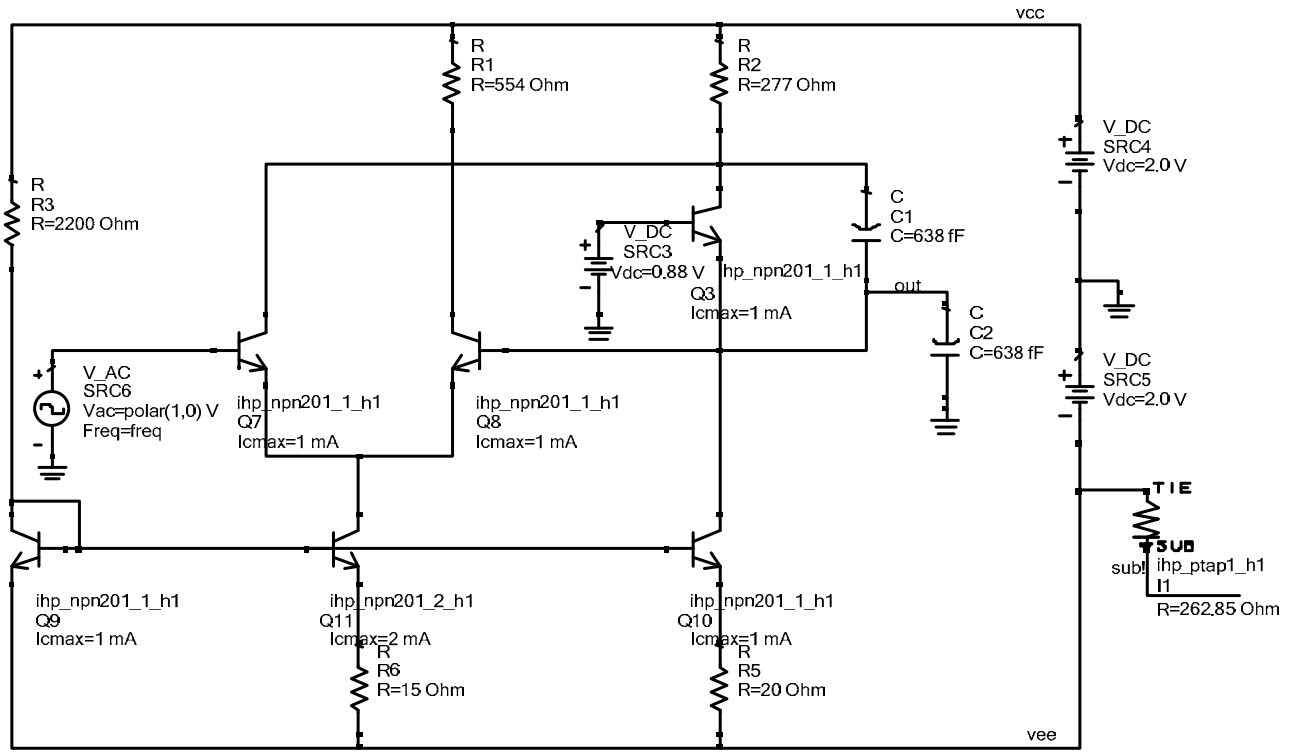


Рис. 1.43. *Принципиальная схема звена RC-фильтра (рис. 1.42) в САПР Agilent ADS*

Результаты моделирования схемы при различном режимном токе *VT*1 (I_1) приведены на рис. 1.44.

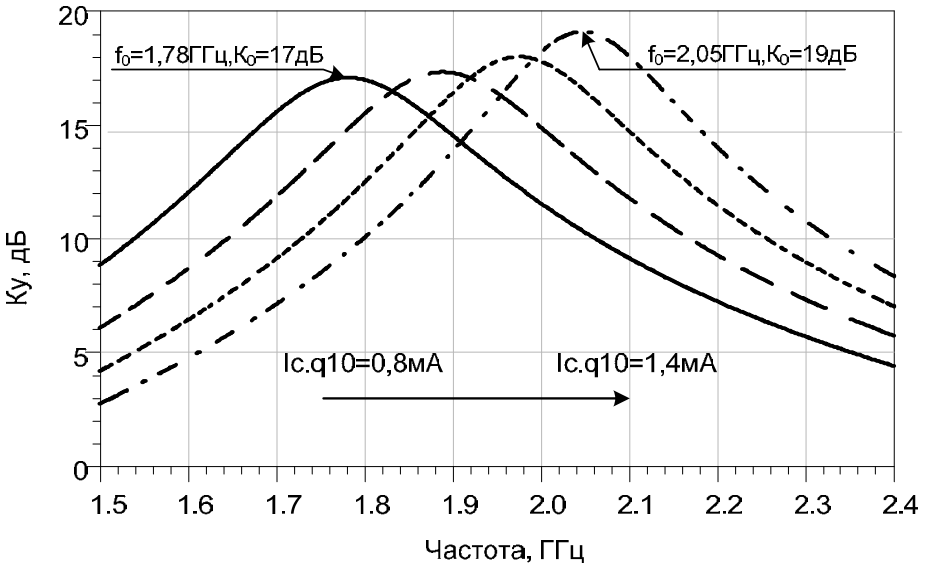


Рис. 1.44. *Амплитудно-частотные характеристики звена активного СВЧ-фильтра с перестройкой f_0*

Они показывают, что изменение этого тока от 0,8 до 1,4 мА обеспечивает изменение частоты полюса на 15%, что вполне достаточно для компенсации влияния технологических погрешностей изготовления всех компонентов. Как и отмечалось выше, это приводит к изменению добротности звена, которое легко восстанавливается изменением режимного тока дифференциального каскада I_0. Как видно из (1.74), (1.84) и рис. 1.45, изменение реализуемого Q более чем на порядок приводит к изменению f_0 за счёт влияния частоты единичного усиления на 1,58%.

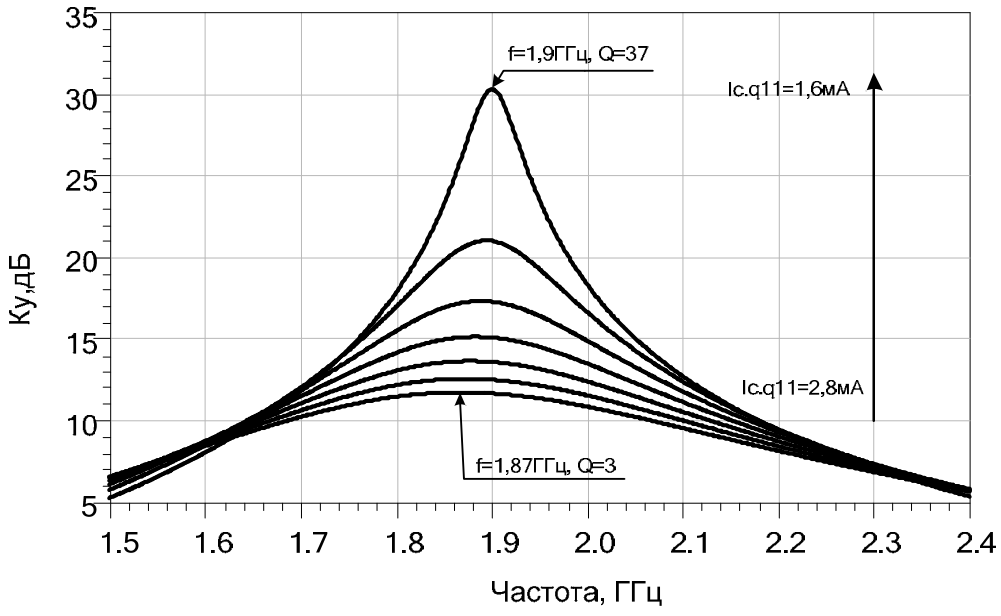


Рис. 1.45. *Амплитудно-частотная характеристика звена активного СВЧ-фильтра с полосовой перестройкой*

1.4.3. Полосовые фильтры с высоким ослаблением сигнала в области низких частот

Для реализации полосового фильтра второго порядка с управляемыми параметрами, при ограничениях на потребляемый ток и число используемых компонентов разработана [44] принципиальная схема на базе *n-p-n* биполярных транзисторов (рис. 1.46).

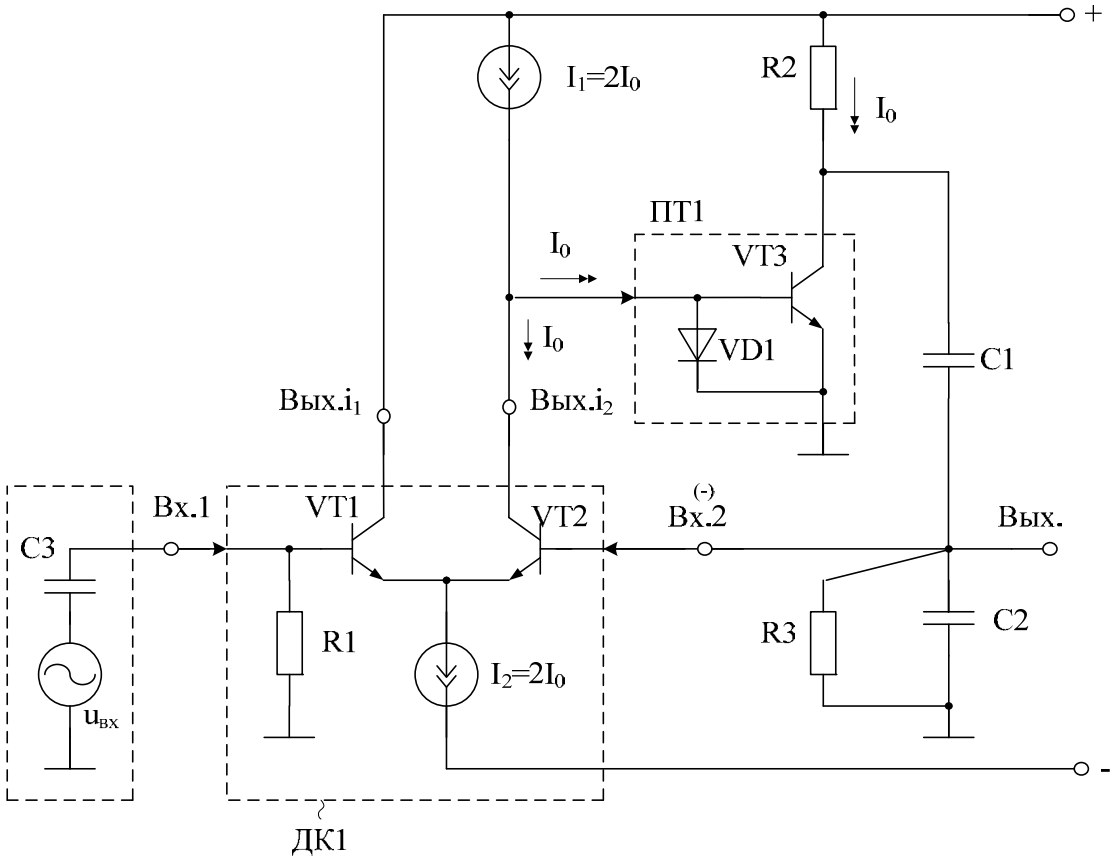


Рис. 1.46. *Схема звена с управляемыми параметрами [44]*

В схеме на рис. 1.46 входной дифференциальный каскад ДК1 реализован на транзисторах *VT*1 и *VT*2, а также источнике тока I_2. Резистор *R*1 устанавливает статический режим транзистора *VT*1. Источник входного напряжения $u_{вх}$ содержит входную э.д.с. и разделительный конденсатор *C*3. Токовое зеркало ПТ1 выполнено по традиционной схеме и содержит *p-n* переход *VD*1 и транзистор *VT*3, база которого является токовым входом.

На рис. 1.47 приведен ИУ с повышенным затуханием выходного сигнала в области низких частот с конкретным выполнением входного дифференциального каскада ДК1 на полевых транзисторах *VT*1, *VT*2, объединенные истоки которых соединены с отрицательной шиной источника питания через вспомогательный токостабилизирующий двухполюсник I_1.

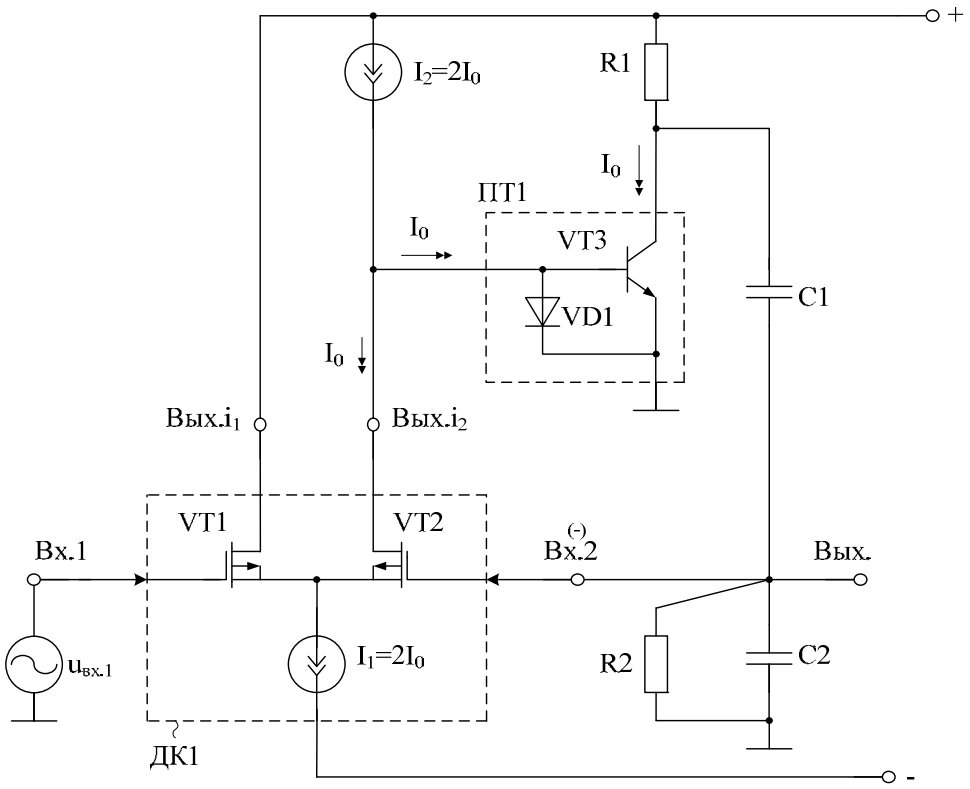


Рис. 1.47. *Схема фильтра с повышенным затуханием выходного сигнала в области низких частот [44]*

Источник входного сигнала $u_{вх}$ изменяет токи дифференциальной пары, реализованной на транзисторах *VT*1 и *VT*2. Изменение тока стока транзистора *VT*2 вызывает изменение входного тока токового зеркала ПТ1 и коллекторного тока биполярного транзистора *VT*3. Характер коллекторной нагрузки этого транзистора, образованной резисторами *R*1, *R*2 и конденсаторами *C*1, *C*2, приводит к частотной зависимости напряжения на резисторе *R*2, соответствующей АЧХ и ФЧХ избирательного усилителя. Действительно, влияние емкостного делителя на конденсаторах *C*1 и *C*2 ослабляет токи резистора *R*2 в диапазонах нижних и верхних частот в окрестности частоты квазирезонанса f_0. Выходное напряжение ИУ дифференциально взаимодействует с входным напряжением $u_{вх}$ и изменяет ток стока транзистора *VT*2 и, следовательно, тока коллектора транзистора *VT*3. Таким образом, подключение выходной цепи ИУ к затвору транзистора *VT*2 реализует в схеме контур обратной связи, частотная зависимость которого соответствует характеристике полосового фильтра. Глубина этой обратной связи (ОС) максимальна только на одной частоте, которая соответствует частоте квазирезонанса (f_0) ИУ. В силу регенеративных свойств этой ОС увеличивается добротность (Q) и коэффициент усиления ИУ (K_0) без изменения частоты квазирезонанса f_0.

Комплексный коэффициент передачи ИУ рис. 1.47 как отношение выходного напряжения $u_{\text{вых.}}$ (Вых.) к входному напряжению $u_{\text{вх}}$ определяется формулой, которую можно получить с помощью методов анализа электронных схем

$$K(jf)=\frac{u_{\text{вых.}}}{u_{\text{вх}}}=K_0\frac{jf\dfrac{f_0}{Q}}{f_0^2-f^2+jf\dfrac{f_0}{Q}}, \tag{1.85}$$

где f – частота входного сигнала; f_0 – частота квазирезонанса схемы; Q – добротность полюса; K_0 – коэффициент усиления схемы по напряжению на частоте квазирезонанса f_0. Причем

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}, \tag{1.86}$$

$$Q^{-1}=d_p=\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}+\left(\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}+\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}\right)+\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}(1-SR_2), \tag{1.87}$$

$$K_0=Q\cdot S\sqrt{R_1R_2}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}, \tag{1.88}$$

где R_1, R_2 (C_1, C_2) – сопротивления (емкости) элементов $R1$ и $R2$ ($C1$, $C2$);

$$S=\frac{S_1S_2}{S_1+S_2}K_{\text{i1}}\approx\frac{S_0}{2}, \tag{1.89}$$

где $K_{i1}\approx 1$ – коэффициент передачи по току токового зеркала ПТ1; $S_1\approx S_2\approx S_0$ – крутизна транзисторов $VT1$ и $VT2$ входного дифференциального каскада ДК1.

Из формулы (1.88) следует, что изменением эквивалентной крутизны S можно независимо от реализуемого значения f_0 (формула 1.86) осуществить настройку Q схемы на заданное значение. Например, в схеме рис. 1.47 это легко реализуется изменением тока $I_1=2I_0$, так как крутизна транзисторов $S_1\approx S_2\approx S_0$ прямо пропорциональна статическому току истока $I_{\text{и.1}}=I_{\text{и.2}}=I_0$.

Для случая, когда входной дифференциальный каскад ДК1 выполнен на биполярных транзисторах (например, в схеме рис. 1.46), эквивалентная крутизна S (5) определяется по формуле

$$S=\frac{K_{i1}}{r_{\text{э1}}+r_{\text{э2}}}, \tag{1.90}$$

где $r_{\text{э1}}=r_{\text{э2}}=r_{\text{э}}$ – сопротивление эмиттерных переходов транзисторов $VT1$ и $VT2$.

С учетом режимной зависимости $r_{\text{э}}=\varphi_m/I_{\text{э}}$ при $K_{i1}=1$ формулу (1.90) можно упростить:

$$S \approx \frac{I_0}{2\varphi_m}, \tag{1.91}$$

где $\varphi_m = 26$ мВ – температурный потенциал; I_0=0,5I_2 – половина тока двухполюсника I_2.

Таким образом, изменяя ток I_0, можно управлять величиной добротности Q, реализуемой в рассматриваемых схемах.

Кроме этого, важным дополнительным свойством этих схем является относительно небольшое влияние паразитных емкостей транзисторов на основные параметры f_0 и Q. Действительно, для схемы рис. 1.47 можно показать, что относительные изменения основных параметров звена

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = -\frac{1}{2}\left(\frac{C_{\text{вх}}}{C_2} + \frac{C_{\text{вх}}}{C_1} + \frac{C_{\text{п}}}{C_1}\right), \tag{1.92}$$

$$\frac{\Delta d_p}{d_p} = Q\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\sqrt{\frac{C_{\text{вх}}}{C_1}}, \tag{1.93}$$

где $C_{\text{вх}}$ – входная емкость транзистора *VT*2; $C_{\text{п}}$ – емкость на подложку коллекторной цепи транзистора *VT*3 (рис. 1.47).

Структурные свойства схем позволяют оптимизировать параметры фильтров. Если выбрать C_1=C_2=C, то оптимальное отношение $(R_2/R_1)_{opt}$=1/2, и тогда при минимальном значении эквивалентной крутизны S выполняется условие:

$$Q^{-1} = d_p = \sqrt{2}(2 - SR_2). \tag{1.94}$$

В этом случае чувствительности основных параметров схем к нестабильности пассивных элементов схемы оптимизируются:

$$S_{R_1}^{d_p} = -S_{R_1}^{Q} = \frac{Q}{\sqrt{2}}SR_2;\ S_{R_{18}}^{d_p} = -S_{R_2}^{Q} = -\frac{3Q}{\sqrt{2}}SR_2; \tag{1.95}$$

$$S_S^{d_p} = -S_S^{Q} = -Q\sqrt{2}SR_2; \tag{1.96}$$

$$S_{C_2}^{d_p} = -S_{C_1}^{d_p} = -S_{C_2}^{Q} = -S_{C_1}^{Q} = Q\sqrt{2}(1 - SR_2); \tag{1.97}$$

$$S_{C_2}^{f_0} = S_{C_1}^{f_0} = S_{R_1}^{f_0} = S_{R_2}^{f_0} = -\frac{1}{2}. \tag{1.98}$$

В биполярном базисе элементов в схеме рис. 1.46 для уменьшения на низких частотах прямой передачи входного сигнала $u_{\text{вх}}$ по цепи «база транзистора *VT*1 – эмиттер транзистора *VT*1 – эмиттер транзистора *VT*2 – база транзистора *VT*2», зависящей от их коэффициентов

усиления по току базы этих транзисторов ($\beta = 50 \div 200$) нужна дополнительная разделительная емкость *С*3 во входной цепи, которая показана в источнике входного сигнала.

В предлагаемой схеме [44] за счет применения полевых транзисторов *VT*1 и *VT*2 (рис. 1.47) этот эффект значительно ослаблен, а асимптотические затухания на низких частотах малы в связи с отсутствием передачи изменений токов истока транзисторов *VT*1 и *VT*2 в цепь затвора транзистора *VT*2, т.е. на выход устройства.

Аналогичным свойством обладает ИУ рис. 1.48, в котором каскад ДК1 выполнен на составных транзисторах Дарлингтона (*VT*1÷*VT*4).

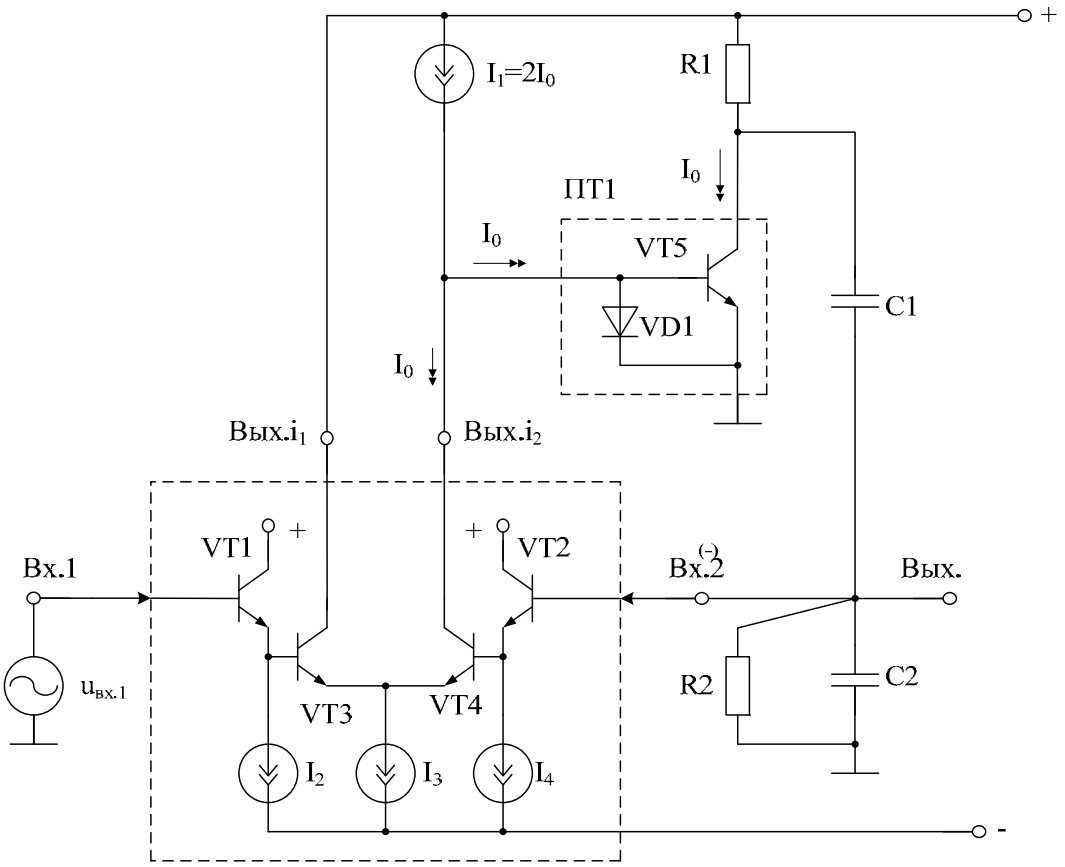


Рис. 1.48. *Схема фильтра с повышенным затуханием в области низких частот и реализацией входного ДК на составных транзисторах Дарлингтона [44]*

На рис. 1.49 представлена схема рис. 1.48 в среде PSpice.

На рис. 1.50 приведен график частотной зависимости коэффициента усиления схемы ИУ рис. 1.49 при следующих параметрах элементов C_1=2,1р, C_2=1,9р, R_1=1КОм, R_2=100Ом. При этом реализуется добротность Q=10.

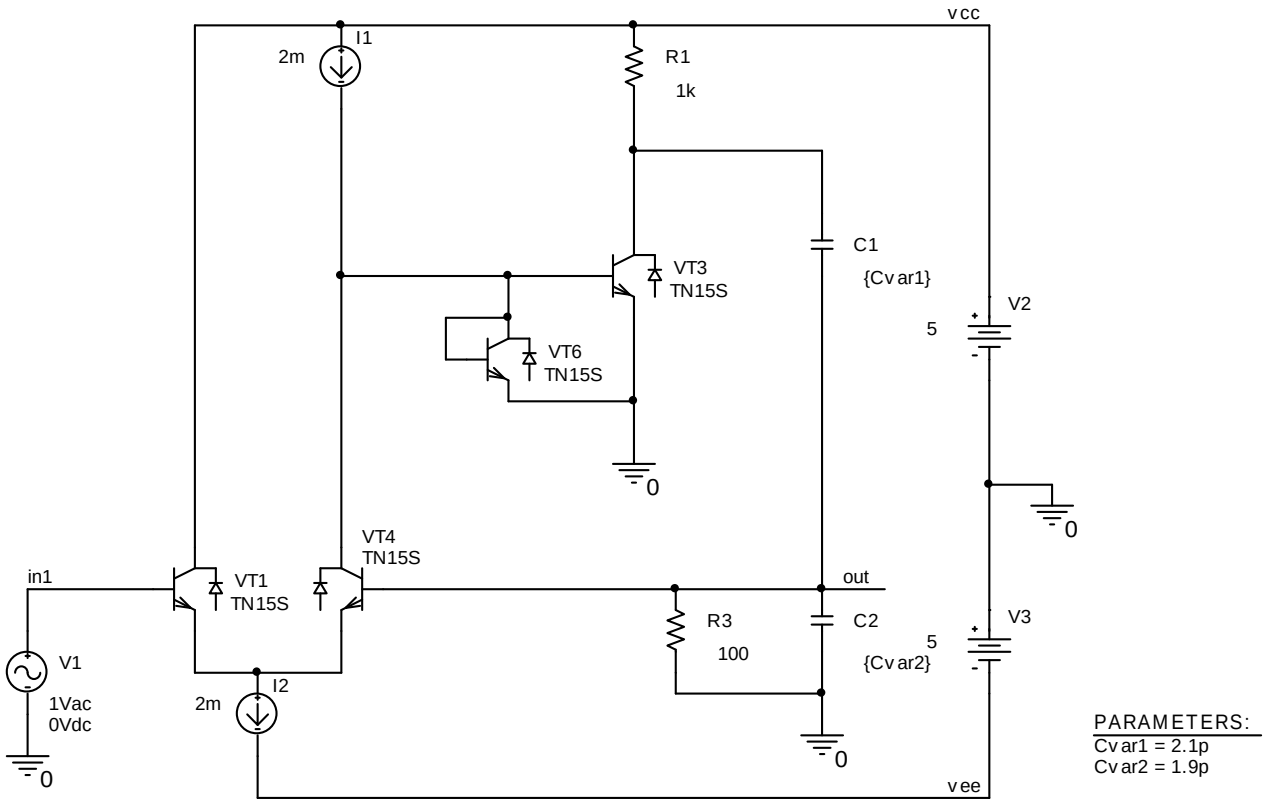


Рис. 1.49. *Схема звена в среде PSpice*

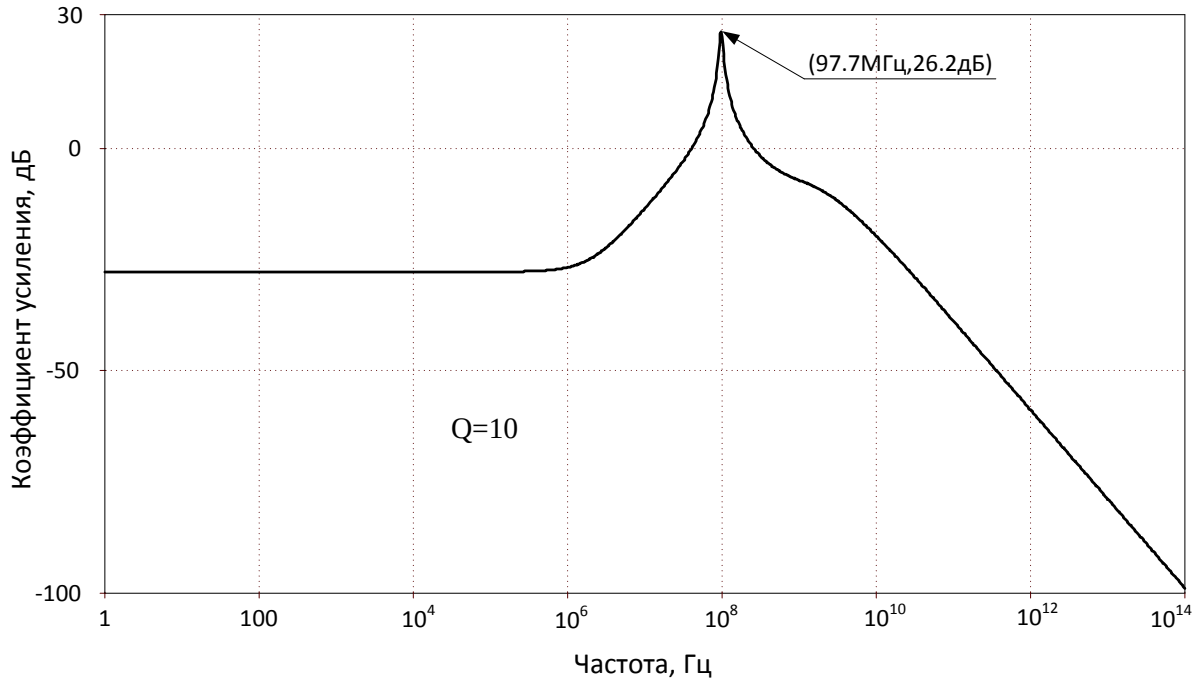


Рис. 1.50. *Частотная зависимость коэффициента усиления схемы рис. 1.49*

На рис. 1.51 показана схема фильтра в среде PSpice для случая, когда источник сигнала $u_{вх}$ связан с базой входного транзистора входного дифференциального каскада через разделительный конденсатор $C3$.

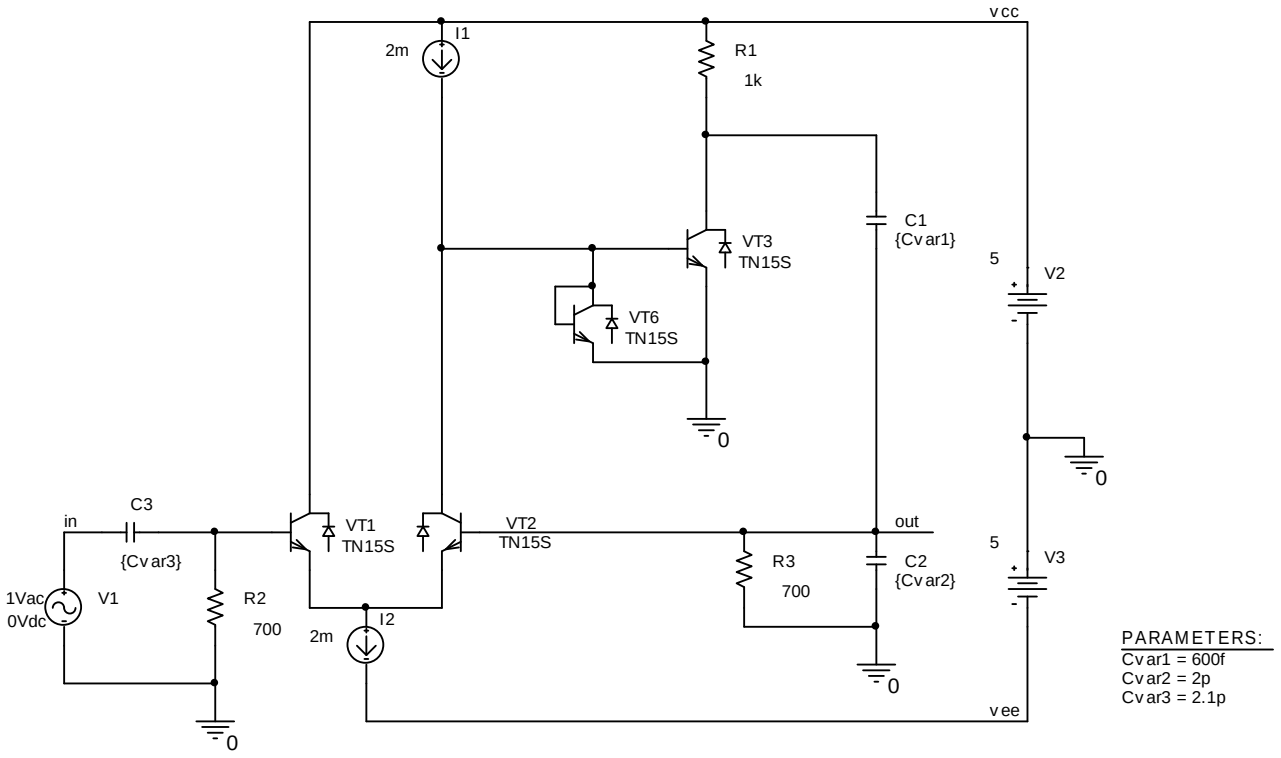


Рис. 1.51. *Схема фильтра рис. 1.46 в среде PSpice*

На рис. 1.52 приведен график частотной зависимости коэффициента усиления схемы рис. 1.51 при C_1=600f, C_2=2p, C_3=2,1p, R_2=R_3=700Ом, R_1=1Ком. При этом реализуемая добротность Q=163.

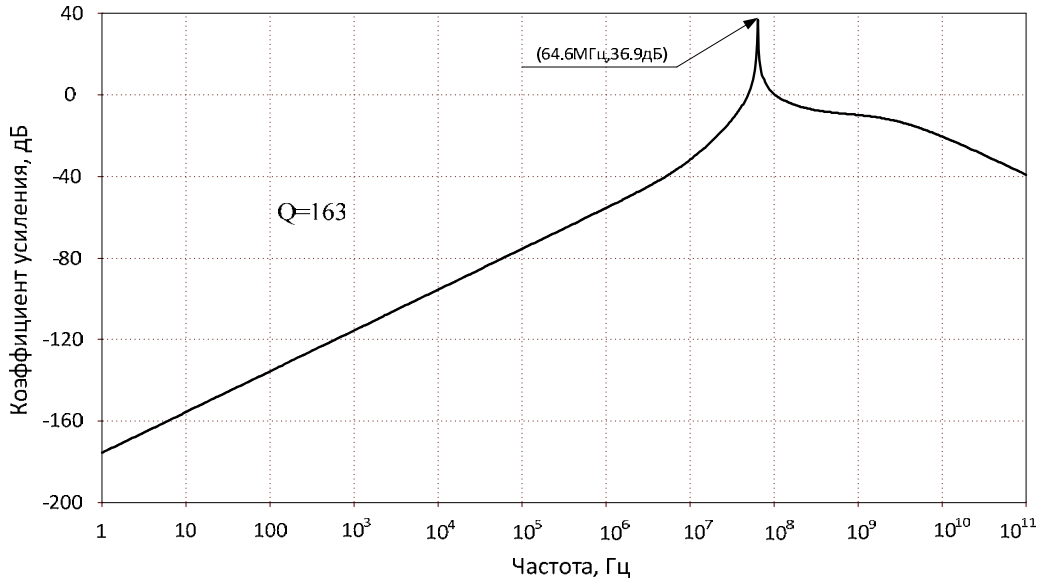


Рис. 1.52. *Частотная зависимость коэффициента усиления схемы рис. 1.51*

На рис. 1.53 представлена схема фильтра рис. 1.48 в среде PSpice на моделях интегральных транзисторов ФГУП НПП «Пульсар», которая обеспечивает высокое ослабление выходного сигнала в диапазоне низких частот без применения входного разделительного конденсатора и полевых транзисторов.

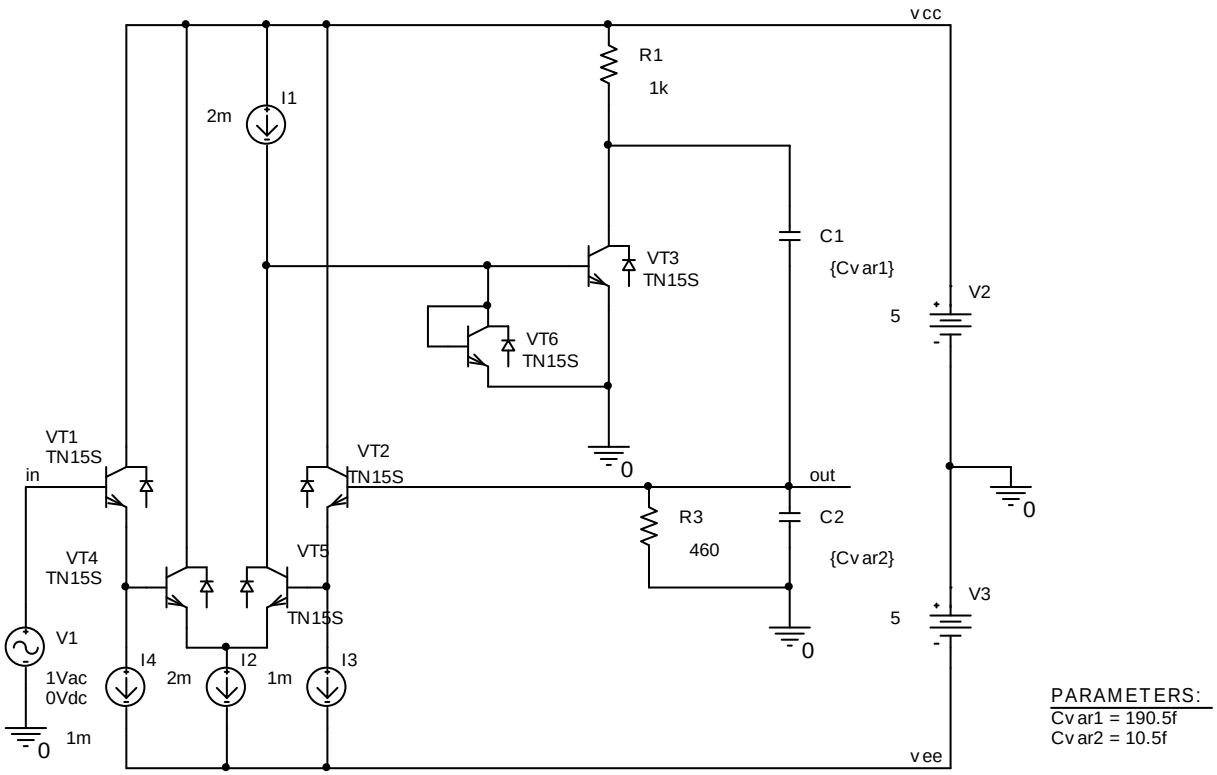


Рис. 1.53. *Схема фильтра рис. 1.48 с высоким ослаблением выходного сигнала в среде PSpice*

На рис. 1.54 приведен график частотной зависимости коэффициента усиления схемы рис. 1.53 при C_1=190,5*f*, C_2=10,5*f*, R_1=1КОм, R_2=460Ом. При этом реализуемая добротность Q=114.

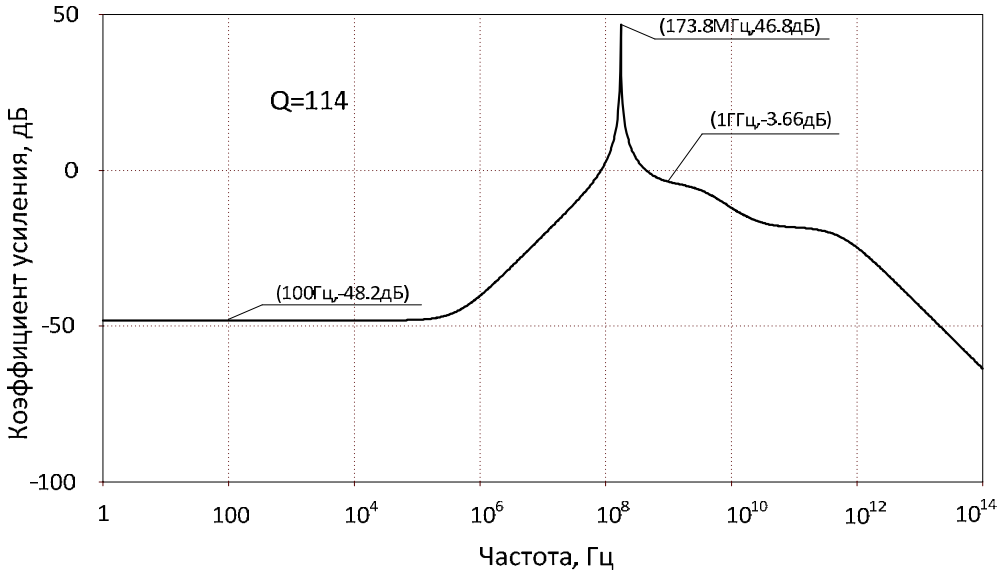


Рис. 1.54. *Частотная зависимость коэффициента усиления схемы рис. 1.53*

Таким образом, предлагаемые схемотехнические решения фильтров второго порядка характеризуются более высокими значениями коэффициента усиления K_0 на частоте квазирезонанса f_0, повышенными величинами добротности Q, характеризующей его избирательные свойства, а также более высоким ослаблением выходного сигнала в диапазоне низких частот. Данное сочетание свойств схем позволяет обеспечить его эффективное использование для целей измерения параметров высокочастотных сигналов, их усиления, а также предварительной настройкой их параметров величинами задающих токов.

1.5. Микромощный избирательный усилитель в элементном базисе радиационно-стойкого техпроцесса АБМК_1_3

Повышенная радиационная стойкость n-p-n биполярных и JFET-полевых транзисторов аналогового базового матричного кристалла АБМК_1_3 позволяет реализовывать на его основе микромощные избирательные усилители [50, 39, 51, 52]. Малый ток в шинах питания схемы ИУ рис. 1.55 обеспечивается уменьшением числа токопотребляющих цепей усилительного каскада.

На рис. 1.55а показаны базовые схемы предлагаемого ИУ [50, 39, 51, 52].

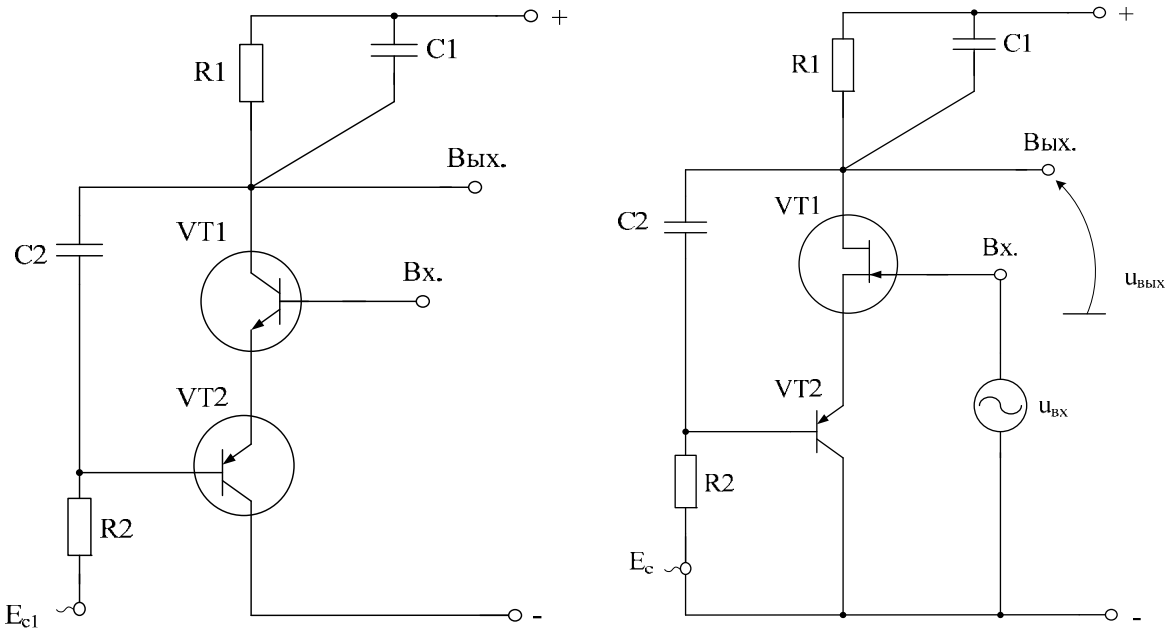


Рис. 1.55. *Базовые схемы микромощного избирательного усилителя [53]*

Источник входного напряжения $u_{вх}$ в схеме рис. 1.55*б* изменяет ток стока (i_c) полевого транзистора *VT*1. Характер стоковой нагрузки этого транзистора, образованной резисторами *R*1 и *R*2, а также конденсаторами *C*1 и *C*2, обеспечивает преобразование i_c в выходной сигнал

ИУ. При этом наличие емкостного делителя, образованного конденсаторами *C*1 и *C*2, формирует функциональную зависимость выходного сигнала, соответствующую частотным характеристикам избирательного усилителя.

Применение полевого транзистора управляющим *p-n* переходом обеспечивает минимально возможное потребление тока от источника питания, а также работу с однополярным питанием [53].

Комплексный коэффициент передачи ИУ рис. 1.55*б* как отношение выходного напряжения (Вых.) к входному напряжению $u_{вх}$ определяется формулой, которую можно получить с помощью методов анализа электронных схем

$$K(jf) = \frac{u_3}{u_{вх}} = K_0 \frac{jf \frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf \frac{f_0}{Q}},$$

где f – частота входного сигнала; f_0 – частота квазирезонанса избирательного усилителя; Q – добротность АЧХ избирательного усилителя; K_0 – коэффициент усиления ИУ на частоте квазирезонанса f_0.

Причем:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}},$$

где C_1, C_2, R_1, R_2 – параметры соответствующих элементов схемы *C*1, *C*2, *R*1 и *R*2;

Добротность ИУ определяется формулой

$$Q^{-1} = D_0 + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\left[1 - \frac{R_1}{h_{11.2} + S_1^{-1}}\right], \qquad (1.99)$$

где $h_{11.2}$ – входное сопротивление транзистора *VT*2 в схеме с общей базой; $D_0 = \left(\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right)\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ – эквивалентное затухание пассивной частото-зависимой цепи; S_1 – крутизна полевого транзистора *VT*1.

За счет выбора параметров элементов, входящих в формулу (1.99), можно обеспечить $Q >> 1$.

Формула для коэффициента усиления K_0 в комплексном коэффициенте передачи (1.99) имеет вид

$$K_0 = -QS\sqrt{R_1 R_2}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}},$$

где $S \approx \dfrac{1}{(h_{11.2} + S_1^{-1})}$.

Из соотношения (1.99) следует возможность параметрической оптимизации схемы ИУ при реализации требуемой добротности. Действительно,

$$Q^{-1} = \frac{m(k^2+1)}{k} + \frac{1 - R_1 S}{mk}, \tag{1.100}$$

где $k = \sqrt{\dfrac{C_1}{C_2}}$; $m = \sqrt{\dfrac{R_1}{R_2}}$.

При этом параметрические чувствительности

$$S_{C_1}^{Q} = -S_{C_2}^{Q} = \frac{1}{2}\left[\frac{m(k^2-1)}{kD_p} - \frac{SR_1}{mk}\right],$$

$$S_{R_1}^{Q} = -S_{R_2}^{Q} = \frac{1}{2}\left[\frac{m(k^2-1)}{km} - \frac{1+SR_1}{mk}\right],$$

$$S_{S}^{Q} = -\frac{QSR_1}{mk}$$

могут оптимизироваться по одному из критериев – суммарная чувствительность, среднеквадратическая чувствительность и т.п. Так, при минимизации среднеквадратической чувствительности получаем, что

$$k_{opt} = 1{,}6,\ (SR_1)_{opt} = 2{,}5, \tag{1.101}$$

а соотношение между резистивными элементами схемы определяется из условия (1.100) для практических значений добротности Q.

При условиях $C_1 = C_2 = C$ и $h_{11.2} + S_1^{-1} = R_1$ параметрические чувствительности основных параметров ИУ имеют следующий вид:

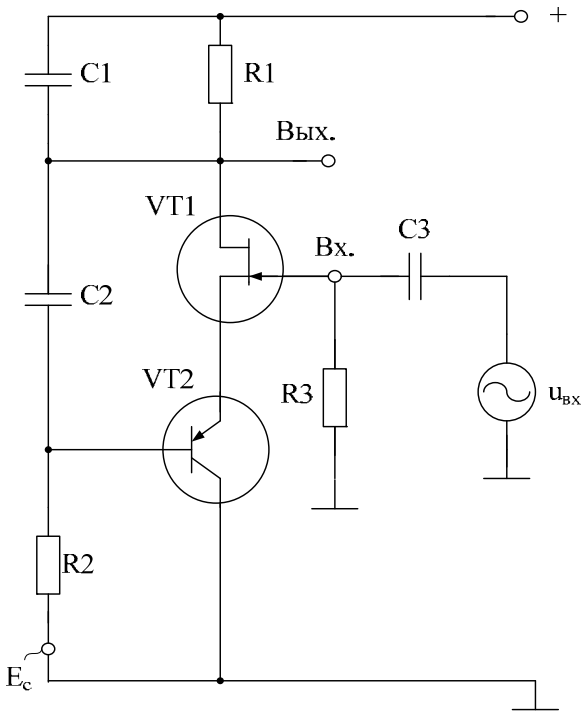
$$S_{C_2}^{f_0} = S_{C_1}^{f_0} = S_{R_1}^{f_0} = S_{R_2}^{f_0} = -\frac{1}{2},$$

$$S_{C_2}^{Q} = S_{C_1}^{Q} = 0, \qquad S_{C_2}^{K_0} = -S_{C_1}^{K_0} = \frac{1}{2},$$

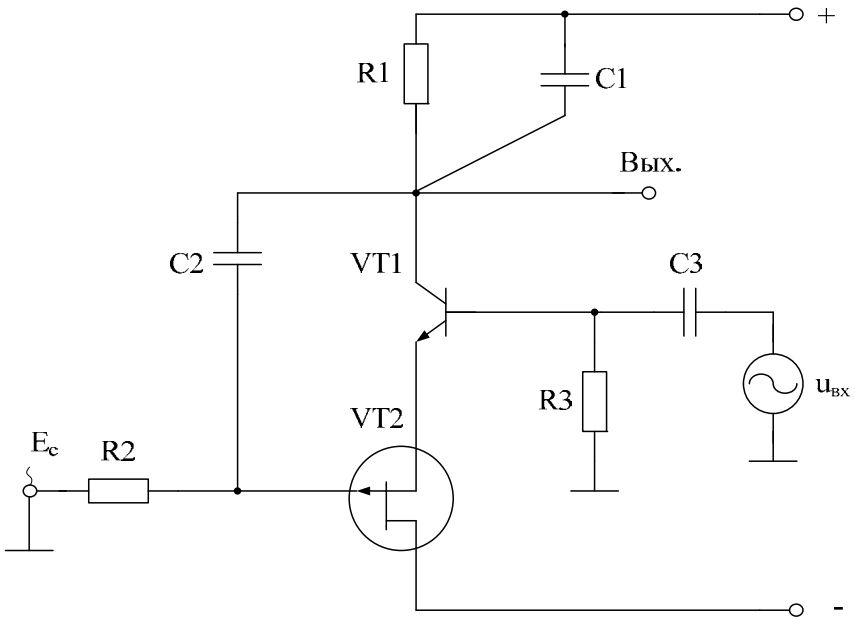
$$S_{R_2}^{Q} = -S_{R_1}^{Q} = \frac{1}{2}, \qquad S_{R_2}^{K_0} = S_{R_1}^{K_0} = \frac{1}{2}.$$

Это характеризует схему предлагаемого ИУ в классе низкочувствительных звеньев второго порядка. В этом случае $K_0 = Q$.

Схема рис. 1.56 имеет дополнительное качество при однополярном питании – высокое ослабление выходного сигнала в диапазоне низких частот.



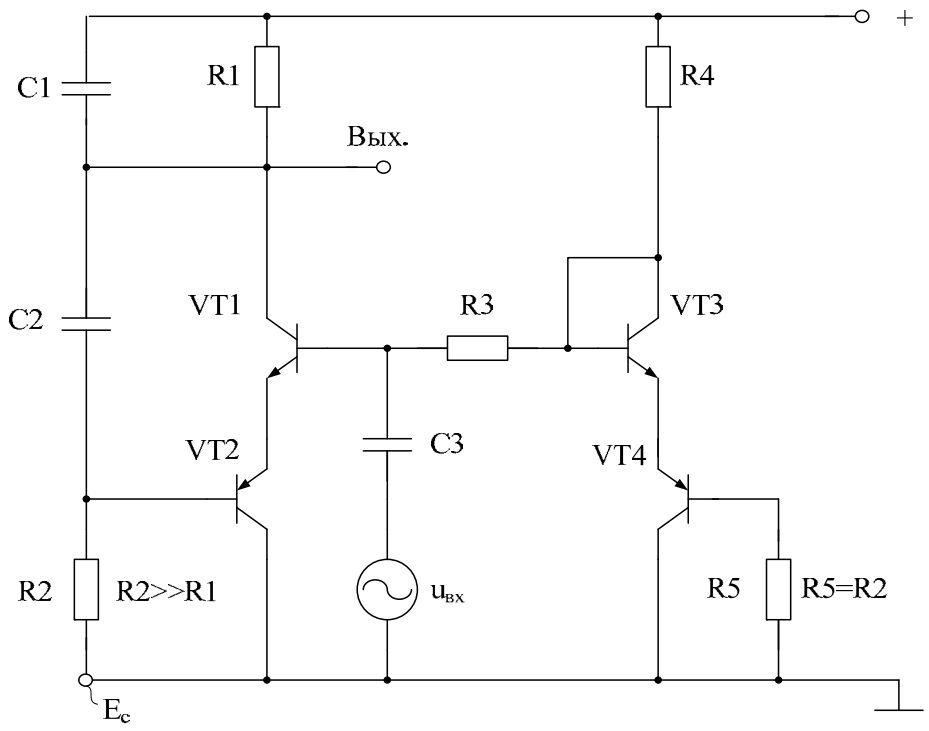
а)



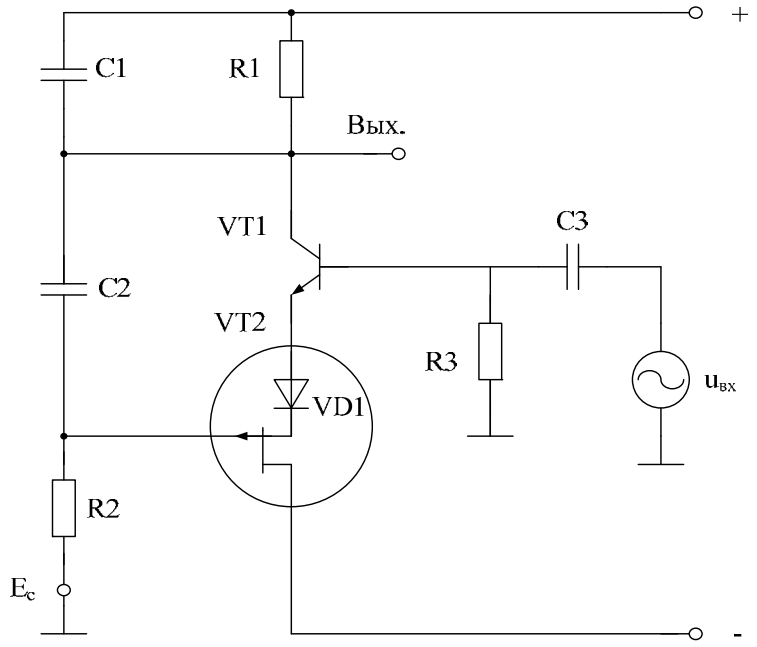
б)

Рис. 1.56. *Схемы ИУ с высоким затуханием выходного сигнала в диапазоне низких частот*

На рис. 1.57 представлены другие модификации схемы ИУ на *p-n-p* и *n-p-n* транзисторах аналогового базового матричного кристалла АБМК_1_3 (НПО «Интеграл», г. Минск).



а)



б)

Рис. 1.57. *Схемы ИУ с однополярным питанием (а) и с минимальным токопотреблением (б)*

На рис. 1.57*б* в исток полевого транзистора с управляющим *p-n* переходом, который используется в качестве входного транзистора *VT*2, включен дополнительный *p-n* переход *VD*1. В данной схеме предусмотрено дальнейшее снижение токопотребления за счет перевода полевого транзистора в микрорежим.

На рис. 1.58 представлена схема ИУ рис. 1.57*б* в элементном базисе техпроцесса АБМК_1_3 (г. Минск) в среде компьютерного моделирования PSpice.

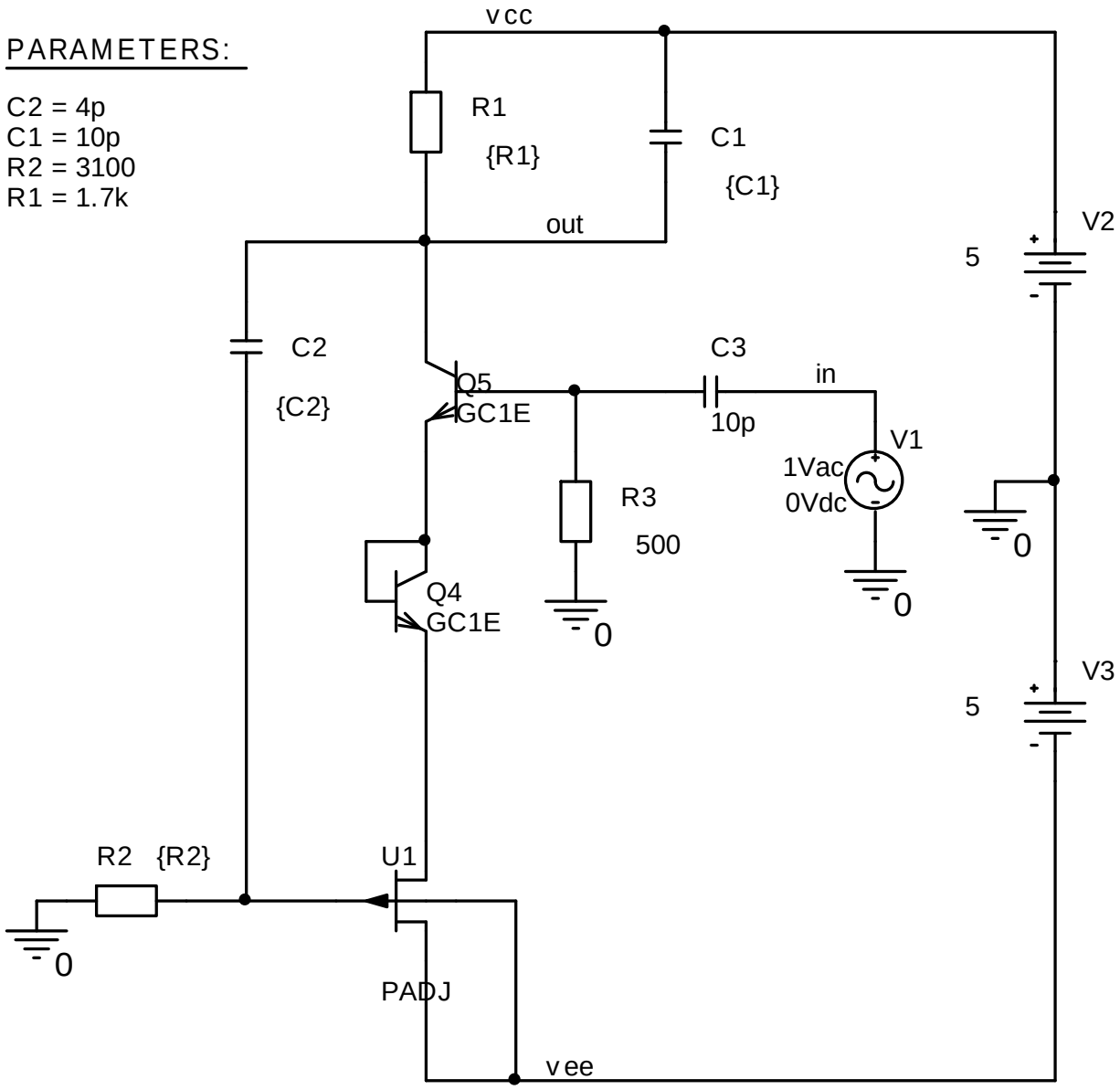


Рис. 1.58. *Схема ИУ в элементном базисе техпроцесса АБМК_1_3 в среде компьютерного моделирования PSpice*

На рис. 1.59 приведена логарифмическая амплитудно-частотная (ЛАЧХ) и фазо-частотная (ФЧХ) характеристики ИУ рис. 1.58 в диапазоне частот от 10 кГц до 10 ГГц при *R*1=1,7 кОм, *C*1=10 пФ, *R*2=3,1 кОм, *C*2=4 пФ.

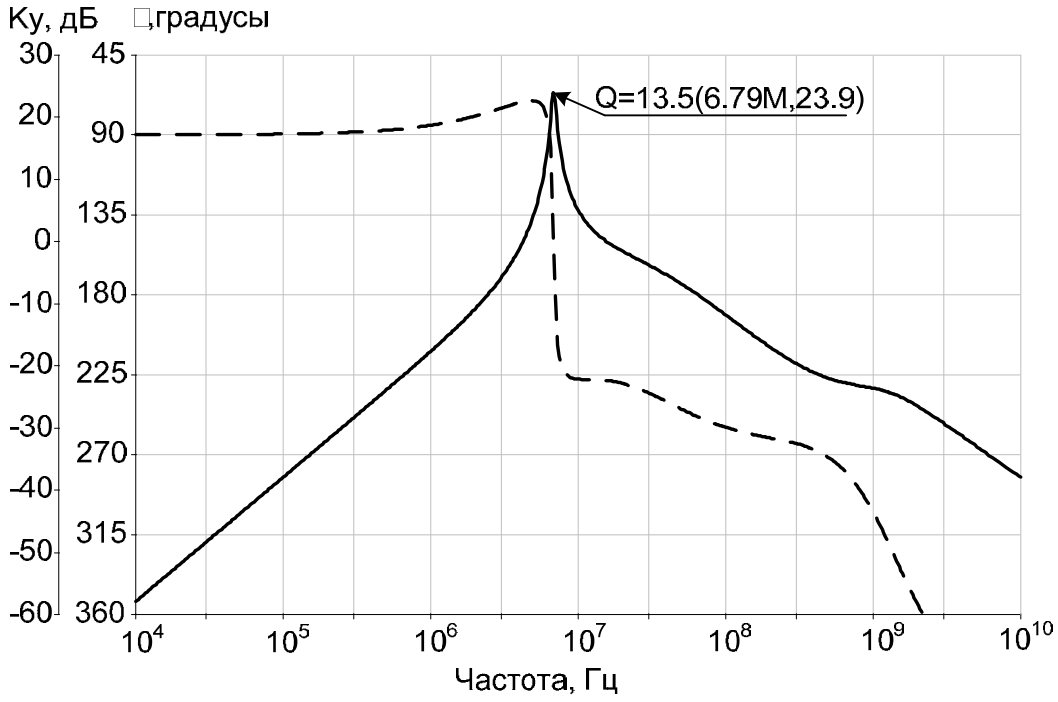


Рис. 1.59. *Логарифмическая амплитудно-частотная (ЛАЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики ИУ в диапазоне частот от 10 кГц до 10 ГГц*

На рис. 1.60 показана ЛАЧХ ИУ рис. 1.58 при значениях сопротивления коллекторной нагрузки *R*1, изменяющегося в диапазоне от 1,4 кОм до 1,7 кОм.

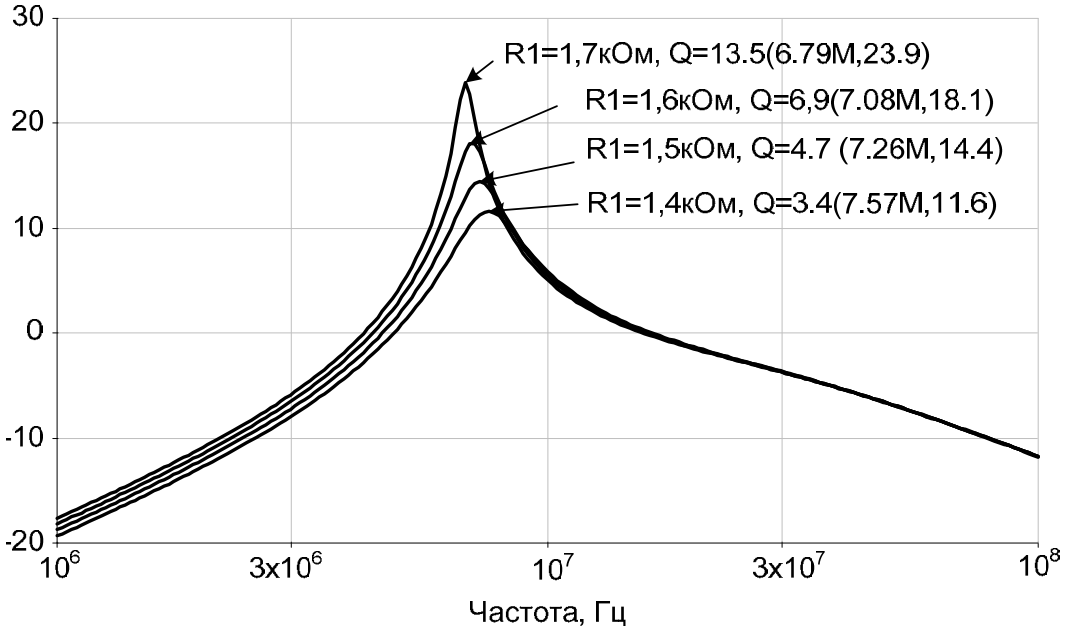


Рис. 1.60. *ЛАЧХ ИУ при изменении значения сопротивления R1 от 1,4 кОм до 1,7 кОм*

Соотношение емкостей в схеме рис. 1.58 выбрано таким образом, чтобы выполнялся, приведенный в (1.101) критерий $k_{opt} = 1{,}6$.

Представленные на рис. 1.59, 1.60 результаты моделирования подтверждают указанные свойства предлагаемой схемы.

Таким образом, рассмотренные схемотехнические решения полосового фильтра характеризуются достаточно высокими значениями коэффициента усиления по напряжению K_0 на частоте квазирезонанса f_0, а также стабильными величинами добротности Q, характеризующей его избирательные свойства, при малом энергопотреблении и низкой параметрической чувствительности.

1.6. Модифицированный избирательный усилитель Рауха с расширенным частотным диапазоном

Классическое построение для считывающей электроники избирательных усилителей (ИУ) рис. 1.61 приводит к существенной зависимости их основных параметров (добротности Q и частоты квазирезонанса f_0) от частоты единичного усилителя f_1 используемых ОУ [54]. Это не позволяет обеспечить работу ИУ с микромощными и, как следствие, низкочастотными ОУ по техпроцессу АБМК_1_3. В этой связи весьма актуальной является задача поиска архитектур избирательных усилителей, имеющих слабую зависимость частоты квазирезонанса f_0 от f_1 применяемых активных элементов (ОУ).

Действительно, частота квазирезонанса f_0 амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) широко известной схемы Рауха [54] существенно зависит от численных значений частоты единичного усиления f_1 основного ОУ – при уменьшении f_1 (например, при переводе ОУ А1 в микрорежим) f_0 уменьшается. Таким образом, с микромощными ОУ схема Рауха не работоспособна на высоких частотах.

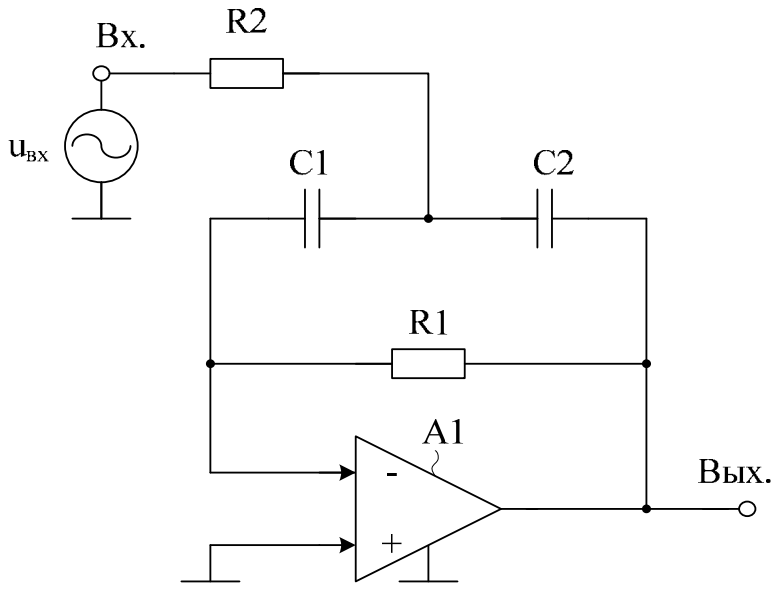


Рис. 1.61. *Схема избирательного усилителя Рауха*

На рис. 1.62 представлена схема предлагаемого ИУ [54].

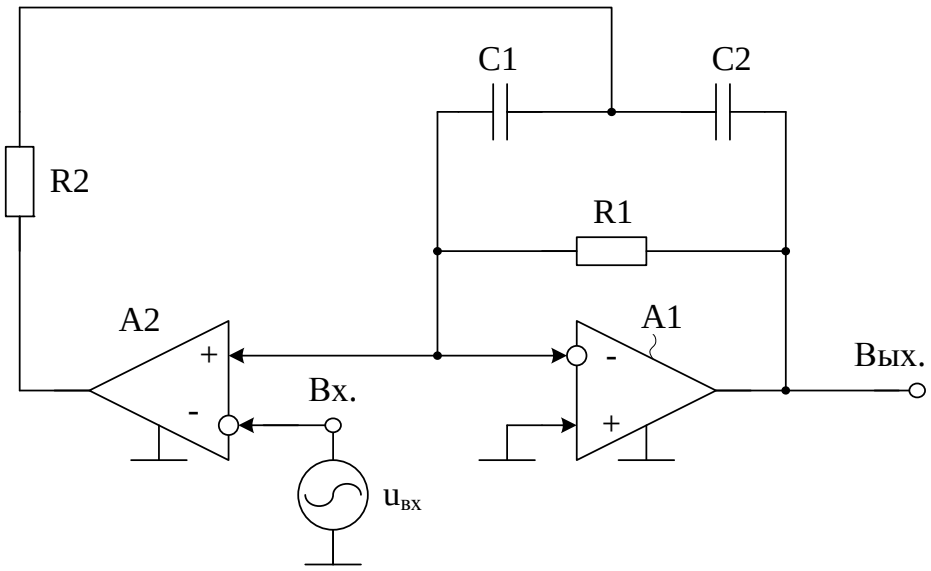


Рис. 1.62. *Схема предлагаемой модификации ИУ Рауха [54]*

Его задача – расширение частотного диапазону ИУ за счет ослабления влияния частоты f_1 основного ОУ на частоту квазирезонанса f_0. Это позволяет, в ряде случаев, реализовать высококачественное избирательное устройство в диапазонах высоких и сверхвысоких частот с использованием типовых ОУ, имеющих сравнительно небольшие значения f_1 и малое энергопотребление.

Комплексный коэффициент передачи предлагаемого ИУ рис. 1.62 [54] как отношение выходного напряжения к входному напряжению $u_{вх}$ определяется формулой, которую можно получить с помощью методов анализа электронных схем

$$K(jf) = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = K_0 \frac{jf\frac{f_0}{Q}}{f_0^2 - f^2 + jf\frac{f_0}{Q}}, \qquad (1.102)$$

где f – частота входного сигнала; f_0 – частота квазирезонанса избирательного усилителя; Q – добротность АЧХ избирательного усилителя; K_0 – коэффициент усиления ИУ на частоте квазирезонанса f_0.

Можно показать аналитически, а также путем компьютерного моделирования, что предлагаемый избирательный усилитель рис. 1.62 характеризуется слабым влиянием частоты единичного усиления f_1 используемого основного А1 и дополнительного А2 операционных усилителей на основные параметры ИУ – добротность Q и частоту квазирезонанса f_0. Это по-

зволяет при прочих равных условиях получить более широкий диапазон рабочих частот ИУ при использовании относительно низкочастотных операционных усилителей А1 и А2.

На рис. 1.63 приведена практическая схема избирательного усилителя рис. 1.62 с компенсацией влияния частоты единичного усиления f_1 основного операционного усилителя А1 на частоту квазирезонанса f_0, в котором дополнительный неинвертирующий каскад реализован на основе вспомогательного ОУ А2 и резисторов обратной связи $R3$ и $R4$, определяющих коэффициент передачи дополнительного инвертирующего каскада ($K_y=R_3/R_4$).

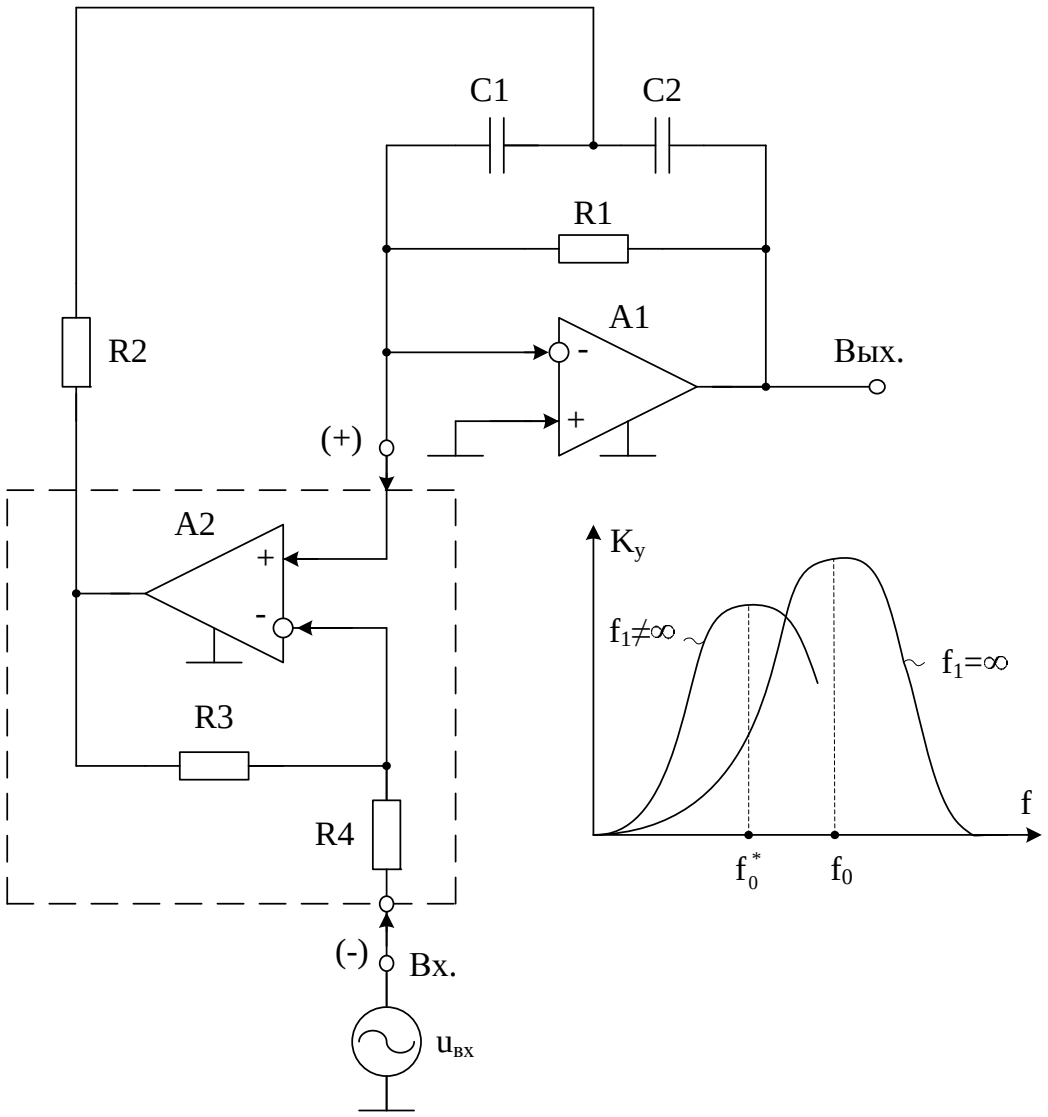
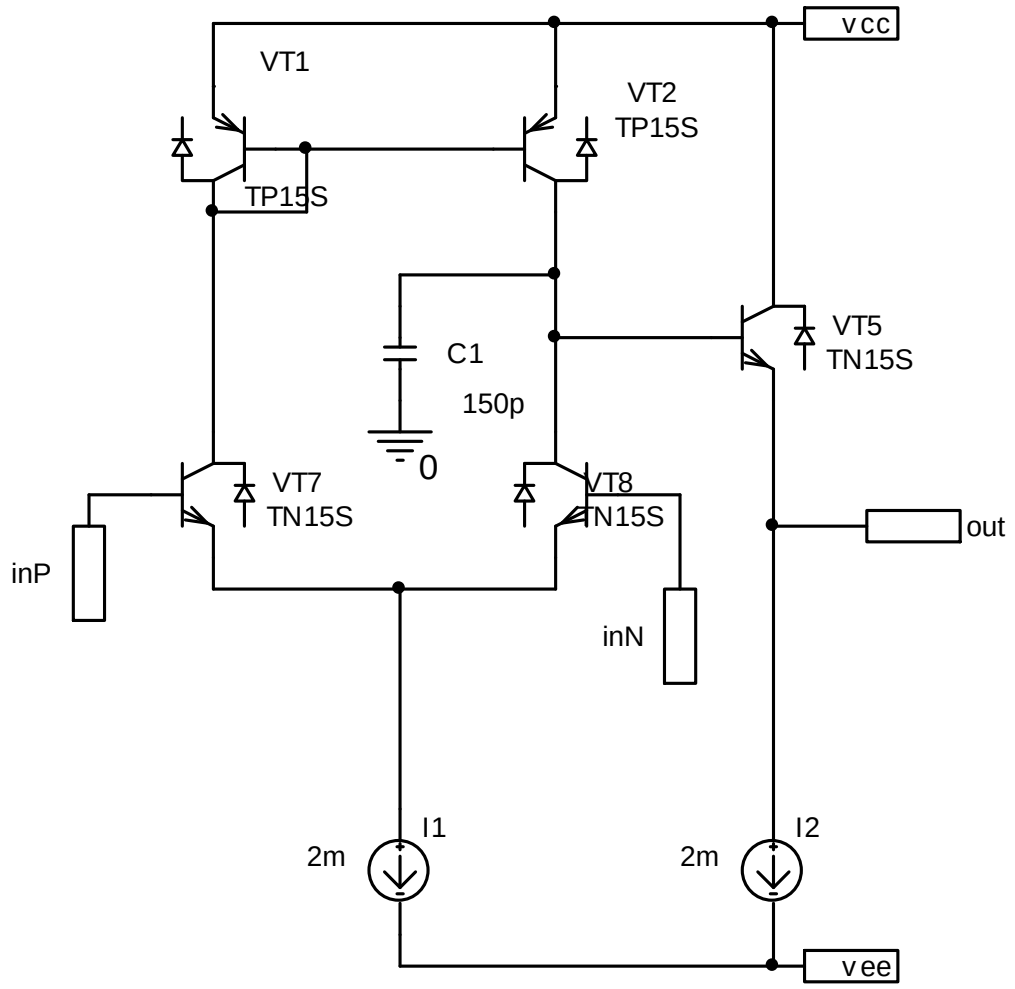
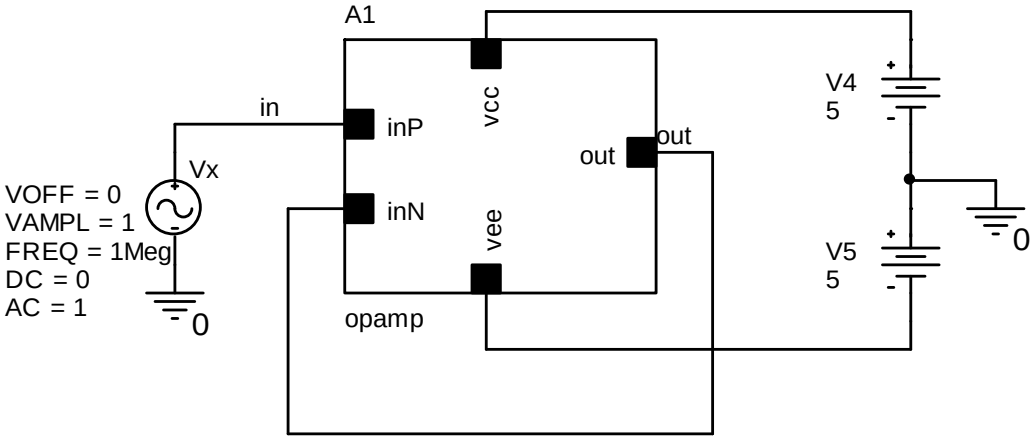


Рис. 1.63. *Практическая реализация предлагаемого ИУ*

На рис. 1.64а представлена схема, которая используется ниже в предлагаемом ИУ в качестве основного А1 и вспомогательного А2 операционных усилителей с емкостью коррекции $C1$, а на рис. 1.64б – его блок-схема со стопроцентной обратной связью.



а)



б)

Рис. 1.64. *Схема операционного усилителя с емкостью коррекции C1 (а) и блок-схема ИУ со стопроцентной обратной связью (б)*

График рис. 1.65 иллюстрирует зависимость верхней граничной частоты операционного усилителя рис. 1.64 от емкости корректирующего конденсатора $C_{корр}$=$C1$. Это позволяет

исследовать влияние верхней граничной частоты ОУ А1 и А2 (или частоты f_1) на f_0 предлагаемого ИУ.

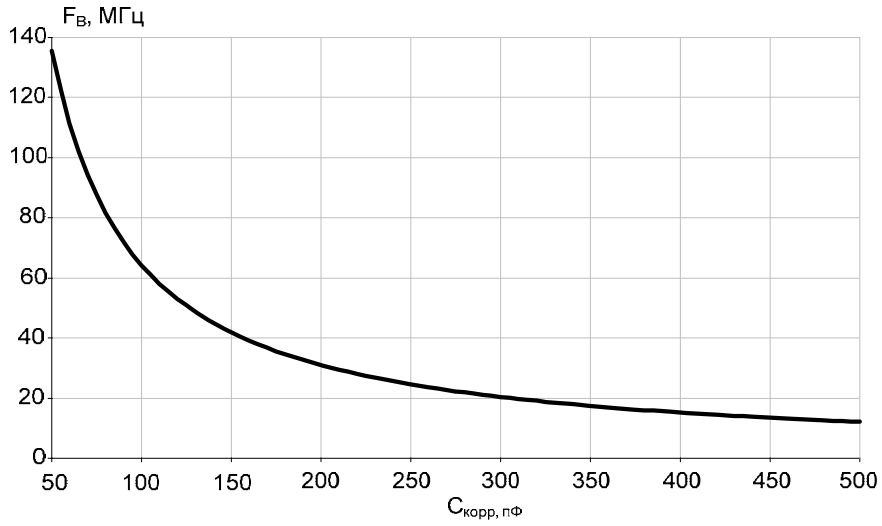


Рис. 1.65. *Зависимость верхней граничной частоты операционного усилителя от емкости корректирующего конденсатора* $C_{\text{корр}}=C1$

На рис. 1.66 представлена схема классического ИУ (схема Рауха) на основе операционного усилителя рис. 1.64, *в* среде PSpice.

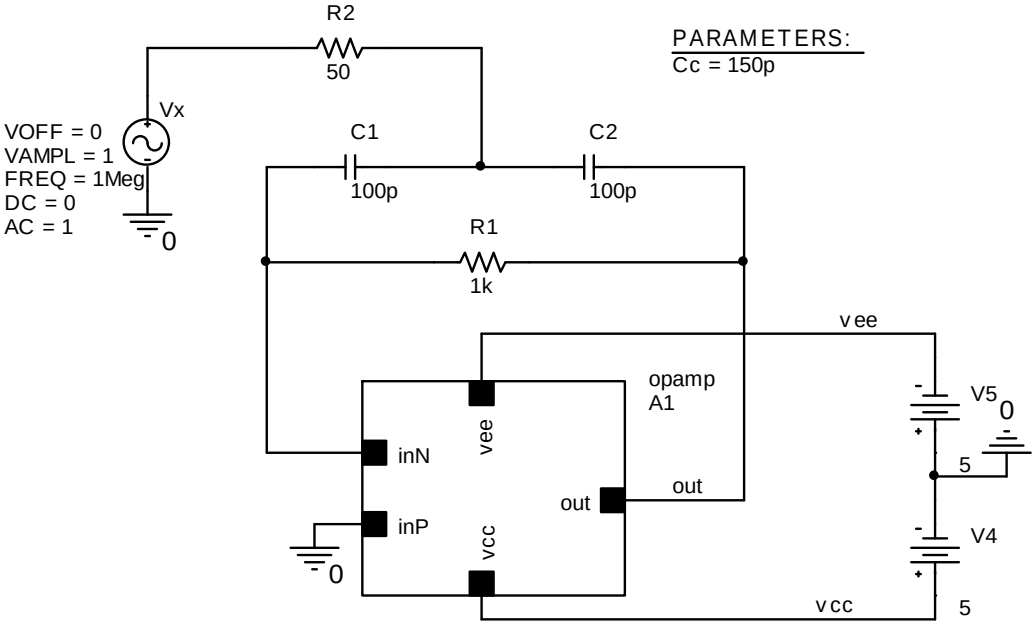


Рис. 1.66. *Схема классического ИУ на основе операционного усилителя рис. 1.64 в среде PSpice*

На рис. 1.67 представлена зависимость коэффициента передачи схемы Рауха рис. 1.66 от частоты при разных значениях емкости корректирующего конденсатора $C_{корр}$=$C$1=Cc (100÷500 пФ).

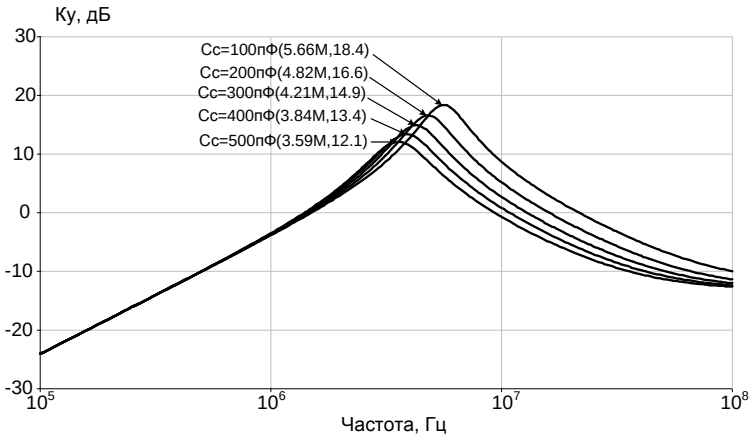


Рис. 1.67. *Частотная зависимость коэффициента передачи схемы Рауха*

На рис. 1.68 приведена схема предлагаемого ИУ [54] рис. 1.63 в среде компьютерного моделирования PSpice на моделях интегральных транзисторов ФГУП НПП «Пульсар» с использованием ОУ рис. 1.64, а на рис. 1.69 показаны частотные зависимости коэффициента усиления по напряжению (K_0) ИУ, выраженные в децибелах, классической схемы (рис. 1.66) при $C_{корр}$=$C$1=190 пФ и 500 пФ и схемы предлагаемого ИУ (рис. 1.68) при $C_{корр}$=$C$1=500 пФ.

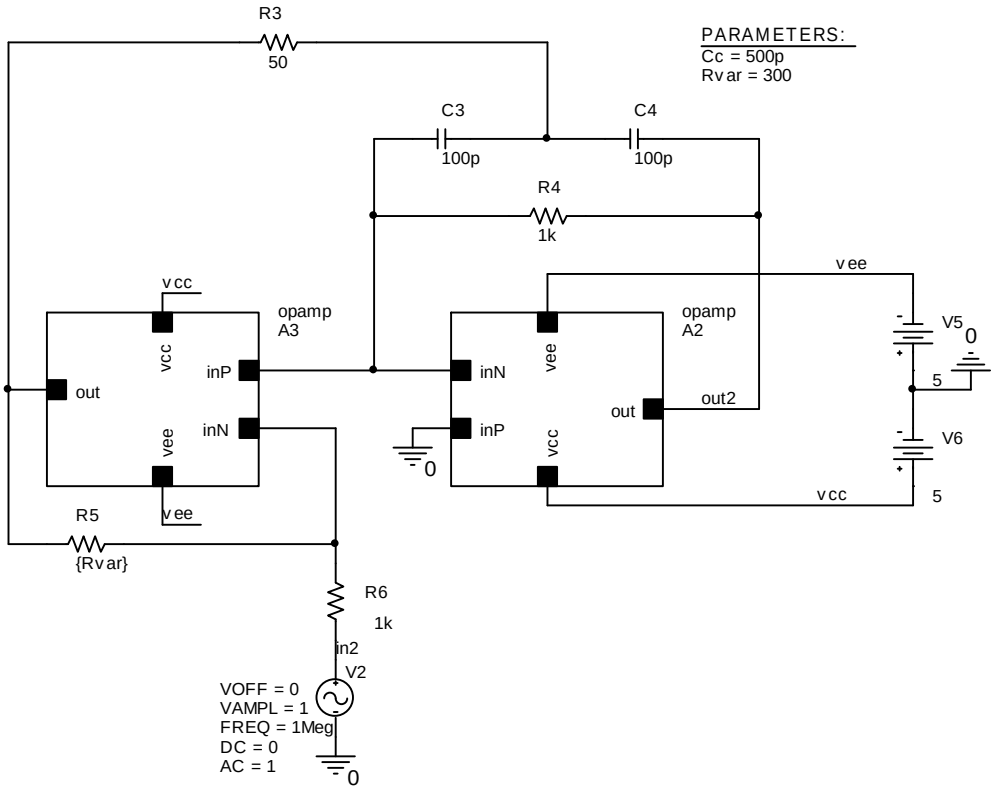


Рис. 1.68. *Схема модифицированного ИУ Рауха рис. 1.63 в среде компьютерного моделирования PSpice*

1.7. Выводы

1. Основное направление в решении проблемы радиационной и температурной стойкости радиоэлектронных изделий – совершенствование и удешевление соответствующих технологических процессов создания электронной компонентной базы (ЭКБ) для экстремальной электроники. Однако в рамках выбранных технологий значительная роль в повышении надежности ЭКБ, работающей при спецвоздействиях, отводится архитектурным и схемотехническим решениям.

2. В разделе 1 настоящей монографии разработаны перспективные архитектуры и новая схемотехника избирательных усилителей (ИУ) на основе радиационно-стойких техпроцессов SGB25RH, SGB25VD, SGBS13 и АБМК_1_5.

3. Сформулированы рекомендации по практическому применению рассмотренных схемотехнических решений, которые базируются на методиках проектирования ИУ СВЧ диапазона с использованием неинвертирующих повторителей переменного тока.

4. Рассмотрены структурные особенности высокодобротных избирательных усилителей на базе техпроцесса SGB25VD при токовом управлении резонансной частотой и добротностью. Показано, что за счёт параметрической оптимизации пассивных элементов частотозависимой цепи и коэффициента передачи усилителя тока можно существенно уменьшить влияние частотных свойств транзисторов на параметры полюса передаточной функции.

5. Показано, что функциональная настройка параметров ИУ реализуется на основе усилителя тока Гильберта. При этом основные характеристики, описывающие изменение частоты квазирезонанса и добротности, зависят от рационального выбора параметров проектирования m и k пассивных элементов.

6. Для расширения частотного диапазона избирательного усилителя Рауха разработан метод компенсации влияния частоты единичного усиления активного элемента на добротность и частоту квазирезонанса ИУ.

7. Исследование перспективных схем ИУ на токовых зеркалах показало, что для повышения уровня ослабления входного сигнала на низких частотах СВЧ ИУ целесообразно применение полевых транзисторов.

8. Применение радиационно-стойких аналоговых базовых матричных кристаллов АБМК_1_3 позволяет реализовать ИУ с малым током потребления.

Настоящий раздел монографии подготовлен в рамках Госзадания Минобрнауки РФ № 2014/38 2014 г. по проекту «Теоретические основы проектирования нового поколения радиационно-стойких IP-модулей и СФ-блоков систем связи, телекоммуникаций и технической диагностики на основе перспективных технологий (SiGe, КНИ, xFab, КНС, SiC и др.) и базовых матричных кристаллов АБМК_1_3/4/5 и др.»

Список литературы

1. Петросянц К. О. Влияние электронного и гамма-излучений на статические характеристики кремниевых СВЧ биполярных транзисторов / К. О. Петросянц, Д. С. Смирнов, М. В. Кожухов // Твердотельная электроника. Сложные функциональные блоки РЭА : матер. научно-технич. конф. – М. : Изд-во МНТОРЭС им. А. С. Попова, 2013. – С. 239-242.

2. Nichols D. K. A Comparison of Radiation Damage in Transistors from Cobalt-60 Gamma Rays and 2.2 MeV Electrons / D. K. Nichols, W. E. Price, M. K. Gauthier etc. // IEEE Trans. on Nuclear Science. 1982. – Vol. 29. – № 6. – Pp. 1970-1974.

3. Gauthier M. K. A Comparison of Radiation Damage in Linear ICs from Cobalt-60 Gamma Rays and 2.2 MeV Electrons / M. K. Gauthier, D. K. Nichols // IEEE Trans. on Nuclear Science. – 1983. – Vol. 30. – № 6. – Pp. 4192-4196.

4. ОСТ 134-1034-2003. Аппаратура, приборы, устройства и оборудование космических аппаратов. – Роскосмос, 2003. – 43 с.

5. Кулаков В. М. Действие проникающей радиации на изделия электронной техники / В. М. Кулаков, Е. А. Ладыгин, В. И. Шаханцов и др. ; под ред. Е. А. Ладыгина. – М. : Сов. радио, 1980. – 224 с.

6. Ohyama H. Effects of High-Temperature Gamma Ray and Electron Irradiation on npn Si Transistors / H. Ohyama, T. Hirao, E. Simoen etc. // Proc. of RADECS Conf. – 2001, Sept. – Pp. 114-119.

7. Casey M. C. A Comparison of High-Energy Electron and Cobalt-60 gamma-Ray Radiation Testing / M. C. Casey, A. J.Boutte, M. J. Campola, M. A. Carts, etc. // Radiation Effects Data Workshop (REDW). – 2012. – IEEE, Tucson, AZ. – Pp. 1-5.

8. Малышев И. В. Аналого-цифровые микросхемы на основе кремний-германиевой технологии – новое направление в отечественной СВЧ системотехнике [Электронный ресурс] / И. В. Малышев, П. Л. Ионов, В. В. Репин // МЭС-2008. – http://www.kosrad.ru/conf/MEC/data/year2008/53.pdf

9. Redman-White W. A radiation hard frequency reference IC / W. Redman-White; T. R. Dunn; D. R. Lucas; P. A. Smithers; S. A. Winchcombe // Nuclear Science, IEEE Transactions on. – Dec 1988. – Vol. 35, no.6. – Pp. 1368-1371. doi: 10.1109/23.25466

10. Petrosyants K. Si BJT and SiGe HBT Performance Modeling after Neutron Radiation Exposure / K. Petrosyants, E. Vologdin, D. Smirnov, R. Torgovnikov // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’11). – Pp. 267-270

11. Fiorini C. Baseline holder for CMOS readout circuits with feedback extension to the charge preamplifier / C. Fiorini, T. Frizzi // Nuclear Science Symposium Conference Record, 2005 IEEE. – Oct. 2005. – Vol. 1, Pp. 406, 409, 23-29. – doi: 10.1109/NSSMIC.2005.1596281.

12. Manghisoni M. Radiation hardness perspectives for the design of analog detector read-out circuits in the 0.18-μm CMOS generation / M. Manghisoni, L. Ratti, V. Re, V. Speziali // IEEE Transactions on Nuclear Science. – Dec 2002. – Vol. 49, no. 6. – Pp. 2902-2909. – doi: 10.1109/TNS.2002.805413.

13. Florian E. Teply. Radiation hardness evaluation of a 0.25 m SiGe BiCMOS technology with LDMOS module / Florian E. Teply, Dinesh Venkitachalam, Roland Sorge // 12th European Conference on Radiation and Its Effects on Components and Systems. – 2011. – Pp. 881-888.

14. Кожухов М. В. Приборное и схемотехническое моделирование характеристик Si БТ и SiGe ГБТ при воздействии нейтронного облучения / М. В.Кожухов, Р. А. Торговников // Твердотельная электроника. Сложные функциональные блоки РЭА : матер. X научно-технич. конф. молодых специалистов «Пульсар – 2011». – М. : Изд-во МНТОРЭС им. А. С. Попова, 2011. – С. 170-172.

15. Носов Ю. Р. Создание КНС-микросхем для сверхжестких условий применения. Историко-техническая экспертиза / Ю. Р. Носов, А. Ю. Сметанов // Твердотельная электроника. Сложные функциональные блоки РЭА : матер. научно-технич. конф. – М. : Изд-во МНТОРЭС им. А. С. Попова, 2013. – С. 292-294.

16. Воронков О. В. Современный уровень развития изделий твердотельной СВЧ-электроники / О. В. Воронков, В. М. Исаев, И. Н. Кабанов // Твердотельная электроника. Сложные функциональные блоки РЭА : матер. научно-технич. конф. – М. : Изд-во МНТОРЭС им. А. С. Попова, 2013. – С. 12-19.

17. Данилин В. Транзистор на GaN. Пока самый «крепкий орешек» / В. Данилин, Т. Жукова и др. // Электроника: НТБ. – 2005. – № 4. – С. 20-29.

18. CompoundSemiconductor. – 2006. – V. 12. – № 7. – P. 11.

19. Каталог фирмы Eudyna Device.

20. Каталог фирмы &ee.

21. Milligan J. W., Henning J. et al. SiC MESFET and MMIC Technology Transition to Production. – 2005, GaAs MANTECH Conf. Dig. Ppr.

22. Каталог разработок Российско-белорусского центра аналоговой микросхемотехники / под ред. Н. Н. Прокопенко. – Шахты : Изд-во ЮРГУЭС, 2010. – 479 с.

23. Безродный И. П. Радиационные условия на орбите КА «Ионосфера» / И. П. Безродный, Е. И. Морозова, А. А. Петрукович и др. // Вопросы электромеханики : труды

ВНИИЭМ. – 2011 : Изд-во НПК «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы» им. А. Г. Иосифьяна. – Т. 123. – С. 19-28.

24. Теоретические основы проектирования нового поколения СФ блоков систем связи, телекоммуникаций и технической диагностики на основе радиационно-стойких технологий (SiGe, АБМК_1_3/4 и др.) : Отчет по НИР (годовой): ЮРГУЭС-02.12.ГЗ (проект 8.3383.2011) / рук. Н. Н. Прокопенко ; исполн. Е. И. Старченко, В. Г. Манжула, С. Г. Крутчинский и др. ; Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ (ИСОиП (ф) ДГТУ). – Шахты : Изд-во ИСОиП (ф) ДГТУ, 2013. – 542 с. – Библиогр.: с. 306-318. – № ГР 0120.1253175.

25. Korotkov A. S., Morozov D. V., Unbehauen R. Low-voltage continuous-time filter based on a CMOS transconductor with enhanced linearity, Int. J. Electronics and Communications (AEÜ), Dec. 2002. – V. 56, no. 6. – P. 416-420.

26. Korotkov A. S. A 2.5-V, 0.35 um CMOS transconductance-capacitor filter with enhanced linearity / A. S. Korotkov, D. V. Morozov, H. Hauer, R. Unbehauen // Proc. Midwest Symposium on Circuits and Systems, Tulsa, USA, Aug. 2002. – V. 3. – P. 141-144.

27. Крутчинский С. Г. Расширение динамического диапазона в многоконтурных полиномиальных ARC-фильтрах / С. Г. Крутчинский, Ю. И. Иванов, И. Я. Крикун // Радиотехника. – 1989. – № 8 (in Russia).

28. Roberts G. W. All current-mode frequency selective circuits / G. W. Roberts, A. S. Sedra // Electronics Letters. – 1989. – V. 25, no. 12. – P. 759-761.

29. Keskin A. V. Current-mode multifunction filter using two CDBAs / A. V. Keskin, E. Hancioglu // Int. Journal of Electronics and communications. – 2005. – V. 59, no. 8. – P. 485-498.

30. Yuce E. Universal current-mode filters and parasitic impedance effects on the filter performance / E. Yuce, S. Minaci // Int. Journal of circuit theory and Applications. – 2008. – V. 36, no. 2. – P. 161-171.

31. Sagbas M. Current and voltage transfer function filters using a single active device / M. Sagbas, U. E. Ayten, H. Sedef // IET Circuits Devices and Systems. – 2010. – V. 4. – P. 78-86.

32. Krutchinsky S. G. Fundamental limitations in precision analog circuits // Proceeding ICCSC`02. – St. Peterburg, Russia, 2002. – P. 16-19.

33. Избирательный усилитель : заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / Н. Н. Прокопенко, А. И. Серебряков, И. В. Пахомов. – № 2012100204/08; заявл. 10.01.2012 (438).

34. Избирательный усилитель : заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / Н. Н. Прокопенко, А. И. Серебряков, И. В. Пахомов. – № 2012101721/08; заявл. 18.01.2012 (440).

35. Избирательный усилитель : заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / С. Г. Крутчинский, Н. Н. Прокопенко, П. С. Будяков. – № 2012107319/08; заявл. 28.02.2012 (441).

36. Избирательный усилитель : заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / С. Г. Крутчинский, Н. Н. Прокопенко, П. С. Будяков, В. А. Радченко. – № 2012104386/08; заявл. 01.02.2012 (429).

37. Избирательный усилитель: заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / С. Г. Крутчинский, Н. Н. Прокопенко, П. С. Будяков. – № 2012108500/08; заявл. 06.03.2012 (442).

38. Прокопенко Н. Н. Схемотехника широкополосных усилителей : монография / Н. Н. Прокопенко, Н. В. Ковбасюк. – Шахты : Изд-во ЮРГУЭС, 2005. – 218 с.

39. Крутчинский С. Г. Высокочастотные SiGe избирательные усилители с узкой полосой пропускания / С. Г. Крутчинский, Н. Н. Прокопенко, Б. М. Сухинин, П. С. Будяков // Электрон. журнал «Инженерный вестник Дона». – 2012. – № 3. – URL : http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/1031

40. Крутчинский С. Г. Прецизионные ARC-звенья второго порядка / С. Г. Крутчинский, Ю. И. Иванов, В. С. Григорьев // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1999. – Т. 42. – № 8.

41. Прокопенко Н. Н. Особенности проектирования аналоговых микросхем на транзисторах с малым напряжением Эрли / Н. Н. Прокопенко, С. В. Крюков, А. В. Хорунжий // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС) : сб. трудов Всероссийской научно-технич. конф. – 2008. – № 1. – С. 324-329.

42. Krutchinsky S. High-Frequency Sections of Active Filters of Mixed-Signal SoC Based on Current Amplifiers / S. Krutchinsky, N. Prokopenko // SRN Electronics. Volume 2012 (2012), Article ID 319896, 6 pages ; doi:10.5402/2012/319896, http://www.isrn.com/journals/electronics/2012/319896/

43. Крутчинский С. Г. Активные полосовые фильтры ВЧ- и СВЧ-диапазонов. Базовые структуры на основе усилителей тока : монография [Электронный ресурс] / С. Г. Крутчинский, Н. Н. Прокопенко, П. С. Будяков // LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2013. – 84 с. – https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/gb/book/978-3-659-36153-1

44. Измерительный усилитель с управляемыми параметрами амплитудно-частотной характеристики: заявка на патент Российской Федерации, МПК H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / Н. Н. Прокопенко, А. В. Бугакова, В. В. Суворов. – № 2013110169/08; заявл. 06.03.2013 (517).

45. Prokopenko N. Ostrovskyy Design of Bipolar Differential OpAmps with Unity Gain Bandwidth up to 23 GHz / N. Prokopenko, A. Budyakov, K. Schmalz , C. Scheytt , P. Ostrovskyy //

Proceeding of the 4-th European Conference on Circuits and Systems for Communications – ECCSC'08. – Politehnica University, Bucharest, Romania: July 10-11, 2008. – Pp. 50-53.

46. Voinigescu S. P. Design methodology and applications of SiGe BiCMOS cascode opamps with up to 37-GHz unity gain bandwidth / S. P. Voinigescu, R. Beerkens, T. O. Dickson, T. Chalvatzis // IEEE Compound Semiconductor Integrated Circuit Symposium. – 2005, Nov. – CSIC '05.

47. Jurisic D. Low active-sensitivity allpole active-RC filters using impedance tapering / D. Jurisic, G. S. Moschytz, N. Mijat // ISCAS '04. Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems. – Volume 1. – Pp. 89-92.

48. Le Ye. Highly Power-Efficient Active-RC Filters With Wide Bandwidth-Range Using Low-Gain Push-Pull Opamps / Le Ye, Congyin Shi, Huailin Liao, Ru Huang, Yangyuan Wang // IEEE Transactions on Circuits and Systems, Volume: 60, Issue 1. – Pp. 95-107.

49. Прокопенко Н. Н. СВЧ СФ-блоки систем связи на базе полностью дифференциальных операционных усилителей / Н. Н. Прокопенко, А. С. Будяков, K. Schmalz, C. Scheytt // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем – 2010 : сб. трудов / под общ. ред. А. Л. Стемпковского. – М. : Изд-во ИППМ РАН, 2010. – С. 583-586.

50. Крутчинский С. Г. Высокочастотные полосовые RC фильтры на повторителях тока [Электронный ресурс] / С. Г. Крутчинский, Е. С. Устинова, П. С. Будяков, Н. Н. Прокопенко // Инженерный вестник Дона. – 2012. – № 3. – Режим доступа: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/1035 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

51. Прокопенко Н. Н. Полосовые фильтры СВЧ и КВЧ диапазонов / Н. Н. Прокопенко, С. Г. Крутчинский, П. С. Будяков, М. Н. Махмудов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2012. – № 5. – С. 35-39.

52. Krutchinsky S. G. Active R-filters with additional RC-circuits // Proceeding ICCSC`08. – Bucharest, Romania, 2008. – Pp. 105-100.

53. Избирательный усилитель : заявка на патент РФ ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / О. В. Дворников, Н. Н. Прокопенко, С. Г. Крутчинский, Н. В. Бутырлагин. – № 2012137330/08; заявл. 31.08.2012 (473).

54. Избирательный усилитель с расширенным частотным диапазоном: заявка на патент РФ; МПК8 H03F 3/45, H03H 11/00, H03K 5/00 / Н. Н. Прокопенко, С. Г. Крутчинский, П. С. Будяков, Г. А. Свизев. – N 2013103151/08; заявл. 23.01.2013.

ГЛАВА 2

ПРИЕМ СИГНАЛОВ ППРЧ В КАНАЛАХ С ПАМЯТЬЮ

Карташевский В. Г.

Псевдослучайная перестройка рабочей частоты (ППРЧ) представляет собой один из эффективных методов расширения спектра, при котором сигнал занимает полосу частот значительно более широкую по сравнению с полосой, минимально необходимой для передачи информации. Рабочая частота сигнала перестраивается в широких пределах выделенного для связи частотного диапазона в соответствии с псевдослучайным кодом, известным только на приемной стороне и неизвестным всем, кто пытается перехватить радиопередачу или организовать постановку помех.

Проблемам организации связи при использовании сигналов ППРЧ посвящено большое число работ отечественных и зарубежных авторов, обзор которых приведен в [1]. Отличительной особенностью подавляющего числа отечественных и зарубежных публикаций по данной тематике является использование сигнально-кодовых конструкций, основанных на применении сигналов *M*-ичной частотной манипуляции совместно с блоковым кодированием. При этом, как правило, рассеяние энергии передаваемого сигнала во времени (память канала) не учитывается из-за невысоких скоростей передачи дискретных сообщений.

В главе описывается прием сигналов ПППРЧ, использующих фазовую модуляцию (на примере ФМ-4), в канале с рассеянием и неизвестными параметрами, обсуждается алгоритм приема таких сигналов, оценивается помехоустойчивость приема.

2.1. Общие сведения о формировании и приеме сигналов ППРЧ

В последнее время на зарубежных трассах с ППРЧ стали широко использоваться методы фазовой манипуляции совместно со свёрточным кодированием при высоких скоростях передачи (например, в декаметровом канале связи в полосе канала тональной частоты скорость составляет от 4800 бит/с и выше). Такие сигналы ППРЧ порождены, как правило, разбиением на короткие пакеты (порядка 100 *M*-ичных символов) давно известных и широко применяемых сигналов последовательной передачи (например, американского стандарта STANAG) с «большими» размерами исходных рабочих пакетов. Решение задачи

обнаружения и обработки таких сигналов представляет особый интерес для целей радиоразведки.

При методе ППРЧ [2] расширение спектра обеспечивается путем скачкообразного изменения несущей частоты в выделенном для работы системы радиосвязи (СРС) диапазоне W_s. Под скачкообразным изменением частоты следует понимать периодическую перестройку одной частоты или нескольких частот, используемых для передачи сигналов. Сигналы с ППРЧ можно рассматривать как последовательность в общем случае модулированных радиоимпульсов, несущие частоты которых перестраиваются в диапазоне W_s. Число перестраиваемых частот и порядок их чередования определяются псевдослучайными кодами.

Обязательным условием применения сигналов с ППРЧ является детерминированность псевдослучайной последовательности радиоимпульсов, точнее их несущих частот и временного положения, что позволяет на приемной стороне СРС обеспечить частотную и временную синхронизацию сигналов. Для абонента, которому передаваемое сообщение не предназначено (или для постановщика помех), закон перестройки несущей частоты в СРС с ППРЧ неизвестен, что исключает прием сигналов или возможность создания эффективных способов его подавления.

Фундаментальный принцип псевдослучайности сигналов препятствует системе радиоразведки осуществить надежный прием передаваемого сигнала, а системе радиоэлектронного противодействия (РЭП) добиваться эффективного воздействия на СРС с ППРЧ организованных помех, и вынуждает систему РЭП с ограниченной мощностью передатчика распределять соответствующим образом спектральную плотность мощности помехи по частотному диапазону СРС.

Перестройка несущей частоты (скачок) может происходить в такой полосе частот, которая включает в себя несколько частотных каналов. Каждый канал можно рассматривать как спектральную область с центральной частотой, значение которой является одной из возможных несущих частот в выделенном диапазоне. Каналы могут быть или смежными (соприкасающимися), или разнесенными друг от друга неиспользованными спектральными областями. Такой метод формирования сигналов ППРЧ позволяет исключать в случае необходимости из всей совокупности частотных каналов те каналы, которые заняты сильными помехами или в которых имеют место устойчивые замирания.

Метод ППРЧ широко применяют в подвижных СРС и в тех случаях, когда требуется энергию передаваемого сигнала рассредоточить по возможно более широкой полосе частот. Ширина занимаемой полосы частот при этом принципиальных ограничений не имеет с точки зрения параметров разрабатываемой СРС.

Временной интервал между переключениями частот называется длительностью частотного элемента (или периодом) и характеризует собой время работы на одной частоте T_h. В зависимости от соотношения времени работы на одной частоте T_h и длительности информационных символов T_s ППРЧ может быть классифицирована [4]: на межсимвольную, посимвольную и внутрисимвольную (в частном случае при двоичной ЧМ и без кодирования – на межбитовую, побитовую и внутрибитовую).

При межсимвольной ППРЧ n информационных символов, $n \geq 2$, передаются на одной частоте, при этом $T_h = nT_s$. При посимвольной ППРЧ передача каждого символа ведется на своей рабочей частоте, длительность скачка частоты T_h равна длительности символа T_s. В случае внутрисимвольной ППРЧ расширение спектра достигается за счет разнесения символов на независимые частотные элементы (субсимволы), каждый из которых передается поочередно на своей частоте в соответствии с заданной псевдослучайной последовательностью (ПСП), при этом $T_h = \frac{T_s}{L}$, где L – число скачков рабочей частоты внутри одного символа (уровень разнесения).

В системах радиосвязи с ППРЧ может использоваться как когерентная, так и некогерентная обработка сигналов. Основным видом модуляции при передаче данных в СРС медленной и особенно с быстрой ППРЧ является *M*-ичная некогерентная ЧМ, в частности двоичная ЧМ. В СРС с медленной ППРЧ применяются и другие виды модуляции, например: двоичная ФМ, квадратурная ФМ (ФМ-4), относительная ФМ (ОФМ), манипуляция с минимальным сдвигом фазы [5, 6].

Рассматриваемая ниже система ППРЧ с ФМ-4 может быть в данной классификации позиционирована как **медленная межсимвольная ППРЧ.**

С целью обеспечения в СРС с ППРЧ статистической независимости ошибок при приеме символов на передающей стороне осуществляется так называемое перемежение символов, при котором каждый символ кодового слова передается по отдельному частотному каналу [3, 7]. Таким образом, перемежение превращает сигнал во временной области в бесструктурную форму, что затрудняет создание оптимальных помех. С целью восстановления исходного порядка символов на приемной стороне требуется операция деперемежения символов. Применение перемежения и деперемежения символов в СРС как с медленной, так и быстрой перестройкой частоты позволяет корректировать пакеты ошибок, обусловленные замираниями сигнала и импульсными помехами на отдельных участках диапазон частот СРС.

Структурные схемы передающих и приемных устройств, использующих ППРЧ, достаточно просты.

Основные элементы структурных схем передатчика и приемника СРС с ППРЧ при цифровой одноканальной модуляции изображены на рис. 2.1а и б, (где обозначено: ГПСК – генератор псевдослучайного кода, (̂) - символ оценки).

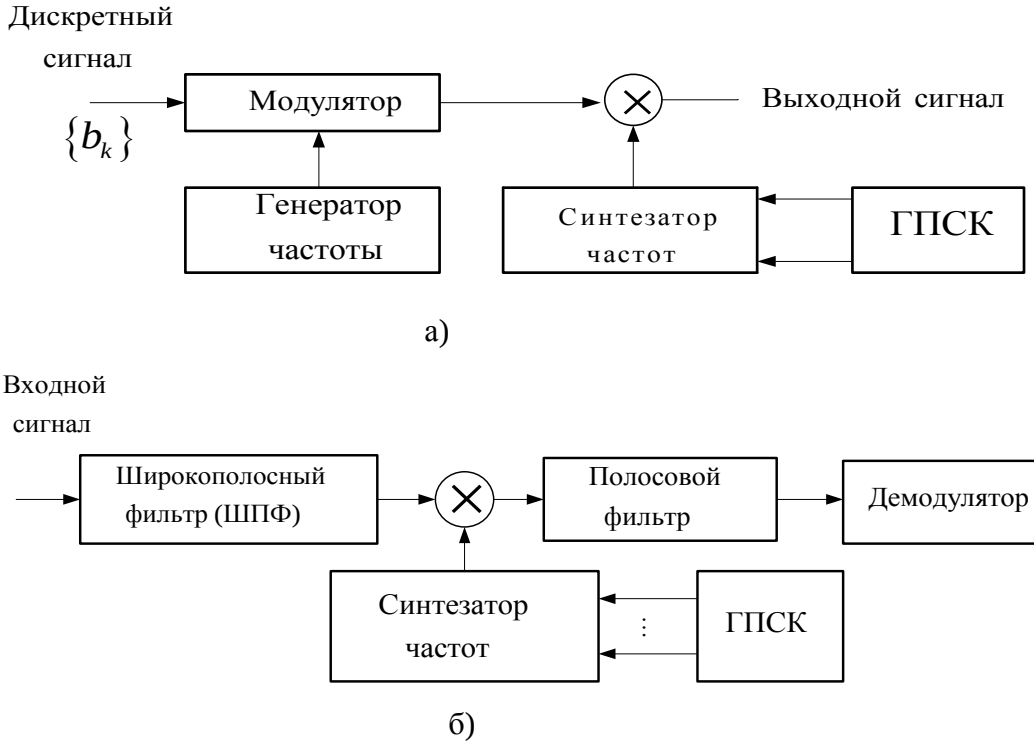


Рис. 2.1. *Структурные схемы одноканальных приемно-передающих устройств сигналов ППРЧ*

На рис 2.2 приведен фрагмент частотно-временной матрицы (ЧВМ) сигнала одноканальной СРС с ППРЧ, где квадратами с наклонной штриховкой обозначены частотные каналы, занятые элементами сигнала (F_s – ширина полосы одного частотного канала; M_f – число частотных каналов, $M_f = \frac{W_s}{F_s}$.)

В такой СРС в интервале между переключениями частот имеется только одна несущая частота и соответствующий канал передачи. При одноканальной модуляции в СРС используется, как правило, медленная ППРЧ, а в качестве модуляции может применяться ЧМ без разрыва фазы, при которой сигнал изменяет несущую частоту от одного скачка к другому, сохраняя в то же время непрерывность фазы. Частотная манипуляция без разрыва фазы позволяет сформировать сигналы со сравнительно узкой шириной спектра.

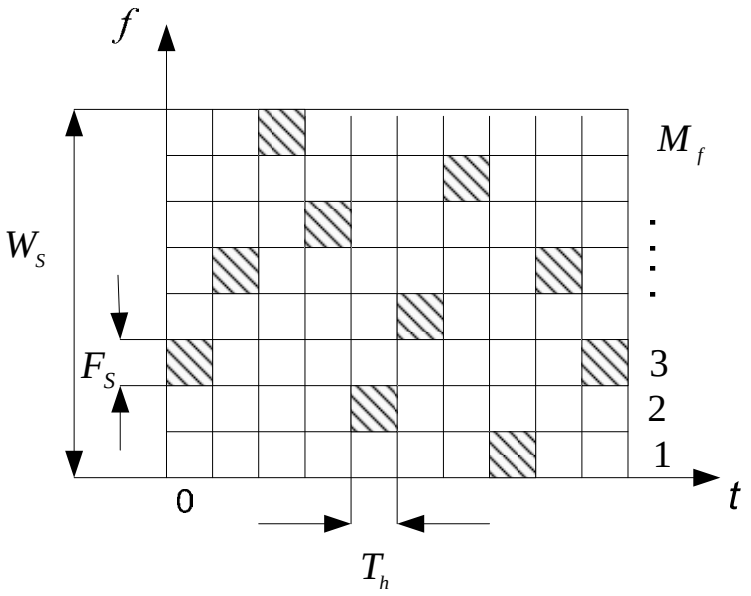


Рис. 2.2. *Частотно-временная матрица одноканальной СРС с ППРЧ*

Как было указано выше, с медленной ППРЧ может использоваться и фазовая модуляция, в частности ФМ-4. Структурные схемы передатчиков и приемников остаются, в принципе, такими же, как и в случае использования частотной модуляции. Однако в задачах радиоразведки схема приемника сильно усложняется, т.к. псевдослучайный закон изменения частоты в месте приема не известен. Не известны в общем случае и вид модуляции и скорость передачи. Использование панорамного приемника, который «просматривает» весь доступный для связи частотный диапазон, позволяет лишь зафиксировать факт использования ППРЧ и осуществить запись наблюдаемых реализаций сигнала с целью поэтапного решения следующих задач:

- обнаружение сигнала ППРЧ и установление используемого вида псевдослучайной последовательности (ПСП);
- определение используемого вида модуляции;
- определение скорости передачи или длительности тактового интервала при передаче *M*-ичных символов;
- демодуляция и декодирование наблюдаемых сигналов в условиях априорной неопределенности относительно свойств канала и помех.

Если считать, что первые три задачи решены, то последняя может быть сформулирована как *задача построения оптимального (субоптимального) приемного устройства для сигналов ФМ-4 в случае их пакетной передачи в канале с рассеянием с неизвестными свойствами собственно канала и действующих в нем помех.*

Именно эта задача и решается в данной главе.

2.2. Прием дискретных сообщений в каналах с памятью

Как было указано выше, при использовании медленной ППРЧ передача дискретного сообщения сводится по сути к пакетной передаче, при которой каждый пакет передается на своей частоте. Первая задача, которую приходится решать системе радиоразведки, является задача идентификации используемого вида модуляции и определения длительности сигнального элемента (длительности тактового интервала). Эта задача может решаться различными методами в зависимости от имеющейся априорной информации о свойствах используемого канала и помех. Следует отметить, что имеются отечественные разработки, в которых успешно решены задачи определения вида модуляции наблюдаемого сигнала. Например, стационарный комплекс автоматизированного радиоконтроля АРК-СК1 (разработки ЗАО «ИРКОС»), предназначенный для поиска незарегистрированных источников радиоизлучений и их пеленгования. Комплекс производит оценку и протоколирование загрузки диапазона, технический анализ параметров излучений радиосредств, регистрацию демодулированных передач и радиосигналов, выполнение разнообразных функций радиоконтроля средств связи.

Основной же задачей любой СРС является демодуляция принятого сигнала, решить которую в условиях отсутствия информации о свойствах канала связи, по которому сигнал поступил на вход приемного устройства, крайне затруднительно, особенно, если скорость передачи высока и демодулятору необходимо учитывать рассеяние энергии передаваемого сигнала во времени, т.е. явление межсимвольной интерференции. В работе [5] такая задача сформулирована как задача «слепой идентификации», решение которой для каналов с межсимвольной интерференцией не всегда существует.

В представленной главе предпринята попытка решения данной задачи на примере использования сигналов фазовой модуляции ФМ-4.

Для решения задачи ниже дается описание свойств канала связи с памятью (межсимвольной интерференцией), описание алгоритмов демодуляции, которые решают задачу демодуляции в канале с памятью наиболее эффективно, и описание алгоритмов (методов) слепого оценивания характеристик канала при отсутствии в составе принимаемого сигнала тестовых последовательностей.

2.2.1. Структура системы радиосвязи для передачи дискретных сообщений. Общая характеристика канала связи

Рассмотрим структурную схему системы передачи дискретных сообщений, представленную на рис. 2.3 и характеризующую основные этапы преобразования сигнала в последовательной (одночастотной) системе, использующей пространственно-временной канал связи [11].

На рис. 2.3 обозначено:

$\{a_i\}$ – подлежащая передаче последовательность символов дискретного сообщения;

$\{b_i\}$ – последовательностью кодовых символов;

$s(t)$ – сигнал на выходе передатчика.

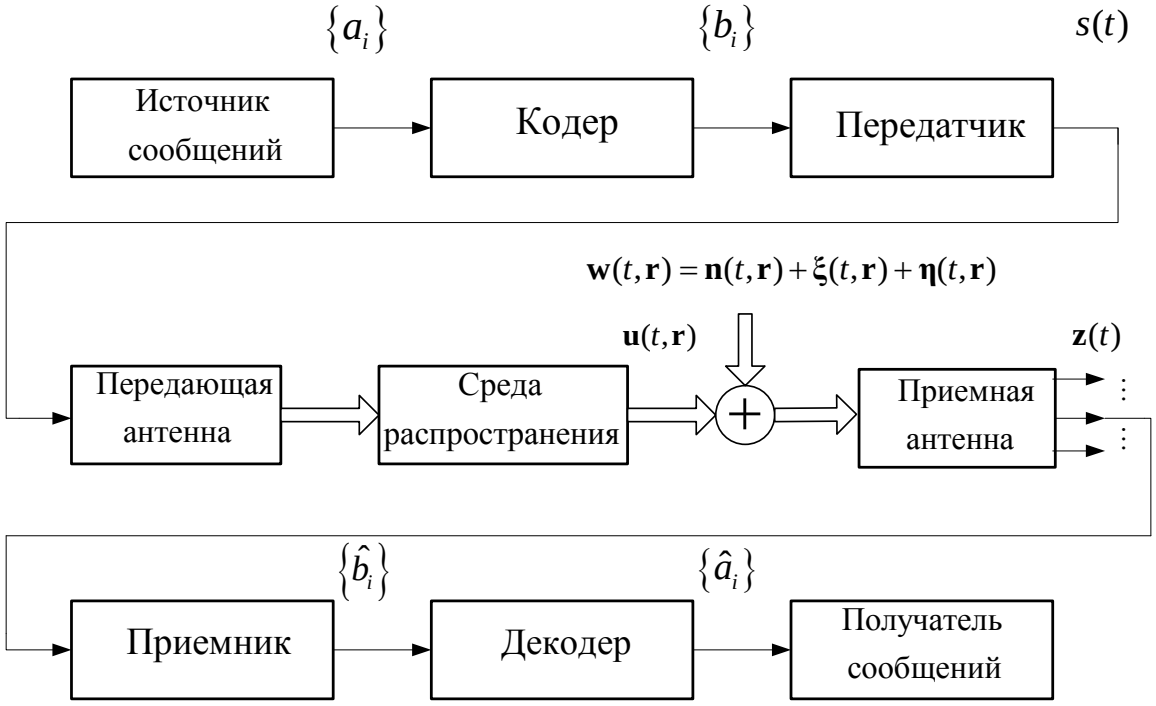


Рис. 2.3. *Структурная схема системы передачи дискретных сообщений*

Передающая антенна предполагается заданной и используется разнесенная модель [11, 12, 13] формирования принимаемого сигнала в виде векторной (в общем случае) функции времени t и пространственных координат точки наблюдения $\mathbf{r} = (r_1, \ldots r_n)$, называемой полем.

На структурной схеме пространственно-временные сигналы, в отличие от просто временных, обозначены широкими стрелками.

Как следует из рис. 2.3, в зоне приемной антенны действует поле

$$\mathbf{z}(t,\mathbf{r}) = \mathbf{u}(t,\mathbf{r}) + \mathbf{w}(t,\mathbf{r}), \qquad (2.1)$$

являющееся суммой сигнального $\mathbf{u}(t,\mathbf{r})$ и мешающего $\mathbf{w}(t,\mathbf{r})$ полей.

Поле аддитивных помех $\mathbf{w}(t,\mathbf{r})$ в общем случае определяется полем флуктуационных гауссовских помех $\mathbf{n}(t,\mathbf{r})$, полем сосредоточенных (узкополосных) помех $\boldsymbol{\xi}(t,\mathbf{r})$ и полем импульсных помех $\boldsymbol{\eta}(t,\mathbf{r})$. Поле обрабатывается приемной антенной так, что на ее выходе формируется векторная функция времени $\mathbf{z}(t)$, по которой приемник восстанавливает сигнал, подлежащий обработке в демодуляторе для вынесения решений $\{\hat{b}_i\}$ о передаваемых кодовых символах $\{b_i\}$. Операции демодуляции и декодирования, кстати, могут выполняться совместно, что уменьшает потери информации по сравнению со случаем, когда эти операции выполняются раздельно.

Представленной структурной схемой системы передачи дискретных сообщений может быть охарактеризован процесс передачи сообщений в составном (радио+ проводной) канале связи с использованием практически любого диапазона волн, а также оптического, гидроакустического и других каналов, в которых основным характерным эффектом является эффект рассеяния энергии передаваемого сигнала во времени, по частоте и в пространстве на фоне разнородных аддитивных помех.

Естественно, что схема рис. 2.3 полностью отражает процесс пакетной передачи дискретных сообщений методом ППРЧ с использованием ФМ-4.

2.2.2. Математическая модель канала связи

Экспериментальное и теоретическое исследование многих пространственно-временных каналов [14, 15, 16] допускает рассматривать их как линейную систему с ограниченной полосой частот и со случайно изменяющимися параметрами. Наиболее наглядно дать описание канала связи можно с использованием системных характеристик [17, 18, 19].

В качестве основной системной характеристики будем рассматривать импульсную характеристику канала $\mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r},\mathbf{r}_1)$, представляющую собой реакцию канала в момент времени t в точке пространства $\mathbf{r}$ на дельта-импульс, поданный в момент $t-\tau$ в точке пространства $\mathbf{r}_1$. При фиксированном на передаче значении $\mathbf{r}_1$ для данного канала достаточно определить лишь функцию $\mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r})$, а входной $s(t)$ и выходной $\mathbf{u}(t,\mathbf{r})$ сигналы канала при этом будут связаны между собой соотношением свертки

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r})\, s(t-\tau)\, d\tau\,. \qquad (2.2)$$

Здесь $\mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r})$ – вектор-столбец. Если импульсная характеристика канала представляет

собой скалярное поле $g(t,\tau,\mathbf{r})$, то и поле на выходе канала $u(t,\mathbf{r})$ будет скалярным.

Наряду с функцией $\mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r})$ для линейного канала используются функции, введенные через преобразование Фурье по переменным t и τ

$$\mathbf{H}(t,\, f\,,\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\, d\tau\,, \tag{2.3}$$

$$\mathbf{U}(\nu,\tau,\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu t} dt\,, \tag{2.4}$$

которые имеют смысл передаточной функции канала и спектра реакции канала на частоте ν соответственно, и с помощью которых вход и выход канала связаны соотношениями

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)\, \mathbf{H}(t,\, f\,,\mathbf{r}) e^{j2\pi f t} df\,, \tag{2.5}$$

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau)\, \mathbf{U}(\nu,\tau,\mathbf{r}) e^{j2\pi\nu t} d\tau d\nu\,, \tag{2.6}$$

где $S(f)$ – спектр сигнала $s(t)$.

Выражение (2.5) наглядно показывает, что канал есть устройство, «рассеивающее» входные сигналы по времени и по частоте (т.к. $s(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}$ есть задержанное на время τ и смещенное по частоте на ν колебание $s(t)$) и суммирующее рассеянные составляющие с «весом» $\mathbf{U}(\nu,\tau,\mathbf{r})$, определяющим рассеяние в пространстве. Такую модель можно трактовать как набор подвижных отражателей, каждый из которых вносит в отраженный сигнал задержку τ, доплеровский сдвиг ν и характеризуется коэффициентом отражения $\mathbf{U}(\nu,\tau,\mathbf{r})$. Физически рассеяние энергии сигнала во времени, как указывалось выше, является следствием многолучевого распространения, вызванного случайным однократным или (и) многократным отражением волн от неоднородностей среды, а также нелинейностью фазо-частотной характеристики элементов каналообразующей аппаратуры, наличием энергоемких элементов и т.д. Рассеяние по частоте связано с временными флуктуациями среды распространения и доплеровскими сдвигами. Как правило, перечисленные факторы носят случайный характер, и адекватное описание распространения сигнала в среде со случайными неоднородностями может быть сделано на основе стохастических моделей.

2.2.3. Оптимальный прием «в целом» в каналах с памятью и совокупной гауссовской аддитивной помехой

Пусть последовательность кодовых символов $\{b_i\}, i = \overline{1,K}$ из алфавита объемом m,

представляемая вектором $\mathbf{B}_j = \{b_{1j}, b_{2j}, \ldots b_{Kj}\}$, $j = \overline{1,m}^K$, передается по каналу связи с использованием сигналов $s_i(t)$ длительностью T_i. В некоторой области пространства $\Re$ на интервале времени $T_a \geq \bigcup_{i=1}^{K} T_i$ наблюдению доступно случайное поле

$$\mathbf{z}(t,\mathbf{r};\mathbf{B}_j) = \mathbf{u}(t,\mathbf{r};\mathbf{B}_j) + \mathbf{w}(t,\mathbf{r}), \quad t \in T_a, \mathbf{r} \in \Re, \tag{2.7}$$

по реализациям которого необходимо вынести решение $\gamma = d(\mathbf{z}) = \hat{\mathbf{B}}_l$ относительно составляющих вектора $\mathbf{B}_j$, $l = \overline{1,m}^K$. В выражении (2.6)

$$\mathbf{w}(t,\mathbf{r}) = \boldsymbol{\xi}(t,\mathbf{r}) + \boldsymbol{\eta}(t,\mathbf{r}) + \mathbf{n}(t,\mathbf{r}), \tag{2.8}$$

где $\boldsymbol{\xi}(t,\mathbf{r})$ – поле сосредоточенных помех, $\boldsymbol{\eta}(t,\mathbf{r})$ – поле импульсных помех, $\mathbf{n}(t,\mathbf{r})$ – «белое» шумовое поле.

Задача вынесения решения $\gamma = d(\mathbf{z})$ является задачей проверки статистических гипотез H_ℓ относительно реализации кодовой последовательности и может быть решена в зависимости от объема априорной информации по различным критериям оптимальности.

При наличии полной априорной информации, т.е. при известных вероятностях P_j появления каждой реализации вектора $\mathbf{B}_j$ и известной условной функции распределения вероятностей $F(z_N/\mathbf{B}_j)$ некоторой выборки z_N поля $\mathbf{z}(t,\mathbf{r})$ применим байесовский критерий оптимальности [10], согласно которому оптимальная решающая функция d^* минимизирует байесовский риск ρ с функцией потерь $C(\mathbf{B}_j, \hat{\hat{\mathbf{B}}}_l)$

$$\rho(d^*) \leq \rho(d) \qquad \text{при всех } d, \tag{2.9}$$

$$\text{где} \quad \rho(d) = \sum_{j=1}^{m^K} P_j \int_{\Gamma} C(\mathbf{B}_j, \hat{\mathbf{B}}_\ell) dF(z_N/\mathbf{B}_j), \tag{2.10}$$

Γ – область, в которой определены всевозможные реализации выборки (методы получения выборки рассмотрены, например, в [13]. Здесь важно, чтоб выборка сохраняла информацию о векторе $\mathbf{B}_j$, содержащуюся в реализации поля $\mathbf{z}(t,\mathbf{r},\mathbf{B}_j)$).

Анализ байесовской системы обработки сигналов сводится к вычислению значения среднего (байесовского) риска

$$\rho(d^*) = \inf_d \rho(d), \tag{2.11}$$

который является мерой качества работы оптимальной системы. Так, если функция потерь является простой

$$C(\mathbf{B}_j, \hat{\mathbf{B}}_\ell) = 1 - \delta_{jl}, \tag{2.12}$$

где δ_{jl} – символ Кронекера, то ρ представляет собой среднюю вероятность ошибочных решений на блок символов $\{b_i\}$, $i = \overline{1,K}$.

Оптимальный алгоритм различения при равновероятных гипотезах и простой функции потерь по байесовскому критерию сводится к вычислению функционала отношения правдоподобия

$$\Lambda_l(\mathbf{z}(t,\mathbf{r})) = \lim_{N\to\infty} \frac{F(z_N/H_l)}{F(z_N/H_0)}, \tag{2.13}$$

где H_0 – нуль-гипотеза, соответствующая отсутствию дискретного сообщения и вынесению решения γ_j в пользу j-ой гипотезы по правилу

$$\gamma_j : \{\Lambda_j(\mathbf{z}(t,\mathbf{r})) > \Lambda_l(\mathbf{z}(t,\mathbf{r})), \quad j \neq l\}. \tag{2.14}$$

Принятие решения γ_j по правилу (2.13) соответствует процедуре «приема в целом» всей переданной последовательности кодовых символов $\{b_i\}$, $i = \overline{1,K}$, а выбор интервала анализа в виде

$$T_a \geq \bigcup_{i=1}^{K} T_i \tag{2.15}$$

объясняется необходимостью как можно более полного учета энергии принимаемого сигнала, рассеянной каналом связи во времени (память канала). Память канала обусловливается также наличием коррелированных помех $\xi(t,\mathbf{r})$ [20]. Если канал не имеет памяти, функция распределения $F(z_N/H_l)$ допускает представление

$$F(z_N/H_\ell) = \prod_{k=1}^{K} F(z_k/h_{kl}), \tag{2.16}$$

где

$$z_N = \bigcup_{k=1}^{K} z_k(T_k,\mathbf{r}), \quad H_\ell = \bigcap_k h_{kl}, \tag{2.17}$$

h_{kl} – гипотеза относительно k-ой позиции вектора $\mathbf{B}_l$, которое соответствует процедуре поэлементного приема на интервале T_k.

Можно показать [11], что в случае гауссовости поля $\mathbf{n}(t,\mathbf{r})$ для логарифма отношения правдоподобия $\Lambda_j(\mathbf{z}(t,\mathbf{r})$ при дискретной обработке поля по пространственной координате (индекс k) справедливо

$$\ln\Lambda_j = \frac{2}{N_0}\sum_k \int_0^{T_a} \left[\hat{\mathbf{y}}_{jk}(t) - \hat{\mathbf{y}}_{0k}(t)\right]^{\mathbf{T}} \mathbf{z}_k(t)dt - \frac{1}{N_0}\sum_k \int_0^{T_a} \left[\hat{\mathbf{y}}_{jk}^{\mathbf{T}}(t)\hat{\mathbf{y}}_{jk}(t) - \hat{\mathbf{y}}_{0k}^{\mathbf{T}}(t)\hat{\mathbf{y}}_{0k}(t)\right]dt, \tag{2.18}$$

где $\hat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{u}}_j(t,\mathbf{r}) + \hat{\boldsymbol{\xi}}_j(t,\mathbf{r}) + \hat{\boldsymbol{\eta}}_j(t,\mathbf{r})$,

$\boldsymbol{\xi}_j(t,\mathbf{r})$ и $\boldsymbol{\eta}_j(t,\mathbf{r})$ – реализации поля сосредоточенных и импульсных помех при наличии *j*-го полезного сигнала, $\hat{\boldsymbol{\xi}}_j(t,\mathbf{r})$ и $\hat{\boldsymbol{\eta}}_j(t,\mathbf{r})$ – их оптимальные оценки по критерию минимума среднеквадратической ошибки (СКО), $\mathbf{y}_0(t,\mathbf{r}) = \boldsymbol{\xi}_0(t,\mathbf{r}) + \boldsymbol{\eta}_0(t,\mathbf{r})$ – соответствует случаю, когда кодовая последовательность не передается, $(\hat{\bullet}), (\bullet)^{\mathrm{T}}$ – символы оценивания и транспонирования, N_0 – спектральная плотность мощности шума.

Структурная схема устройства, реализующего вычисление $\ln \Lambda_j$, $j = \overline{1,m^K}$ согласно (2.17), приведена на рис. 2.4 при дискретизации поля *L* антеннами. На схеме введены следующие обозначения:

БИ – блок измерения. В этом блоке формируются оценки параметров канала связи, с использованием которых на выходе блока могут быть получены оценки $\mathbf{u}_k(t,\mathbf{B}_j)$ для всех возможных реализаций последовательности кодовых символов $\mathbf{B}_j$, $j = \overline{1,m^K}$, $k = \overline{1,L}$, а также в БИ формируются условные (зависящие от j) оценки сосредоточенных $\hat{\xi}_{jk}(t)$ и импульсных $\hat{\eta}_{jk}(t)$ помех для каждого k-го канала обработки. Естественно, структура БИ существенно упрощается в случае отсутствия этих аддитивных помех.

ГКП – генератор кодовых последовательностей, на выходе которого в сжатом масштабе времени перебираются все реализации кодовой последовательности $\mathbf{B}_j$, $j = \overline{1,m^K}$, на основе которых в БИ формируются $\mathbf{u}_k(t,\mathbf{B}_j)$.

П – матричный перемножитель, И – интегратор, УП – устройство памяти, где на интервале анализа T_a сохраняются вычисляемые последовательно значения $\ln \Lambda_j$, которые после окончания T_a сравниваются в ССВ-схеме сравнения и выбора. Решение о переданной последовательности $\mathbf{B}_j$, $j = \overline{1,m^K}$ выносится в ССВ по максимальному значению $\ln \Lambda_j$.

Относительно использования схемы рис. 2.4 следует сделать ряд замечаний:

1. Когерентный прием предполагает известные в месте приема сигнальные поля, соответствующие всем m^K реализациям кодовой последовательности размера *K*. Поэтому для реализации приема «в целом» всего блока *K* в схему введен блок измерения (БИ) параметров канала связи, точность измерения которых влияет на помехоустойчивость приема. Для формирования оценок реализаций $\mathbf{u}$ в каждой точке дискретизации целесообразно производить измерение импульсной характеристики канала связи.

2. Если максимальная длительность импульсной характеристики составляет $\Delta t_{\max}$, то при синхронной передаче с длительностью тактового интервала T интервал анализа T_a может быть выбран в виде $T_a = (K-1)T + \Delta t_{\max} = (K+M-1)T$, где $M = \frac{\Delta t_{\max}}{T}$. Это обеспечивает полный учет всей энергии принимаемого сигнала, рассеянной каналом.

3. Передача дискретных сообщений описанным способом возможна при наличии защитных промежутков («пассивной» или «активной» паузы) длительностью не менее $\Delta t_{\max}$ между пакетами кодовых символов размером K. Значение K, в свою очередь, зависит от требуемой скорости передачи и ограничивается при цифровой обработке вычислительной мощностью используемых процессоров, т.к. на интервале T_a необходимо произвести большой объем вычислительных операций, связанных с формированием и обработкой m^K век-торных сигналов длительностью MT.

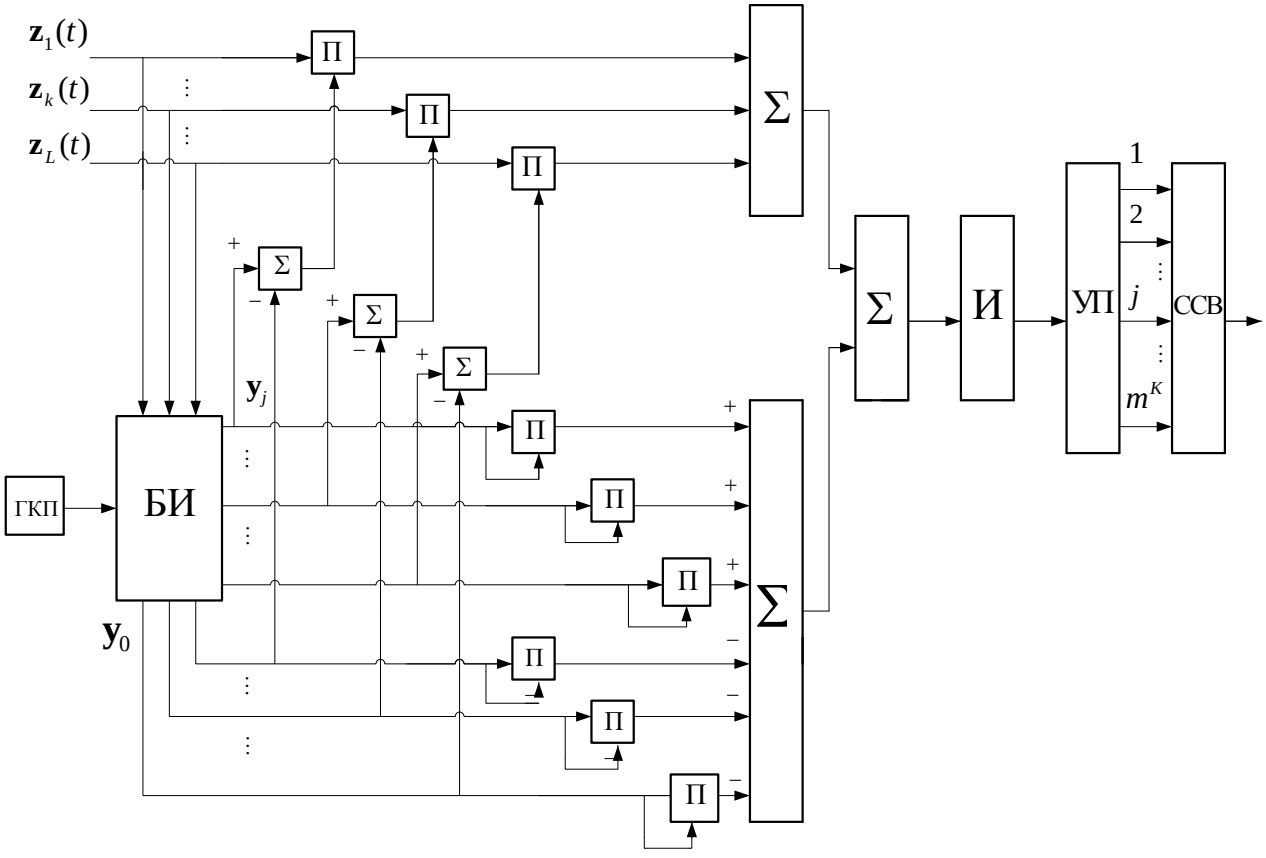


Рис. 2.4. *Структурная схема оптимального когерентного приема*

Альтернативой данной реализации «приема в целом» может служить его рекуррентная модификация или поэлементный прием, рассмотренные ниже.

2.2.4. Реализация последовательного алгоритма приема дискретных сообщений в каналах с памятью

Практическая реализация приема в целом становится невозможной при $K \to \infty$. В настоящее время известен ряд подходов, допускающих построение последовательных приближений реализации процедуры приема в целом. Это основополагающие работы Витерби [9], Абенда и Фритчмана [21], Унгербоека [22], Чанга и Ханкока [24].

Позже, в связи с развитием теории декодирования сверточных кодов, появились алгоритмы, которые легко могут быть «перенесены» с декодирования на демодуляцию в каналах с памятью в силу полной идентичности процессов образования взаимозависимости символов (памяти) при сверточном кодировании и в каналах с рассеянием. Это, в первую очередь, MAP-алгоритм (максимум апостериорной вероятности) и его модификации [7], алгоритм Витерби с мягкими решениями (SOVA – Soft-Output Viterbi Algorithm) [7, 26] и модификация алгоритма «прием в целом с поэлементным принятием решения» [7, 26], алгоритмы, основанные на итерационной процедуре вынесения решения [23] и др. Подробный анализ работы этих алгоритмов приведен в работе [7].

Мы остановимся на использовании алгоритма «прием в целом с поэлементным принятием решения (ПЦППР)» [26].

Алгоритм этот в известной степени эвристичен, однако основан на теоретических представлениях о принципах организации оптимального приемника в канале с памятью. Существенным признаком демодулятора, работающего по алгоритму ПЦППР, является использование обратной связи по решению (ОСР), действие которой, как показано в [11], не приводит к ощутимому ухудшению качественных характеристик алгоритма.

Будем считать, что при последовательной передаче символов $\{b_i\}$, $i = \overline{1,\infty}$ в месте приема поле может быть записано в виде

$$\mathbf{z}(t,\mathbf{r}) = \mathbf{y}(t,\mathbf{r}) + \mathbf{n}(t,\mathbf{r}),$$
$$\mathbf{y}(t,\mathbf{r}) = \mathbf{u}(t,\mathbf{r}) + \boldsymbol{\xi}(t,\mathbf{r}) + \boldsymbol{\eta}(t,\mathbf{r}),$$
$$t \in T_a,\ \mathbf{r} \in \Re, \tag{2.19}$$

где обозначения совпадают с принятыми ранее и

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{r}) = \sum_i \int_{T_i}^{t} \mathbf{g}(t,\tau,\mathbf{r}) s_i(t-\tau) d\tau. \tag{2.20}$$

Канал, как и выше, имеет ограниченную память MT. Тогда для вынесения решения о символе b_i можно использовать правило

$$\hat{b}_i = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\mathbf{z}(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r})\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r})\right] dt d\mathbf{r}, \quad j = \overline{1, m^M}. \qquad (2.21)$$

В (2.21) $\widehat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r})$ – оценка j-ой реализации колебания $\mathbf{u}(t,\mathbf{r})$ и помех $\boldsymbol{\xi}(t,\mathbf{r})$ и $\boldsymbol{\eta}(t,\mathbf{r})$ на интервале $[T_i, T_i + MT]$, $\widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r})$ – сигнал, характеризующий действие межсимвольной интерференции от посылок, предшествующих b_i, и формируемый с использованием ОСР. Для линейных видов модуляции $\widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r})$ можно записать в виде

$$\widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r}) = \sum_{k=i-M}^{i-1} \widehat{b}_k \widehat{\mathbf{g}}(t - T_k, \mathbf{r}).$$

Для случая дискретизации поля в N точках (разнесенный прием) правило (2.21) можно записать

$$\hat{b}_i = \arg\min_{j} \sum_{k=1}^{N} \int_{T_i}^{T_i+MT} \left[\mathbf{z}(t,r_k) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,r_k) - \hat{\mathbf{s}}_M(t,r_k)\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}(t,r_k) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,r_k) - \hat{\mathbf{s}}_M(t,r_k)\right] dt, \quad j = \overline{1, m^M}. \qquad (2.22)$$

Структурная схема устройства, реализующего алгоритм (2.22), приведена на рис. 2.5. Вновь введенные сокращения означают: БИ – блок измерения, ВБ – вычислительный блок, БФСМИ – блок формирования сигналов межсимвольной интерференции, ВР – выходной регистр.

Согласно рис. 2.5 работа алгоритма (2.22) реализуется следующим образом. В каждой ветви разнесения отсчеты поля накапливаются в ЛЗ на интервале анализа, не меньшем, чем $T_a = MT$. Предполагается, что в каждом БИ на тактовом интервале времени T по совокупным наблюдениям от каждой ветви разнесения производится вычисление оценок импульсной характеристики каждого канала обработки, а также формируется m^M оценок помех $\hat{\boldsymbol{\xi}}_j(t,\mathbf{r})$ и $\hat{\boldsymbol{\eta}}_j(t,\mathbf{r})$ и возможных реализаций полезного сигнала $\mathbf{u}_j(t,\mathbf{r})$ $j = \overline{1, m^M}$, соответствующих реализациям кодового вектора $\mathbf{B}_j$.

Для простоты будем предполагать, что измерения осуществляются, например, с использованием специальных тестовых комбинаций, информационное содержание которых известно в месте приема. Будем также предполагать идеальной работу системы синхронизации (на рисунке не показана).

В каждом канале в БФСМИ на основе известной импульсной реакции и решений о ранее переданных символах, которые накапливаются в ВР, согласно выражению $\widehat{\mathbf{s}}_M(t,\mathbf{r}) = \sum_{k=i-M}^{i-1} \widehat{b}_k \widehat{\mathbf{g}}(t - T_k, \mathbf{r})$, формируются сигналы межсимвольной интерференции. Эти

сигналы в сумматоре каждого канала вычитаются из приходящего сигнала, очищая его от последействия тех символов, по которым уже принято решение. В каждом вычислительном блоке ВБ синхронно формируется разностный сигнал (квадратные скобки выражения (2.22)), соответствующий каждой *j*-ой гипотезе относительно реализации вектора $\mathbf{B}_j$. В общем сумматоре осуществляется когерентное сложение разностных сигналов ветвей разнесения и далее в блоке ССВ принимается решение только о первом символе рассматриваемого интервала анализа. Это решение накапливается в выходном регистре ВР. Далее интервал анализа сдвигается на *T* и процесс повторяется.

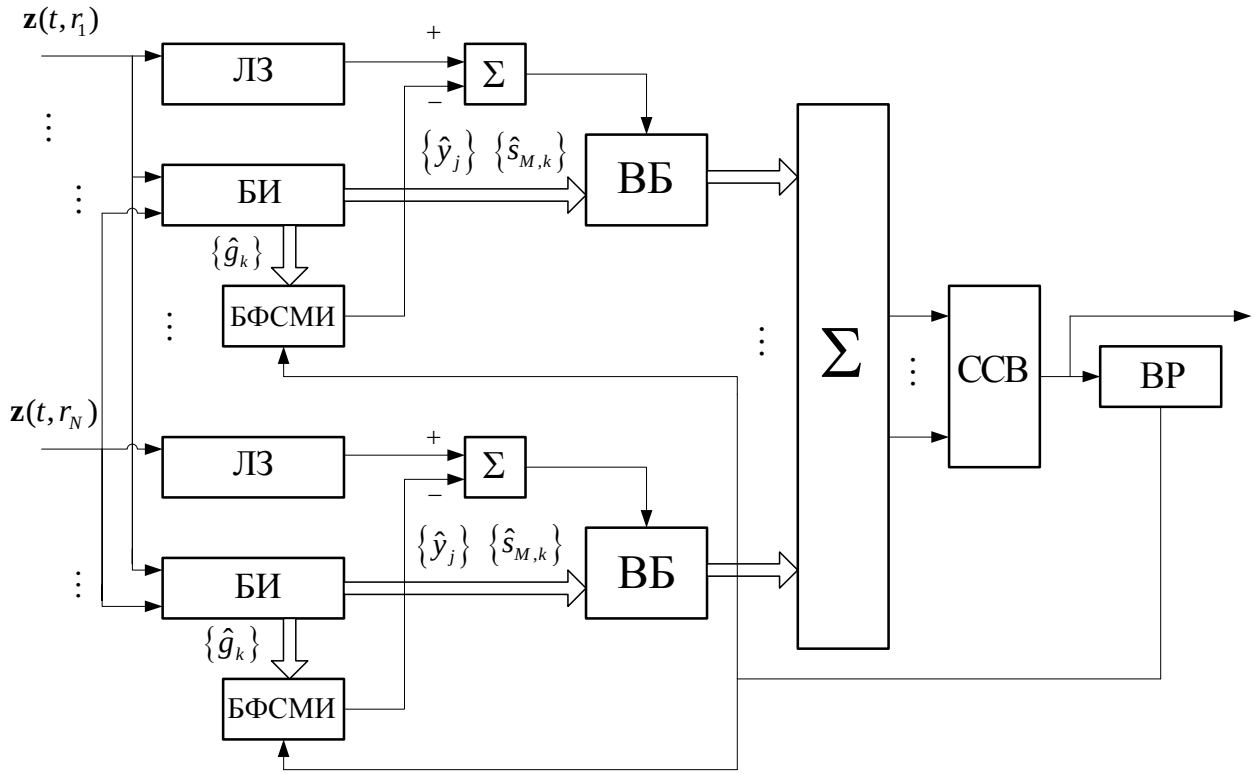


Рис. 2.5. *Структурная схема устройства, работающего по алгоритму (2.22)*

2.2.5. Анализ помехоустойчивости алгоритма «прием в целом с поэлементным принятием решения»

Как показывают многочисленные исследования, результаты которых обобщены в [7, 11], алгоритм «прием в целом с поэлементным принятием решения» (ПЦППР) и алгоритм Витерби обладают практически одинаковой помехоустойчивостью при использовании их для демодуляции двухпозиционных сигналов в каналах с памятью.

Анализ помехоустойчивости любого алгоритма в канале с памятью весьма сложен, т.к. приходится работать с зависимыми гипотезами относительно передаваемого дискретного сообщения. Эта зависимость порождается не только используемым на передаче кодированием, но, самое главное, межсимвольной интерференцией, являющейся следствием рассеяния энергии передаваемого сигнала в канале связи. Поэтому, как правило, ограничиваются построением границ вероятности ошибки рассматриваемого алгоритма. Для алгоритма Витерби границы вероятности ошибочного приема символа в канале с памятью при использовании сигналов ФМ-2 приведены в [11]. Проведем анализ помехоустойчивости алгоритма ПЦППР сначала для сигналов ФМ-2, а далее обобщим методику расчета на анализ помехоустойчивости системы ФМ-4.

При анализе помехоустойчивости алгоритма ПЦППР предположим в начале, что используемая в алгоритме обратная связь по решению (ОСР) идеальна, т.е. к моменту T_i в выражении (2.22) функция $\mathbf{s}_M(t,\mathbf{r})$ известна точно независимо от решений об информационных символах, вынесенных на предыдущих $M-1$ интервалах (существует метод, с использованием которого обратную связь по решению можно сделать действительно «идеальной» [7].)

Обозначая

$$\mathbf{z}(t,\mathbf{r}) - \mathbf{s}_M(t,\mathbf{r}) = \mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) \ , \tag{2.23}$$

выражение (2.21) можно переписать в виде

$$\min_{j(l)} \int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r})\right]^{\mathbf{T}} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r})\right] dt d\mathbf{r} = \min_{j(l)} Q_{k(n)} \ . \tag{2.24}$$

$$j,k \in \overline{1,m}^M \ ; \ \ l,n \in \overline{1,m}$$

Здесь l – позиция первого элемента выбранной j-ой реализации информационных символов b на интервале $[T_i, T_i + MT]$. Если в действительности передается последовательность $j(l)$, то условная вероятность ошибки $P(b/j)$ определяется вероятностью выполнения системы неравенств

$$Q_{1(n)} < Q_{j(l)} \text{ или } Q_{2(n)} < Q_{j(l)} \ldots \text{ или } \ldots Q_{N(n)} < Q_{j(l)} \ , \tag{2.25}$$

$$n \neq l \qquad N = m^M - 1.$$

Используем для произвольных событий Q_i неравенство

$$\max_i P(Q_i) \le P(\bigcup_i Q_i) \le \sum_i P(Q_i) \ , \tag{2.26}$$

правая часть которого совпадает с неравенством Буля.

Тогда вероятность выполнения системы неравенств (2.25) удовлетворяет соотношению

$$\max_k P\left(k(n)/j(l)\right) \le P\left(b/j\right) \le \sum_{n=1}^{N} P\left(k(n)/j(l)\right), \qquad (2.27)$$

где $P\left(k(n)/j(l)\right)$ – вероятность перехода реализации информационных символов $j(l)$ в реализацию $k(n)$.

Как следует из (2.24) эта вероятность равна вероятности выполнения неравенства

$$\int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r})\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_j(t,\mathbf{r})\right] dt d\mathbf{r} > \int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_k(t,\mathbf{r})\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}'(t,\mathbf{r}) - \widehat{\mathbf{y}}_k(t,\mathbf{r})\right] dt d\mathbf{r} \qquad (2.28)$$

Для упрощения дальнейшего анализа перейдем к скалярному случаю. С учетом того, что $z'(t,r) = y(t.r) + n(t,r)$, где $n(t,r)$ – случайная функция с гауссовской плотностью вероятности мгновенных значений и спектральной плотностью мощности N_0, можно видеть [11], что последнее неравенство характеризует сравнение случайной гауссовской величины с порогом. Причем среднее m и дисперсия σ^2 этой случайной величины определяются как

$$m = -\int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\widehat{y}_k(t,r) - \widehat{y}_j(t,r)\right]^2 dt dr \ , \qquad (2.29)$$

$$\sigma^2 = 2N_0 \int_{T_i}^{T_i+MT} \int_{\Re} \left[\widehat{y}_k(t,r) - \widehat{y}_j(t,r)\right]^2 dt dr \ , \qquad (2.30)$$

а порог сравнения имеет вид $\frac{|m|}{\sigma}$. Поэтому

$$P\left(k(n)/j(l)\right) = erfc_*\left(\frac{|m|}{\sigma}\right), \qquad (2.31)$$

где

$$erfc_*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \ . \qquad (2.32)$$

Очевидно, выражение (2.27) определяет верхнюю $P^B(b/j)$ и нижнюю $P^H(b/j)$ границы условной вероятности ошибки рассматриваемого алгоритма. Усредняя по j, получим границы для безусловной вероятности

$$\max_k P\left(k(n)\right) \le P(b) \le \sum_{k=1}^{N} P\left(k(n)\right). \qquad (2.33)$$

Для проведения конкретных расчетов в [11] введены параметры, характеризующие импульсную характеристику канала связи с памятью и отношение сигнал/шум.

$$R_{kn} = \frac{\int_0^{MT} g(t-kt)g(t-nT)dt}{\sqrt{E_k E_n}}, \tag{2.34}$$

$$\beta_k = \frac{E_k}{E_0}, \tag{2.35}$$

$$E_0 = \int_0^{MT} g^2(t)dt; \quad E_k = \int_0^{MT} g^2(t-kT)dt\,. \tag{2.36}$$

В последних формулах $g(t)$ – импульсная характеристика канала связи с постоянными параметрами длительностью MT, M – память канала, выраженная числом тактовых интервалов T, E_0 – энергия импульсной характеристики. Отношение сигнал/шум на входе приемного устройства определяется в виде

$$h^2 = \frac{E_0}{N_0}\,. \tag{2.37}$$

Параметры R_{kn} и β_k характеризуют перекрытие посылок на приеме, зависящее от свойств канала и сигналов. Очевидно $|R_{kn}| \le 1$ и $0 \le \beta_k \le 1$.

Предполагая точное измерение параметров канала и помех для $m = 2$ при использовании противоположных сигналов (ФМ-2) и одного канала пространственной обработки, для $P(k/j)$ нетрудно получить [11]

$$P(k/j) = erfc_*\left(\sqrt{2h^2(1-F_k)}\right), \tag{2.38}$$

где $$F_k = \sum_{j=2}^{M}(b_j - \hat{b}_{jk})R_{0,j-1}\sqrt{\beta_{j-1}} - \frac{1}{4}\sum_{j=2}^{M}\sum_{l=2}^{M}(b_j - \hat{b}_{jk})(b_l - \hat{b}_{lk})R_{j-1,l-1}\sqrt{\beta_{j-1}\beta_{l-1}}\,. \tag{2.39}$$

Верхняя граница вероятности ошибки при фиксированном наборе символов $\{b_j\}$, $j = \overline{2,M}$ определяется из (2.27) как

$$P^B(b/j) = \sum_{k=1}^{N} erfc_*\left(\sqrt{2h^2(1-F_k)}\right),\ N = 2^{M-1}. \tag{2.40}$$

На рис. 2.6, заимствованном из [11], приведены зависимости границ вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для случая ***M*=2** алгоритма ПЦППР, полученные согласно описанной методике, и алгоритма Витерби для некоторых сочетаний параметров канала связи (предполагается, что символы +1 и -1 равновероятны на передаче).

Сравнивая верхние границы $P^B(h)$ вероятности ошибки двух алгоритмов, можно

констатировать их практическое совпадение. Ещё более близко расположены друг к другу нижние границы $P^{H}(h)$, которые практически сливаются на графиках рис. 2.6.

Анализируя кривые рис. 2.6, можно сделать вывод, что помехоустойчивость алгоритма ПЦППР для сигналов ФМ-2 при $M = 2$ незначительно отличается от помехоустойчивости алгоритма Витерби, причем энергетический проигрыш на уровне $P = 10^{-4}$ относительно последнего составляет доли дБ.

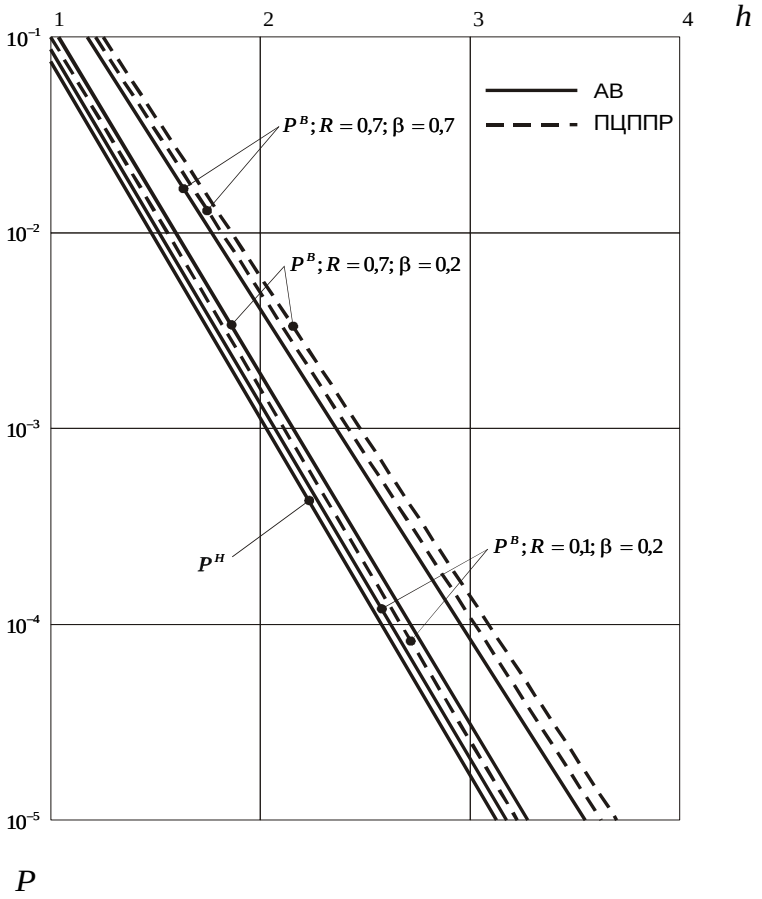


Рис. 2.6. *Границы вероятности ошибки при M=2*

2.3. Прием сигналов ППРЧ как задача слепой идентификации

Как было показано выше, прием сигналов медленной ППРЧ с ФМ-4 в канале с памятью целесообразно основывать на использовании оптимальных или субоптимальных алгоритмов, среди которых наиболее предпочтительным является алгоритм ПЦППР, что объясняется его характеристиками помехоустойчивости (практически совпадающими с характеристиками оптимального алгоритма – алгоритма Витерби) и простотой практической реализацией.

Однако и оптимальный алгоритм, и алгоритм ПЦППР для их реализации требуют в месте приема знания характеристик канала связи, а именно импульсной характеристики

канала. При организации регулярных сеансов связи, в отличие от ППРЧ, на одной несущей частоте в структуре группового сигнала при последовательном способе передачи, как правило, используются тестовые комбинации, обладающие хорошими корреляционными свойствами (как у последовательностей Баркера), по которым надежно оценивается импульсная характеристика канала даже при низких отношениях сигнал/шум в месте приема. При пакетной передаче на разных частотах (ППРЧ) оценивание импульсной характеристики каждого канала осуществляется аналогично случаю регулярного сеанса связи, если несколько первых бит каждого пакета являются тестовыми и, соответственно, известны в месте приема. При решении задач радиоразведки такой возможности нет (если отсутствует априорная информация о структуре пакета на каждой частоте).

Но и в этой ситуации при полностью неизвестном информационном содержании каждого пакета оценивание импульсной характеристики возможно при использовании методов слепой идентификации [5, 27].

Термин «слепая» обработка сигналов (blind signal processing) широко используется в литературе. В общем виде задачу слепой обработки можно сформулировать как цифровую обработку неизвестных сигналов, прошедших линейный канал с неизвестными характеристиками на фоне аддитивных шумов.

Различают два основных типа задач слепой обработки сигналов: слепая идентификация канала (оценка неизвестной импульсной характеристики или передаточной функции), слепое выравнивание канала (непосредственная оценка информационного сигнала). В обоих случаях для обработки доступны только реализации входного сигнала. В случае слепой идентификации оценка импульсной характеристики может далее использоваться для оценки информационной последовательности, т.е. является первым этапом слепого выравнивания, однако в некоторых приложениях важна сама по себе.

Во многих случаях на входе системы цифровой обработки при дискретно-временном представлении принимаемого сигнала для системы с конечной импульсной характеристикой можно записать [27]

$$\mathbf{y}(l) = \sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{g}(n) b(n+l) + \mathbf{w}(l) \quad , \tag{2.41}$$

где $\{b(l)\}, \quad l = 0,..., N-1$ – информационная последовательность, $\{\mathbf{g}(n)\}$ – импульсная характеристика дискретного M-мерного векторного канала максимальной длины L, $\{\mathbf{y}(l)\}, \quad l = 0,..., N-1.$

Если входная последовательность имеет конечную длину, то выражению (2.41) можно поставить в соответствие его z-преобразование в виде произведения полиномов

положительной степени от комплексных чисел z

$$y_k(z) = \pi_{L-1,N}\left(g_k(z)\cdot b(z)\right) + w_k(z), \quad k = 1,\ldots,M, \tag{2.42}$$

$$y_k(z) = \sum_{i=0}^{N-1} y_k(i) z^i, \quad g_k(z) = \sum_{i=0}^{L-1} g_k(i) z^i,$$

$$b(z) = \sum_{i=0}^{N+L-1} b(i) z^i, \quad w_k(z) = \sum_{i=0}^{N-1} w(i) z^i.$$

Оператор проектирования $\pi_{k,m}(x(z))$ отображает полином $x(z)$ степени $(m+k-1)$ в полином степени $(m-k-2)$ обнулением первых k младших и k старших коэффициентов полинома и делением на z^{k-1}.

Важный вопрос при решении задач слепой идентификации – идентифицируемость системы. Под идентифицируемостью системы вслепую понимается возможность восстановления передаточной функции и/или импульсной характеристики системы с точностью до комплексного множителя только по выходным сигналам.

С первого взгляда подобная задача может показаться некорректной, однако это не так, если слепое оценивание канала опирается на использование структуры канала или известные свойства его входа. Например, когда имеется известное вероятностное описание или имеет место свойство конечности алфавита или нестационарность входного сигнала.

Впервые алгоритм прямого слепого выравнивания канала связи в цифровых системах с амплитудной модуляцией был предложен, видимо, Сато в 1975 г. [28]. Алгоритм Сато был впоследствии обобщен Годардом в 1980 г. [29] для случая комбинированной амплитудно-фазовой модуляции (известен также как «алгоритм постоянных модулей»). В общем виде алгоритмы данного типа относятся к классу так называемых стохастических градиентных алгоритмов слепого выравнивания, которые строятся по принципу адаптивного эквалайзера. Сигнал ошибки адаптивного эквалайзера в данном случае формируется безынерционным нелинейным преобразованием выходного сигнала, зависящим от вида используемой сигнально-кодовой конструкции [5, 27].

В работе [27] дан обзор алгоритмов слепого выравнивания, используемых в скалярных и векторных каналах связи. Там же приведены теоремы, дающие необходимые и достаточные условия идентифицируемости векторных и скалярных каналов.

Условия слепой идентифицируемости канала обычно формулируются в отсутствии шумов. При этом различают задачи статистической и детерминированной идентификации, имея в виду модель информационной последовательности. Так, для идентифицируемости векторного канала детерминированной системы необходимо и достаточно, чтобы [27]:

1) полиномы $\{g_k(z)\}_{k=1,M}$ в (2.46) не имели общих корней;

2) линейная сложность последовательности $\{b(l)\}$, $l = 0,..., N+L-1$ была больше $2\cdot(L+1)$.

Линейная сложность характеризует степень предсказуемости детерминированной последовательности ограниченной длины и определяется как наименьшее значение D, для которого существует $\{\lambda_j\}$ такие, что:

$$x_i = -\sum_{j=1}^{D} \lambda_j x_{i-j} \qquad i = D,..., N+L-1.$$

В случае, когда информационная последовательность описывается как реализация случайного процесса, то для статистической идентифицируемости векторного канала необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие (1) и информационная последовательность была бы реализацией эргодического случайного процесса с известной автокорреляционной последовательностью [27].

Необходимые и достаточные условия идентифицируемости векторного канала по существу означают, что:

- все каналы в системе должны отличаться друг от друга, и они не должны быть идентичны;
- входная последовательность должна быть достаточно сложна, она не может быть нулевой, константой или отображаться синусоидой;
- в наличии должно быть достаточное количество выходных отсчетов.

Для скалярного канала необходимо и достаточно, чтобы информационная последовательность была реализацией нестационарного или негауссовского случайного процесса с известными статистическими характеристиками.

Анализируя материалы работы [27], где изложены алгоритмы слепой идентификации, можно сделать вывод, что для решения задачи радиоконтроля целесообразно рассматривать векторную модель сигнала в месте приема, т.е. рассматривать разнесенный прием минимум на две антенны, что при независимости сигналов в ветвях разнесения гарантирует выполнение первого условия идентифицируемости канала (второе условие при равновероятных символах исходного алфавита можно считать выполненным). Реализация разнесенного приема по сравнению с одиночным приемом (скалярный случай), во-первых, гарантирует хотя бы приближенное решение задачи идентификации, и, во-вторых, позволяет использовать более простые алгоритмы идентификации и дает достаточно быструю сходимость при получении оценок характеристик канала. Задачу же демодуляции (слепого

выравнивания) следует решать с использованием простого в реализации и эффективного, в смысле характеристик помехоустойчивости, алгоритма ПЦППР.

2.3.1. Метод максимального правдоподобия для идентификации векторного канала

Пусть в месте приема имеется по N выходных отсчетов в каждом из L каналов (ветвей разнесения). Тогда (2.1) в матричной форме представится в виде (здесь все вектора комплексные) [27],

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_S \mathbf{x} + \mathbf{v}, \tag{2.43}$$

где $\mathbf{H}_S$ – обобщенная матрица Сильвестра размером $NL \times (N + M - 1)$, составленная из векторов импульсных характеристик каналов,

M – память (предполагается одинаковой для всех каналов),

$$\mathbf{y} = \left[y_0^{(1)}, \ldots y_{N-1}^{(1)}, \cdots, y_0^{(L)}, \ldots y_{N-1}^{(L)} \right]^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x} = \left[x_0, \ldots, x_{N+M-2} \right]^{\mathrm{T}}.$$

Будем предполагать, что шум гауссовский с дисперсией σ^2. Тогда плотность вероятности комплексных отсчетов шума записывается как

$$p(v_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|v_i|^2}{2\sigma^2} \right), \tag{2.44}$$

а функционал правдоподобия представляется в виде

$$p(\mathbf{y} \mid \mathbf{H}_S, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{NL}} \exp(-\frac{1}{2\sigma^2} \left\| \vec{\mathbf{y}} - \mathbf{H}_S \mathbf{x} \right\|^2). \tag{2.45}$$

Совместная оценка максимального правдоподобия $\mathbf{H}_S$ и $\mathbf{x}$ это, как известно:

$$(\hat{\mathbf{H}}_S, \hat{\mathbf{x}})_{МП} = \arg\min_{\mathbf{H}_S, \mathbf{x}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{H}_S \mathbf{x} \right\|^2. \tag{2.46}$$

Для любого данного $\mathbf{H}_S$, оценка $\mathbf{x}$:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}_S^* \mathbf{H}_S)^{-1} \mathbf{H}_S^* \mathbf{y}, \tag{2.47}$$

где матрица $\mathbf{H}_S^*$ является транспонированной и комплексно сопряженной для $\mathbf{H}_S$. Подставляя (2.47) в (2.46), получим

$$\hat{\mathbf{H}}_S = \arg\min_{\mathbf{H}_S} \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{P}_H) \mathbf{y} \right\|^2, \tag{2.48}$$

где $\mathbf{P}_H$ – проектирующая ортогональная матрица на подпространство $\mathbf{H}_S$, то есть,

$$\mathbf{P}_H = \mathbf{H}_S (\mathbf{H}_S^* \mathbf{H}_S)^{-1} \mathbf{H}_S^*. \tag{2.49}$$

Минимизация (2.48) в вычислительном отношении – сложная задача. В литературе описано достаточно большое число итерационных подходов к нелинейной оптимизации данного типа (смотри библиографию в [5, 30, 31]).

В работе [27] рекомендовано использовать методику реализации (2.49), изложенную в [30].

Пусть $\mathbf{G}_L$ – матрица, составленная из векторов импульсных характеристик каналов согласно следующему правилу

$$\mathbf{G}_2^* = [-\overline{\mathbf{H}}_2 \quad \overline{\mathbf{H}}_1],$$
$$\vdots$$
$$\mathbf{G}_q^* = \left[\begin{array}{ccc|c} & \mathbf{G}_{q-1}^* & & 0 \\ \hline -\overline{\mathbf{H}}_q & & & \overline{\mathbf{H}}_1 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & -\overline{\mathbf{H}}_q & \overline{\mathbf{H}}_{q-1} \end{array}\right],$$

где $q = 3,\ldots,L$,

$\overline{\mathbf{H}}_i$ – верхние левые блоки размером $(N-M)\times N$ матрицы $\mathbf{H}_i$, а $\mathbf{H}_i$ имеет вид

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \dot{g}_i(M-1) & \cdots & \dot{g}_i(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \dot{g}_i(M-1) & \cdots & \dot{g}_i(0) \end{bmatrix}.$$

Тогда, если выполняется первое условие идентификации и $N \geq 2M$, ортогональной матрицей дополнений обобщенной матрицы Сильвестра $\mathbf{H}_S$ является матрица $\mathbf{G}_L$, то есть

$$\mathbf{P}_{\mathbf{G}_L} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_S} = \mathbf{I} \ .$$

Данное соотношение следует из свойства взаимной симметрии выходных сигналов каналов, на входе которых присутствует одна и та же информационная последовательность [32].

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\mathbf{H}_S} \left\| \mathbf{P}_{\mathbf{G}_L} \mathbf{y} \right\|^2 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{y}^* \mathbf{G}_L^* \left(\mathbf{G}_L^* \mathbf{G}_L \right)^{\#} \mathbf{G}_L \mathbf{y}, \qquad (2.50)$$

где символ # обозначает псевдоинверсию Мура – Пенроуза. Здесь $\mathbf{h}$ – вектор всех канальных импульсных реакций, которые в данном разделе обозначены как $\{h_i(k),\ k = 0,1,\ldots,M-1,\ \ i = 1,\ldots,L\}$.

Используя коммутативное свойство линейной свертки $\mathbf{G}_L\mathbf{y} = \mathbf{Y}_L\mathbf{h}$, выражение (2.50) можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_L^* \left(\mathbf{G}_L^* \mathbf{G}_L \right)^{\#} \mathbf{Y}_L \mathbf{h}, \qquad (2.51)$$

где $\mathbf{Y}_2 = [\mathbf{Y}_{(2)} \quad -\mathbf{Y}_{(1)}]$,

$$\mathbf{Y}_q = \left[\begin{array}{ccc|c} & \mathbf{Y}_{q-1} & & 0 \\ \hline \mathbf{Y}_{(q)} & & & -\mathbf{Y}_{(1)} \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \mathbf{Y}_{(q)} & -\mathbf{Y}_{(q-1)} \end{array}\right],$$

$$\mathbf{Y}_{(i)} = \begin{bmatrix} y_i(M) & \cdots & y_i(0) \\ \vdots & & \vdots \\ y_i(N-1) & \cdots & y_i(N-M-1) \end{bmatrix}.$$

В соответствии с [30] алгоритм максимального правдоподобия (2.51) эквивалентен следующей последовательности шагов

$$1)\ \hat{\mathbf{h}}_1 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_L^* \mathbf{Y}_L \mathbf{h}, \tag{2.52}$$

$$2)\ \hat{\mathbf{h}}_2 = \arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{h}^* \mathbf{Y}_L^* (\mathbf{G}_L^* \mathbf{G}_L)^{\#} \mathbf{Y}_L \mathbf{h}. \tag{2.53}$$

Итак, единственной априорной информацией, которая необходима для реализации алгоритма максимального правдоподобия для слепого оценивания импульсной характеристики, является память канала, характеризуемая величиной M. При известном значении тактового интервала T и длительности временного рассеяния ΔT величина памяти может быть оценена как $M = \dfrac{\Delta T}{T}$.

2.3.2. Прием сигналов ППРЧ с ФМ-4 в канале с памятью при априорной неопределенности относительно свойств канала

Как было показано выше, медленную ППРЧ с ФМ-4 можно интерпретировать как пакетную передачу дискретных символов из алфавита с $m = 4$ при использовании фазовой модуляции. При этом подразумевается, что используется канал связи с рассеянием энергии передаваемого сигнала, и это приводит к явлению межсимвольной интерференции в месте приема. Величину памяти канала M будем считать известной. Главную задачу – демодуляцию принятого колебания – можно решить с применением алгоритмов оптимального приема в канале с памятью, среди которых, как было показано, целесообразно использовать алгоритм ПЦППР. Для формирования опорных сигналов в алгоритме ПЦППР (кстати, как и в любом другом алгоритме) необходимо знание импульсной характеристики канала в месте приема. Если в составе принимаемого пакета отсутствует тестовая

последовательность, предназначенная для решения задачи оценивания свойств канала, то оценить импульсную характеристику можно лишь с использованием методов слепой идентификации. Выше было показано, что наиболее эффективно данная задача решается на основе разнесенного приема, при котором, как правило, выполняются необходимые условия идентификации (оценивания) свойств канала. При этом используется алгоритм максимального правдоподобия, в котором минимизация квадрата нормы разности двух матриц осуществляется итерационным нелинейным алгоритмом оптимизации.

Такова стратегия решения задачи приема сигналов ППРЧ в канале с памятью и неизвестными характеристиками. Структурная схема приемного устройства при этом совпадает со структурной схемой рис. 2.3, в которой используются две ветви разнесения, а на блок БИ возлагается решение задачи слепого оценивания импульсной характеристики в обеих ветвях разнесения.

2.3.3. Формирование сигналов ФМ-4 на передаче

Описание схемы модулятора сигналов ФМ-4 дадим следуя [6]. ФМ-4 (4-позиционная или квадратурная ФМ - QPSK) представляет собой биортогональную систему сигналов, и используется в ситуациях, в которых теоретическая спектральная эффективность двухпозиционной ФМ (BPSK) (1бит/(с·Гц)) недостаточна при имеющейся в наличии полосе частот. Кроме прямого распространения методов двоичной модуляции на случай QPSK используется также 4-позиционная модуляция со сдвигом (смещением), обозначаемая как O-QPSK или SQPSK (offset, staggered).

В системах QPSK модулированный сигнал имеет четыре различных фазовых состояния (рис. 2.7). Эти состояния формируются специальной схемой преобразования последовательных дибитов (пар битов) в символы. Соответствующие фазовые состояния сохраняются в течение сигнального интервала T_s, который равен длительности двух битов, т.е. $T_s = 2T_b$.

Эти четыре возможных дибита часто преобразуются в соответствии с кодом Грея. Важное свойство данного кода состоит в том, что соседние символы (фазовые состояния) различаются только в одном бите. В системах передачи, подверженных воздействию шума или помех, наиболее вероятными являются ошибки при принятии решения в пользу соседнего состояния. В таких случаях код Грея обеспечивает трансформацию одной символьной ошибки в одну битовую ошибку. Такие коды Грея имеют преимущества перед другими кодами, особенно в тех системах QPSK, после которых используются декодеры,

исправляющие одну ошибку.

Структурные схемы модулятора сигналов QPSK, обычного и со сдвигом, представлены на рис. 2.7, а временные диаграммы, соответствующие формированию обычных сигналов QPSK, – на рис. 2.8.

Для обычной QPSK линия задержки для сдвига на $T_b = T_s/2$ в квадратурном канале отсутствует. Поток данных в виде ± 1, поступающий на модулятор, разделяется на два отдельных потока с помощью последовательно-параллельного преобразователя. Один поток ($I(t)$) синфазный, а другой ($Q(t)$) – квадратурный. При этом каждый поток имеет символьную скорость, равную половине входной битовой скорости. Потоки I и Q порознь подаются на перемножители. На второй вход перемножителя канала I подается сигнал несущей $\cos\omega_0 t$, а на второй вход перемножителя канала Q – квадратурная несущая, т.е. сигнал, сдвинутый по фазе ровно на 90º (т.е. $\sin\omega_0 t$).

Выходными сигналами обоих перемножителей являются сигналы BPSK. Выходной сигнал перемножителя I имеет фазу 0º или 180º относительно несущей, а перемножителя Q – 90º или 270º относительно несущей. Затем выходные данные суммируются для получения четырёхфазного сигнала. Следовательно, QPSK может рассматриваться как две системы BPSK, работающие в квадратуре.

Отметим, что возможны фазовые переходы на 90º или 180º. Например, при смене цифровой комбинации IQ с 11 на 00 произойдет фазовый переход на 180º. Для нефильтрованного сигнала QPSK фазовые переходы происходят резко, а сигнал имеет огибающую с постоянной амплитудой. Но для отфильтрованных сигналов QPSK фазовые переходы сопровождаются изменениями уровня огибающей. В частности, изменение фазы на 180º приводит к мгновенному изменению до 0 уровня огибающей.

Сигнал QPSK на выходе модулятора обычно фильтруется для ограничения ширины полосы излучаемых частот, усиливается и затем передается по каналу передачи на вход приёмника.

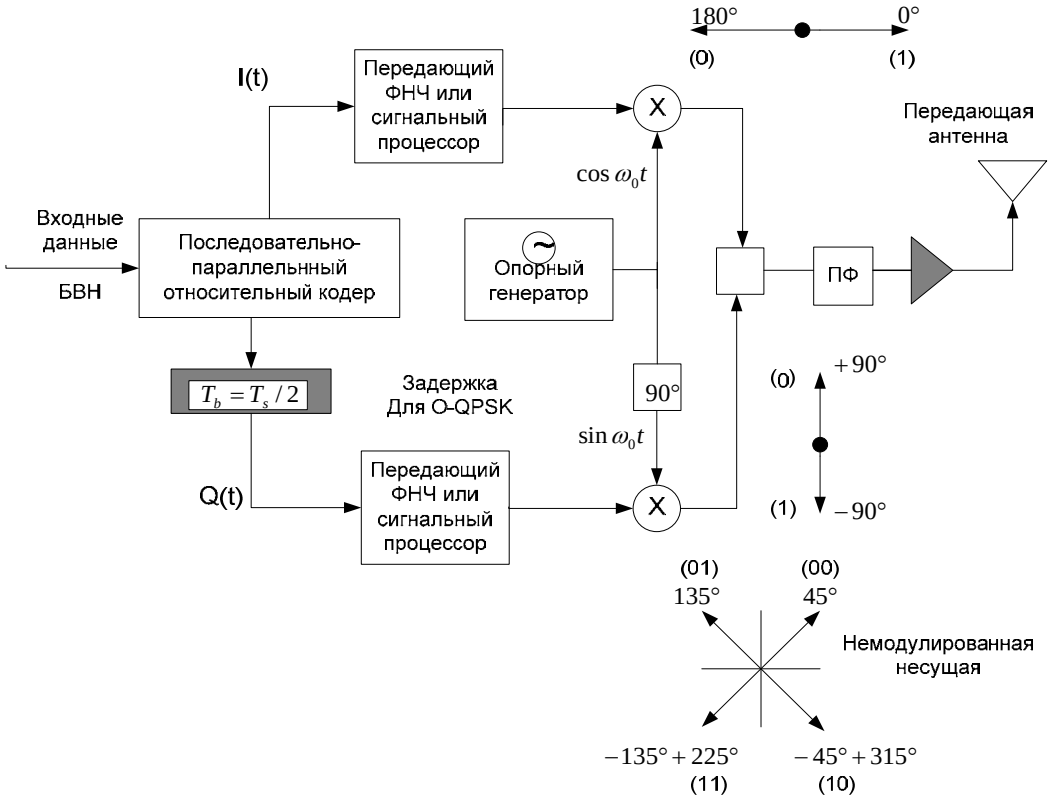


Рис. 2.7. *Структурная схема модулятора ФМ-4*

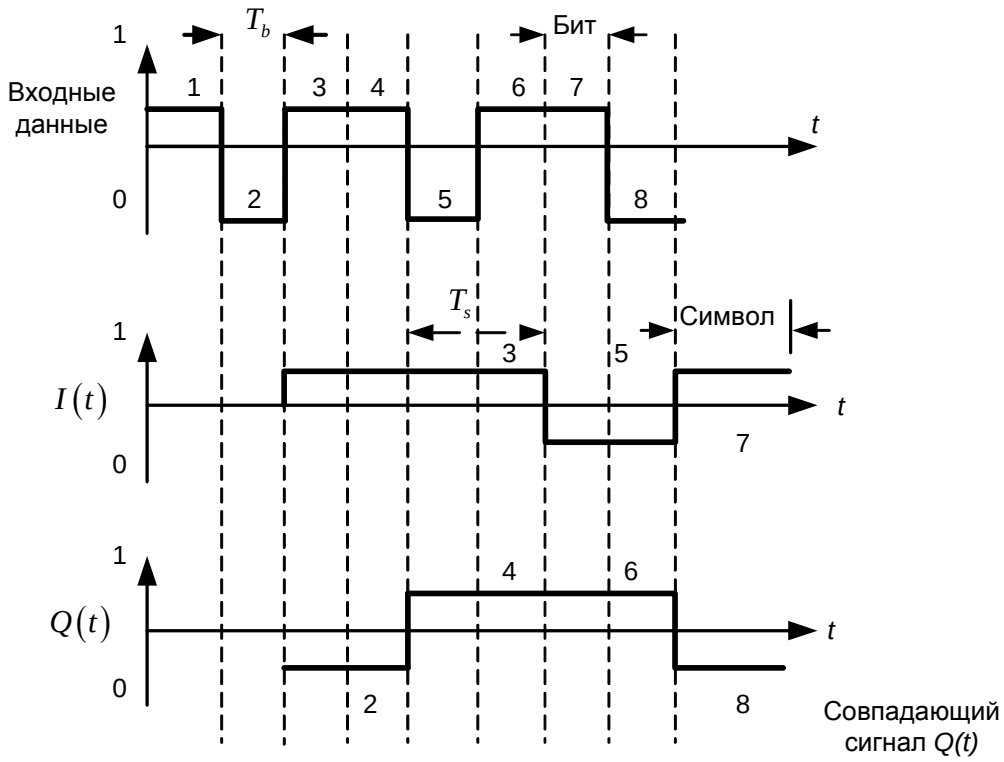


Рис. 2.8. *Временные диаграммы модулятора*

Поскольку модулированные сигналы *I* и *Q* находятся в квадратуре (ортогональны), то в канале без замираний и рассеяния (идеальный канал) приемник может демодулировать их независимо друг от друга, работая фактически как два приёмника сигналов BPSK (рис. 2.8). Затем регенерированные последовательности *I* и *Q* снова объединяются в параллельно-последовательном преобразователе для получения исходной последовательности данных. Однако она может содержать ошибки из-за влияния шумов и фильтрации.

В канале с рассеянием и замираниями, приводящими к флуктуациям амплитуды и фазы сигнала, ортогональность передаваемых сигналов нарушается, что не позволяет использовать независимую обработку квадратурных каналов.

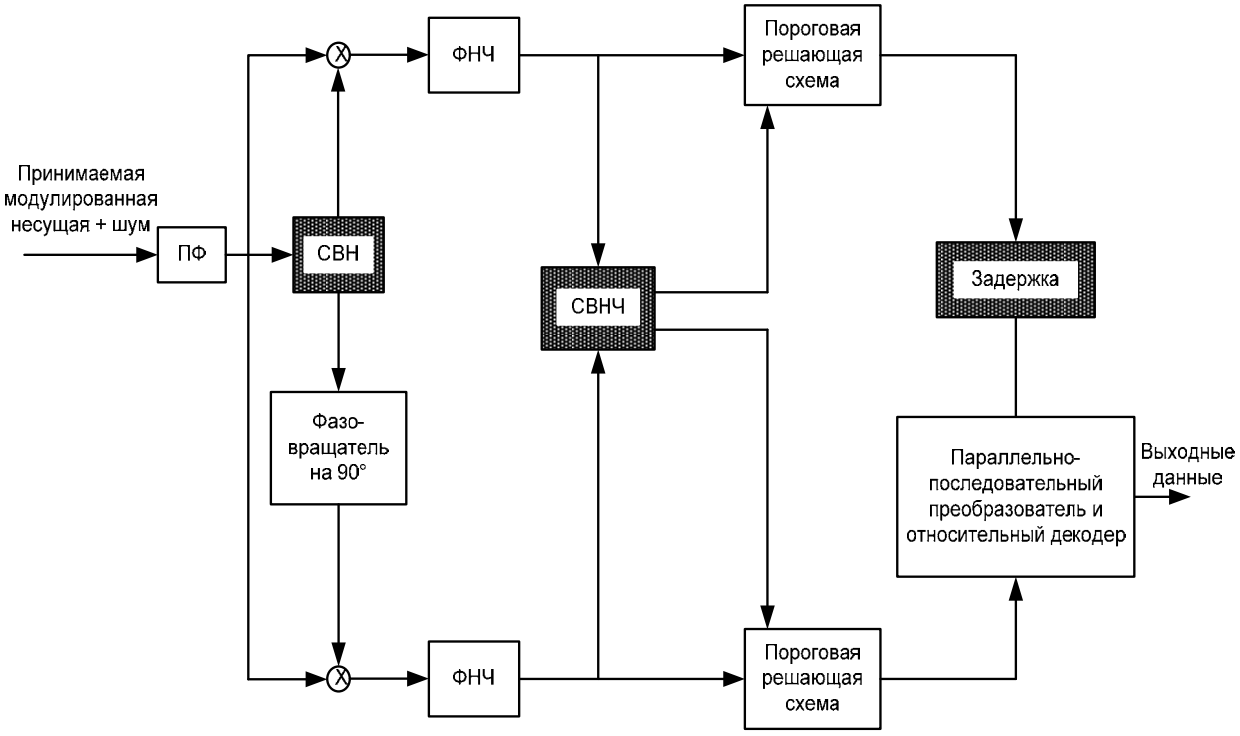


Рис. 2.9. *Структурная схема демодулятора сигналов QPSK в «идеальном» канале*

Итак, поставим в соответствие фазовой диаграмме сигналов ФМ-4 на выходе модулятора двоичные отображения символов с основанием кода $m = 4$. На передаче набор двоичных символов 00 отображается символом $b^{(1)}$ и соответственно: $b^{(2)} \leftrightarrow 10$, $b^{(3)} \leftrightarrow 11$, $b^{(4)} \leftrightarrow 01$. Здесь $(\leftrightarrow)$ – символ соответствия.

На выходе модулятора сигналы формируются по правилу

$$b^{(1)} \leftrightarrow \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{4}) \leftrightarrow \cos\omega_0 t - \sin\omega_0 t$$

$$b^{(2)} \leftrightarrow \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{4}) \leftrightarrow \cos\omega_0 t + \sin\omega_0 t$$

$$b^{(3)} \leftrightarrow \cos(\omega_0 t - \frac{3\pi}{4}) \leftrightarrow -\cos\omega_0 t - \sin\omega_0 t$$

$$b^{(4)} \leftrightarrow \cos(\omega_0 t + \frac{3\pi}{4}) \leftrightarrow -\cos\omega_0 t + \sin\omega_0 t$$

и все сигналы имеют длительность *T*.

Приведенные соотношения основаны на том факте, что символу $b^{(1)}$ (00) при формировании канального сигнала на передаче соответствует квадратурная последовательность b_x в виде (-1,-1) и квадратурная последовательность b_y также в виде (-1,-1). Символ $b^{(2)}$ (10) имеет квадратуры (1,1) и (-1,-1) и, соответственно, $b^{(3)}$ - (1,1) и (1,1), $b^{(4)}$ - (-1,-1) и (1,1). В месте приема следующие подряд два одинаковых символа в каждой квадратуре будут восприниматься как один символ удвоенной длительности. Это подтверждается соотношением

$$T_{\text{симв.}} = 2T_{\text{бит}},$$

которое следует из структурной схемы модулятора сигнала ФМ-4.

Если на единичный импульс $\cos\omega_0 t$ реакцию канала со случайными неизвестными характеристиками представить как

$$g_0(t) = x_0(t) + iy_0(t), \tag{2.54}$$

где $x_0(t), y_0(t)$ – квадратурные составляющие реакции в месте приема при некоторой фиксированной, но не нулевой, фазе опорного генератора, то нетрудно показать, что на символ $b^{(1)}$ реакция запишется в виде

$$g^{(1)} = (x_0 + y_0) + i(y_0 - x_0)$$

и, соответственно,

$$g^{(2)} = (x_0 - y_0) + i(x_0 + y_0), \tag{2.55}$$

$$g^{(3)} = -(x_0 + y_0) + i(x_0 - y_0),$$

$$g^{(4)} = (y_0 - x_0) - i(x_0 + y_0),$$

где $i^2 = -1$.

Очевидно, что все реакции связаны друг с другом соотношениями

$$g^{(2)} = ig^{(1)},$$

$$g^{(3)} = -g^{(1)}, \tag{2.56}$$

$$g^{(4)} = -ig^{(1)}.$$

Соотношения (2.54)-(2.56) необходимы для адекватного представления квадратурных компонент полезного сигнала в месте приема.

2.3.4. Алгоритм демодуляции сигналов ФМ-4 в канале с памятью

Согласно алгоритму ПЦППР решение о передаваемом m -ичном символе принимается согласно правилу:

$$\hat{b}_i = \arg\min_j \sum_{k=1}^{N} \int_{T_i}^{T_i+MT} \left[\mathbf{z}(t,r_k) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,r_k) - \hat{\mathbf{s}}_M(t,r_k)\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}(t,r_k) - \hat{\mathbf{y}}_j(t,r_k) - \hat{\mathbf{s}}_M(t,r_k)\right] dt, \quad j = \overline{1,m^M}.$$

Предполагая отсутствие импульсных и сосредоточенных помех, и что используется идеальная обратная связь по решению, правило приема можно записать как

$$\hat{b}_0^{(l)} = \arg\min_{i(l)} \sum_{q=1}^{N} \int_0^{MT} \left[\mathbf{z}'(t,r_q) - \mathbf{s}(t,r_q,\mathbf{B}_{i(l)})\right]^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{z}'(t,r_q) - \mathbf{s}(t,r_q,\mathbf{B}_{i(l)})\right] dt, \quad i = \overline{1,m^M}, \quad l = \overline{1,m}.$$

Запись означает, что перебираются все m^M комбинаций символов и решение выносится по минимальному отклонению $\mathbf{z}'(t)$ от $\mathbf{s}(t)$ (в пространстве Гильберта), но только для первого символа.

$\mathbf{B}_{i(l)}$ – i-я реализация вектора l-ичных символов b.

В дальнейшем при рассмотрении этого правила приема можно перейти от векторных функций $\mathbf{z}'(t)$ и $\mathbf{s}(t)$ в каждой ветви разнесения к скалярным, что более соответствует реальной ситуации в месте приема. Тогда вместо предыдущей формулы можно записать

$$\hat{b}_0^{(l)} = \arg\min_{i(l)} \sum_{q=1}^{N} \int_0^{MT} \left[z'_q(t) - s_q(t,\mathbf{B}_{i(l)})\right]^2 dt, \quad i = \overline{1,m^M}; \quad l = \overline{1,m}. \tag{2.57}$$

Каждому формируемому на передаче сигналу в месте приема будет соответствовать реакция $g^{(l)}(t)$. С учетом того, что передаваемые символы $b^{(j)}$, $j = \overline{1,m}$ имеют комплексное представление в виде $\dot{b}^{(j)} = b_x^{(j)} + ib_y^{(j)}$, сигнал в месте приема также в комплексном виде целесообразно записать как

$$\dot{s}(t,\dot{\mathbf{B}}_k) = \sum_{r=0}^{M-1} \dot{b}_{rk}^{(l)} \dot{g}^{(l)}(t-rT), \tag{2.58}$$

где
$$\dot{s}(t,\dot{\mathbf{B}}_k) = s_x(t,\dot{\mathbf{B}}_k) + is_y(t,\dot{\mathbf{B}}_k), \tag{2.59}$$

и
$$\dot{g}^{(l)}(t) = x^{(l)}(t) + iy^{(l)}(t). \tag{2.60}$$

С учетом последних соотношений сигнал в месте приема через квадратурные

составляющие запишется в виде

$$\dot{b}_{rk}^{(l)}\dot{g}^{(l)}(t-rT)=\left[b_{xrk}^{(l)}x^{(l)}(t-rT)-b_{yrk}^{(l)}y^{(l)}(t-rT)\right]+i\left[b_{xrk}^{(l)}y^{(l)}(t-rT)+b_{yrk}^{(l)}x^{(l)}(t-rT)\right]$$

Это позволяет квадратурные составляющие принимаемого сигнала $z'(t)$ представить соответствующим образом

$$z'_x(t)=\sum_{r=0}^{M-1}b_{xr}^{(l)}x^{(l)}(t-rT)-b_{yr}^{(l)}y^{(l)}(t-rT)+w_x(t),$$

$$z'_y(t)=\sum_{r=0}^{M-1}b_{xr}^{(l)}y^{(l)}(t-rT)+b_{yr}^{(l)}x^{(l)}(t-rT)+w_y(t), \qquad (2.61)$$

где w_x, w_y – квадратурные составляющие гауссовской помехи (предполагается отсутствие импульсных и сосредоточенных помех).

Из взаимосвязи импульсных характеристик, соответствующих передаче символов $b^{(j)}$, $j=\overline{1,m}$, можно записать

$$\dot{g}^{(l)}(t)=x^{(l)}(t)+iy^{(l)}(t)=\left[x(t)+iy(t)\right]\alpha^{(l)}, \qquad (2.62)$$

где $x(t)$, $y(t)$ – соответствуют передаче символа $b^{(1)}$, а «коэффициент взаимосвязи» импульсных характеристик $\alpha^{(l)}$ принимает значения

$$\alpha^{(l)}=\begin{cases}1 & \text{при} \quad l=1\\ i & \text{при} \quad l=2\\ -1 & \text{при} \quad l=3\\ -i & \text{при} \quad l=4\end{cases}. \qquad (2.63)$$

Теперь в выражении для $\dot{s}(t,\dot{\mathbf{B}}_k)$ слагаемые $\dot{b}_{rk}^{(l)}\dot{g}^{(l)}(t-rT)$ можно представить в виде $\dot{b}_{rk}^{(l)}\dot{g}^{(l)}(t-rT)=\dot{b}^{(l)}\dot{g}(t-rT)\alpha^{(l)}$. Откуда

$$\dot{b}^{(l)}\alpha^{(l)}=\begin{cases}\dot{b}_1 & \text{при} \quad l=1\\ \dot{b}_3 & \text{при} \quad l=2\\ \dot{b}_1 & \text{при} \quad l=3\\ \dot{b}_3 & \text{при} \quad l=4\end{cases}, \qquad (2.64)$$

что и следовало ожидать. Поэтому в выражении для квадратурных компонент $\dot{z}'(t)$ верхний индекс l можно опустить и окончательно записать

$$z'_x(t)=\sum_{r=0}^{M-1}b_{xr}x(t-rT)-b_{yr}y(t-rT)+w_x(t),$$

$$z'_y(t)=\sum_{r=0}^{M-1}b_{xr}y(t-rT)+b_{yr}x(t-rT)+w_y(t). \qquad (2.65)$$

Выражение (2.65) достаточно очевидно, т.к. согласно фазовой диаграмме сигналов ФМ-4 при любой начальной фазе опорного генератора, задающей положение осей координат в точке приема, будут существовать обе проекции: на ось X и ось Y.

Рассмотрим организацию вычислений по алгоритму ПЦППР. С учетом соотношения (2.43) принимаемый сигнал (в одной ветви разнесенного приема) в матричном виде для пачки размером N может быть представлен как

$$\mathbf{z}' = \mathbf{B} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{W} \quad , \tag{2.66}$$

где

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \dot{g}_0^{(m)} \; 0 \cdots & & & \\ \dot{g}_1^{(m)} \; \dot{g}_0^{(m)} \; 0 \cdots & & & \\ \vdots & & & \\ \dot{g}_{M-1}^{(m)} \cdots \dot{g}_0^{(m)} \; 0 \cdots & & & \\ \ddots \qquad \ddots & & & \\ \dot{g}_{M-1}^{(m)} \cdots \; \dot{g}_0^{(m)} & & & \end{bmatrix}, \qquad (\mathbf{G} \text{ - матрица размером } N \times N) \tag{2.67}$$

$$\mathbf{B} = \left[\dot{b}_0^{(m)}, \dot{b}_1^{(m)}, \ldots \dot{b}_{N-1}^{(m)}\right]^{\mathrm{T}}, \qquad \mathbf{z}' = \left[\dot{z}'_0, \dot{z}'_1, \cdots \dot{z}'_{N-1}\right]^{\mathbf{T}}, \qquad \mathbf{W} = \left[\dot{w}_0, \dot{w}_1, \cdots \dot{w}_{N-1}\right]^{\mathbf{T}} ,$$

С учетом памяти канала вектор $\mathbf{z}'$ необходимо дополнить M-1 отсчетами, соответствующими последействию от последнего символа пачки.

В выражениях (2.66) и (2.67): $\dot{g}_i^{(m)}$, $\dot{z}'_i$, $\dot{w}_i$, $i = 0, \cdots N-1$ – соответственно комплексные отсчеты импульсной реакции, наблюдаемого сигнала, образованные квадратурными отсчетами одного тактового интервала, и мешающего процесса, $(\cdot)^{\mathbf{T}}$ – символ транспонирования матрицы.

Как следует из (2.62), (2.63), (2.64) в (2.66), можно полагать

$$\dot{b}^{(m)} = \dot{b} = b_x + ib_y ,$$

где четыре значения $m = 1, 2, 3, 4$ реализуются через $b_x, b_y \in \pm 1$, и для любого m

$$\dot{g}^{(m)} = \dot{g} = x + iy .$$

Будем полагать, что на каждом тактовом интервале T в нашем распоряжении имеется один комплексный отсчет $\dot{z}'_i, i = 1, 2, \ldots$. Значение параметра M, как было отмечено выше, выбирается при известной скорости передачи на основе накопленной статистики по различным наблюдаемым каналам. Интервал памяти канала определим как $T_M = MT$. Здесь, для примера, ограничимся значением $M = 4$, и согласно (2.66) первые 4 отсчета $\dot{z}'_i$ запишутся в виде

$$
\begin{aligned}
\dot{z}'_0 &= \dot{b}_0 \dot{g}_0 + \dot{w}_0 \\
\dot{z}'_1 &= \dot{b}_0 \dot{g}_1 + \dot{b}_1 \dot{g}_0 + \dot{w}_1 \\
\dot{z}'_2 &= \dot{b}_0 \dot{g}_2 + \dot{b}_1 \dot{g}_1 + \dot{b}_2 \dot{g}_0 + \dot{w}_2 \\
\dot{z}'_3 &= \dot{b}_0 \dot{g}_3 + \dot{b}_1 \dot{g}_2 + \dot{b}_2 \dot{g}_1 + \dot{b}_3 \dot{g}_0 + \dot{w}_3 \, .
\end{aligned}
\qquad (2.68)
$$

В силу того, что любой из символов $\dot{b}$ может принимать одно из четырех (комплексных) возможных значений, для системы (2.68) будет существовать $4^4 = 256$ возможных сочетаний символов на разных позициях и, соответственно, будет существовать 256 вариантов правых частей системы.

Если оценки импульсной характеристики к этому моменту получены (это осуществляется методами слепой идентификации), то решение о первом символе на интервале $T_M = MT$ осуществляется (в предположении, что интервал обработки очищен от сигналов последействия от символов, по которым решение уже принято) по правилу

$$
\hat{\dot{b}}_0 = \underset{\dot{b}_0, \dot{b}_1, \ldots \dot{b}_{M-1}}{\arg\min} \sum_{i=0}^{M-1} \left(\dot{z}'_i - \sum_{k=0}^{i} \dot{b}_k \hat{\dot{g}}_{i-k} \right)^2 \, . \qquad (2.69)
$$

При переходе от интервала T_{M_1} к интервалу $T_{M_2} = [T, (M+1)T]$ демодулятор за счет действия обратной связи по решению (ОСР) будет располагать следующей совокупностью отсчетов

$$
\begin{aligned}
\dot{z}''_1 &= \dot{z}'_1 - \hat{\dot{b}}_0 \hat{\dot{g}}_1 \\
\dot{z}''_2 &= \dot{z}'_2 - \hat{\dot{b}}_0 \hat{\dot{g}}_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dot{z}''_{M-1} &= \dot{z}'_{M-1} - \hat{\dot{b}}_0 \hat{\dot{g}}_{M-1} \\
\dot{z}'_M &= \dot{b}_1 \dot{g}_{M-1} + \dot{b}_2 \dot{g}_{M-2} + \cdots + \dot{b}_M \dot{g}_0 + \dot{w}_M \, ,
\end{aligned}
\qquad (2.70)
$$

где $\hat{\dot{b}}_0$ – решение о первом символе интервала T_{M_1}. Обработка этих отсчетов согласно алгоритму ПЦППР дает решение уже о символе $\dot{b}_1$. Соотношение (2.70) поясняет действие механизма обратной связи по решению в алгоритме ПЦППР.

В выражении (2.70) «два штриха» в левом столбце означают последовательное устранение сигналов межсимвольной интерференции (первый шаг после $\dot{z}'$), а отсутствие символов оценки в последней строке означает, что оценки отсчетов импульсной характеристики для данного интервала еще предстоит получить (или уточнить), и значения информационных символов тоже пока неизвестны.

Организация последовательной обработки пачки отсчетов по алгоритму ПЦППР

позволяет осуществлять коррекцию отсчетов импульсной характеристики канала. Если накоплены решения относительно символов $\dot{b}$ на интервале памяти T_{M_i}, то перед обработкой отсчетов на интервале $T_{M_{i+1}}$ появляется возможность уточнить оценки импульсной характеристики, соответствующие интервалу T_{M_i}, которые можно обозначить

$$\hat{\dot{g}}^{(i)},\ i=(M+1)\dots K.$$

По-видимому, наилучшим вариантом было бы использовать систему, аналогичную (2.68), в которой по всем символам $\dot{b}$ уже приняты решения, и тогда из такой системы можно было бы найти новые оценки отсчетов импульсной характеристики $\breve{\dot{g}}^{(i+1)}, i=(M+1)\dots K.$ Использовать их на интервале $T_{M_{i+1}}$ можно после предварительной фильтрации, которая реализуется следующим простым алгоритмом

$$\hat{\dot{g}}^{(i+1)}=\delta\breve{\dot{g}}^{(i+1)}+(1-\delta)\hat{\dot{g}}^{(i)}, \qquad (2.71)$$

где δ – константа, $0<\delta<1$. Алгоритм (2.71), кстати, повышает помехоустойчивость оценивания характеристик канала связи [11].

Вместо решения системы для нахождения оценок $\breve{\dot{g}}^{(i+1)}$ можно предложить, проверенную на практике при обработке сигналов ФМ-2 в каналах с памятью [11], рекуррентную процедуру получения оценок из одного отсчета, последнего в системе (2.68). Эта процедура должна быть весьма полезной, т.к. параметры канала на рассматриваемом интервале обработки практически не меняются, а «шумовые» составляющие с помощью (2.71) фильтруются достаточно эффективно.

$$\breve{\dot{g}}_k^{(i+1)}=\frac{1}{\hat{\dot{b}}_{M-1-k}}\left(\hat{\dot{b}}_0\,\hat{\dot{g}}_{M-1}^{(i)}+\dots+\hat{\dot{b}}_{M-k}\hat{\dot{g}}_{k-1}^{(i)}+\dots+\hat{\dot{b}}_{M-1}\hat{\dot{g}}_0^{(i)}\right),\ k=\overline{0,M-1}. \qquad (2.72)$$

Относительно (2.49) следует сделать замечание, касающееся комплексного представления оценок отсчетов импульсной характеристики и принимаемых решений. При реализации (2.72) с помощью вычислителя записываются два уравнения по типу (2.72) для действительной и мнимой части импульсной характеристики, стоящее в знаменателе значение $\hat{\dot{b}}_{M-1-k}$ заменяется на b_x или b_y соответственно, и система из двух получившихся уравнений решается совместно.

Так, переходя от одного интервала T_M к другому, компенсируя последействие от символов, по которым уже принято решение, согласно выражению (2.70), и уточняя оценки импульсной характеристики по (2.71) и (2.72), можно с использованием алгоритма ПЦППР

получить решения относительно всех символов анализируемого пакета размером K.

2.3.5. Алгоритм слепого оценивания импульсной характеристики канала с памятью

Напомним, что метод максимального правдоподобия, используемый для слепого оценивания импульсной характеристики канала, подробно описанный в [30], предполагает использование разнесенного приема с разнесением минимум на две антенны. При этом размерность вектора наблюдаемых отсчетов должна удовлетворять условию $N \geq 2M$ (M – память канала, одинаковая в обеих ветвях разнесения), и предполагается, что свойства канала по ветвям разнесения таковы, что можно считать выполненным первое условие слепой идентификации, т.е. корни полиномов z-преобразования импульсных характеристик каналов в ветвях разнесения не совпадают. Второе условие идентификации, предполагающее «недетерминированность» информационной последовательности, также предполагаем выполненным.

Теперь модель типа (2.43) может быть записана в виде

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_S \mathbf{B} + \mathbf{w}, \tag{2.73}$$

где $\mathbf{z} = \left[\dot{z}_0^{(1)}, \ldots \dot{z}_{N-1}^{(1)}, \dot{z}_0^{(2)}, \ldots \dot{z}_{N-1}^{(2)}\right]^{\mathrm{T}}$ – («штрих» из (2.43) вместе с его смысловой нагрузкой предыдущего раздела здесь опускаем),

$$\mathbf{B} = \left[\dot{b}_0, \ldots, \dot{b}_{N+M-2}\right]^{\mathrm{T}},$$

$\mathbf{H}_S$ – матрица Сильвестра размером $2N \times (N + M - 1)$ при разнесении на две антенны.

Заметим, что для решения задачи идентификации из имеющихся K отсчетов всей принимаемой пачки используются лишь $N < K$.

Пусть, как и выше, $M = 4$, и принимаем $N = 8$. Тогда матрица Сильвестра записывается как

$$\mathbf{H}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}, \tag{2.74}$$

где выражение для $\mathbf{H}_i$ соответствует выражениям (2.48), (2.49) и имеет вид [30]:

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \dot{g}_i(M-1) & \cdots & \dot{g}_i(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \dot{g}_i(M-1) & \cdots & \dot{g}_i(0) \end{bmatrix}. \tag{2.75}$$

Конкретизируем для выбранных M и N выражение для $\mathbf{H}_1$.

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) \end{bmatrix}. \quad (2.76)$$

Вычисление максимально правдоподобных оценок предполагает использование подматриц $\overline{\mathbf{H}}_i$ – верхних левых блоков размером $(N-M)\times N-1$ матрицы $\mathbf{H}_i$. В частности, при $M=4$ и $N=8$ $\overline{\mathbf{H}_1}$ имеет вид:

$$\overline{\mathbf{H}_1} = \begin{bmatrix} \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{g}_1(3) & \dot{g}_1(2) & \dot{g}_1(1) & \dot{g}_1(0) \end{bmatrix}. \quad (2.77)$$

Матрицы, с помощью которых формируется максимально правдоподобная оценка (2.46), записываются также просто, как (2.76) и (2.77).

Применительно к обозначениям данного раздела, если $\mathbf{g}$ – вектор всех канальных импульсных реакций $\{\dot{g}_i(k), k=0,1,2,3.,\ i=1,2.\}$, то оценка этого вектора, формируемая согласно (2.53), запишется в виде

$$\hat{\mathbf{g}} = \arg\min_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{g}^* \mathbf{Z}_2^* \left(\mathbf{G}_2^* \mathbf{G}_2\right)^{\#} \mathbf{Z}_2 \mathbf{g},$$

где матрица $\mathbf{G}_2$ состоит из подматриц $\overline{\mathbf{H}}_i$, а матрица $\mathbf{Z}_2$ (вместо матрицы $\mathbf{Y}_2$) имеет вид

$$\mathbf{Z}_2 = [\mathbf{Z}_{(2)} \ -\mathbf{Z}_{(1)}],$$

и

$$\mathbf{Z}_{(i)} = \begin{bmatrix} \dot{z}_i(4) & \cdots & \dot{z}_i(0) \\ \vdots & & \vdots \\ \dot{z}_i(7) & \cdots & \dot{z}_i(3) \end{bmatrix}.$$

Оценка, формируемая на первом этапе согласно (2.52), в данных обозначениях теперь запишется как

$$\hat{\mathbf{g}}_1 = \arg\min_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{g}^* \mathbf{Z}_2^* \mathbf{Z}_2 \mathbf{g}.$$

Минимизация правой части последнего выражения с условием, что норма вектора импульсных характеристик должна равняться единице, означает [38], что в качестве решения

выбирается собственный вектор матрицы $\mathbf{Z}_2^*\mathbf{Z}_2$, соответствующий минимальному собственному значению этой матрицы.

Оценка второго этапа, реализуемая как

$$\hat{\mathbf{g}}_2 = \arg\min_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{g}^* \mathbf{Z}_2^* (\mathbf{G}_2^* \mathbf{G}_2)^{\#} \mathbf{Z}_2 \mathbf{g},$$

опять соответствует процедуре поиска минимального собственного значения матрицы ${}^*\mathbf{Z}_2^*(\mathbf{G}_2^*\mathbf{G}_2)^{\#}\mathbf{Z}_2$, только подматрицы $\overline{\mathbf{H}}_i$ определяются теперь оценками вектора импульсных характеристик, полученными на первом этапе.

В силу того, что оценки на первом и втором этапе ищутся при условии $\|\mathbf{g}\| = 1$, эти оценки могут отличаться от истинных значений отсчетов в матрице Сильвестра $\mathbf{H}_S$ произвольным скалярным множителем, одинаковым для всех отсчетов импульсной реакции в одной ветви разнесения. Этот факт является отличительным для всех методов слепой идентификации. Определение указанного скаляра представляет самостоятельную задачу, решение которой по сложности сопоставимо с задачей оценивания, описанной в данном разделе [27]. Ниже будет предложен метод определения скаляра, учитывающий особенности приема сигналов ППРЧ [39].

В работе [30] указано, что первый шаг оценивания дает точную оценку вектора импульсных характеристик в отсутствии шума или для случая «белого» шума при достаточно большой выборке. Шаг второй позволяет получить оценки импульсной реакции с характеристиками оценок максимального правдоподобия при относительно высоком отношении сигнал/шум в месте приема.

2.4. Анализ помехоустойчивости приема сигналов ФМ-4 в канале с памятью

При анализе помехоустойчивости будем предполагать, что прием осуществляется по алгоритму ПЦППР при точном измерении импульсной характеристики канала [25]. Правило принятия решения соответствует выражению (2.57):

$$\hat{b}_0^{(l)} = \arg\min_{i(l)} \sum_{q=1}^{N} \int_0^{MT} \left[z'_q(t) - s_q(t, \mathbf{B}_{i(l)}) \right]^2 dt, \quad i = \overline{1, m^M}; \quad l = \overline{1, m}.$$

Будем рассматривать случай одиночного приема. Пусть аналогично анализу помехоустойчивости при приеме ФМ-2

$$\int_0^{MT}\left[z'(t)-s(t,\mathbf{B}_{i(k)})\right]^2 dt = Q_{i(k)}\,, \tag{2.78}$$

предположим, что передается последовательность $n(l)$. Тогда вероятность ошибочного приема определяется вероятностью выполнения системы неравенств

$$Q_{1(k)} < Q_{n(l)} \text{ или } Q_{2(k)} < Q_{n(l)} \text{ или } Q_{3(k)} < Q_{n(l)} \text{ или } Q_{N(k)} < Q_{n(l)}$$

$$i \neq n\,,\ N = m^N - 1$$

Теперь величина Q из (2.78) может быть представлена в векторной форме через квадратурные составляющие наблюдаемого и опорного колебаний

$$Q_j = \int_0^{MT}[\mathbf{z}'(t)-\mathbf{s}_j(t)]^{\mathrm{T}}[\mathbf{z}'(t)-\mathbf{s}_j(t)]dt\,,$$

где $\mathbf{z}' = \left[z'_x\ z'_y\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{s} = \left[s_x\ s_y\right]^{\mathrm{T}}$ и символ «штрих» означает, что наблюдаемое колебание очищено от сигналов межсимвольной интерференции, соответствующих символам, переданным до начала рассматриваемого интервала обработки.

Для оценки помехоустойчивости рассматриваемого алгоритма, как было указано выше, необходимо вычислить величину

$$\chi = \int_0^{MT}[\mathbf{s}_k(t)-\mathbf{s}_j(t)]^{\mathrm{T}}[\mathbf{s}_k(t)-\mathbf{s}_j(t)]dt\,,$$

которая в предположении отсутствия сосредоточенных и импульсных помех согласно (2.31) определяет вероятность перехода одной кодовой комбинации в другую

$$P\left(k(n)\middle/j(l)\right) = erfc_*\left(\frac{|m|}{\sigma}\right), \tag{2.79}$$

где $m = -\chi$ и $\sigma^2 = 2N_0\chi$, а N_0 – спектральная плотность мощности гауссовского «белого» шума.

Квадратурные составляющие вектора **s** при этом записываются в виде

$$s_{xk}(t) - s_{xj}(t) = \sum_{r=0}^{M-1}[(b_{xkr}-b_{xjr})x(t-rT) - (b_{ykr}-b_{yjr})y(t-rT)$$

$$s_{yk}(t) - s_{yj}(t) = \sum_{r=0}^{M-1}[(b_{xkr}-b_{xjr})y(t-rT) + (b_{ykr}-b_{yjr})x(t-rT)\,. \tag{2.80}$$

С учетом того, что величины b_x и b_y определяются одним битом, либо (1), либо (-1), разность $(b_{xk}-b_{xj})$ представим в виде

$$b_{xk} - b_{xj} = \gamma_{kj} = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad b_{xk} = b_{xj} \\ 2 & \text{при} \quad b_{xk} = 1, \quad b_{xj} = -1 \\ -2 & \text{при} \quad b_{xk} = -1, \; b_{xj} = 1 \end{cases} . \tag{2.81}$$

Будем предполагать, что при равновероятном характере распределения 1 и 0 в исходном сообщении, значения γ_{kj} в модуляторе сигнала ФМ-4 будут иметь вероятности

$$P(\gamma_{kj}) = \begin{cases} 1/2 & \text{при} \quad \gamma = 0 \\ 1/4 & \text{при} \quad \gamma = \pm 2 \end{cases} . \tag{2.82}$$

Относительно разности $(b_{yk} - b_{yj}) = \delta_{kj}$ можно утверждать, что она принимает такие же значения, что и γ_{kj}, и что между собой γ_{kj} и δ_{kj} независимы.

Предполагая, что для любых k и l справедливо

$$\int_0^{MT} x(t - kT) y(t - lT) dt = 0 , \tag{2.83}$$

для величины χ можно записать

$$\chi = \int_0^{MT} \left\{ [\sum_{r=0}^{M-1} \gamma_{kjr} x(t - rT)]^2 + [\sum_{r=0}^{M-1} \delta_{kjr} y(t - rT)]^2 + [\sum_{r=0}^{M-1} \gamma_{kjr} y(t - rT)]^2 + [\sum_{r=0}^{M-1} \delta_{kjr} x(t - rT)]^2 \right\} dt . \tag{2.84}$$

Прежде чем вычислять квадраты сумм, входящих в χ, введем в рассмотрение параметры квадратурных компонент $x(t)$ и $y(t)$

$$\int_0^{MT} x^2(t) dt = E_{0x} , \qquad \int_0^{MT} x^2(t - kT) dt = E_{kx} ,$$

$$\int_0^{MT} x(t - kT) x(t - nT) dt = E_{knx} ,$$

$$\beta_{kx} = \frac{E_{kx}}{E_{0x}} , \qquad \rho_{knx} = \frac{E_{knx}}{E_{0x}} . \tag{2.85}$$

Для квадратуры $y(t)$ точно так же определяемые параметры будут обозначены как $E_{0y}, E_{ky}, E_{kny}, \beta_{ky}, \rho_{kny}$.

После возведения в квадрат и интегрирования первой квадратной скобки в (2.85) получим

$$E_{0x}\left\{\begin{array}{l}\gamma_{kj0}^2+\gamma_{kj1}^2\beta_{1x}+\gamma_{kj2}^2\beta_{2x}+\ldots+\gamma_{kj(M-1)}^2\beta_{(M-1)x}+\\+2\gamma_{kj0}\gamma_{kj1}\rho_{01x}+2\gamma_{kj0}\gamma_{kj2}\rho_{02x}+\ldots+2\gamma_{kj0}\gamma_{kj(M-1)}\rho_{0(M-1)x}+\\+2\gamma_{kj1}\gamma_{kj2}\rho_{12x}+2\gamma_{kj1}\gamma_{kj3}\rho_{13x}+\ldots+2\gamma_{kj1}\gamma_{kj(M-1)}\rho_{1(M-1)x}+\\\vdots\\2\gamma_{kj(M-2)}\gamma_{kj(M-1)}\rho_{(M-2),(M-1)x}\end{array}\right\}.$$

Последнее выражение целесообразно переписать в виде

$$E_{0x}\left\{\sum_{r=0}^{M-1}\gamma_{kjr}^2\beta_{rx}+2\sum_{[m]}\sum_{[n]}\gamma_{kjm}\gamma_{kjn}\rho_{mnx}\right\},$$

где в двойной сумме вида $\sum_{[m]}\sum_{[n]}$ установлен следующий порядок изменения индексов m и n

$$\begin{cases}01 & 02 & 03 & \ldots & 0,(M-1)\\12 & 13 & \ldots & 1,(M-1)\\\vdots\\(m-2),(M-1)\end{cases}.$$

Для остальных слагаемых в выражении для χ получим

$$E_{0y}\left\{\sum_{r=0}^{M-1}\delta_{kjr}^2\beta_{ry}+2\sum_{[m]}\sum_{[n]}\delta_{kjm}\delta_{kjn}\rho_{mny}\right\},$$

$$E_{0y}\left\{\sum_{r=0}^{M-1}\gamma_{kjr}^2\beta_{ry}+2\sum_{[m]}\sum_{[n]}\gamma_{kjm}\gamma_{kjn}\rho_{mny}\right\},$$

$$E_{0x}\left\{\sum_{r=0}^{M-1}\delta_{kjr}^2\beta_{rx}+2\sum_{[m]}\sum_{[n]}\delta_{kjm}\delta_{kjn}\rho_{mnx}\right\}.$$

Далее учтем, что

$$E_g=\int_0^{MT}g^2(t)dt=\int_0^{MT}(x^2(t)+y^2(t))dt=E_{0x}+E_{0y}. \qquad (2.86)$$

Вводя отношение сигнал/шум в виде

$$h^2=\frac{E_g}{N_0}, \qquad (2.87)$$

и предполагая $E_{0x}\approx E_{0y}$, для аргумента функции ошибок в (2.2) можно записать

$$\arg erfc_*=\sqrt{\frac{h^2}{4}\left[\sum_{r=0}^{M-1}(\gamma_{kjr}^2+\delta_{kjr}^2)(\beta_{rx}+\beta_{ry})+2\sum_{[m]}\sum_{[n]}(\gamma_{kjm}\gamma_{kjn}+\delta_{kjm}\delta_{kjn})(\rho_{mnx}+\rho_{mny})\right]}. \qquad (2.88)$$

Хотя формула «симметрична» относительно параметров γ и δ, вероятность

ошибочного приема символов $b^{(i)}$, $i=1,2,3,4$ может оказаться различной.

Дальнейший анализ проведем для случая ***M*=2**. При этом с учетом того, что $\beta_{0x}=\beta_{0y}=1$, получим

$$\arg erfc_* = \sqrt{\frac{h^2}{4}\left[\begin{array}{l}2(\gamma_{kj0}^2+\delta_{kj0}^2)+(\gamma_{kj1}^2+\delta_{kj1}^2)(\beta_{1x}+\beta_{1y})+\\+2(\gamma_{kj0}\gamma_{kj1}+\delta_{kj0}\delta_{kj1})(\rho_{01x}+\rho_{01y})\end{array}\right]}. \qquad (2.89)$$

Будем считать символы на передаче равновероятными и пусть передается символ $b^{(3)}$ $(b_x=1,\ b_y=1)$. Тогда согласно (2.2)

$$P^B(b/j)=\sum_{k=1}^{N} erfc_*(\arg_k), \qquad (2.90)$$

$N=2^M-1$ (здесь *N*=3).

$$\arg_1=\arg(b_{x1}=1, b_{y1}=1/b'_{x1}=-1, b'_{y1}=-1/\text{фиксированные } b_{x2}, b_{y2}),$$

$$\arg_2=\arg(b_{x1}=1, b_{y1}=1/b'_{x1}=1, b'_{y1}=-1/\text{фиксированные } b_{x2}, b_{y2}),$$

$$\arg_3=\arg(b_{x1}=1, b_{y1}=1/b'_{x1}=-1, b'_{y1}=1/\text{фиксированные } b_{x2}, b_{y2}).$$

По возможным реализациям второго символа (при *M*=2), который в аргументах $erfc_*(\cdot)$ обозначен как «фиксированные b_{x2}, b_{y2}», нужно усреднить. Это можно сделать с использованием параметров γ_{kj1} и δ_{kj1}, входящих в $erfc_*(\cdot)$, вероятности каждой реализации которых приведены выше в (2.82).

Возможные реализации γ_{kj1} и δ_{kj1} представлены в таблице

$$\begin{array}{l}\gamma_1=2\,|\,\gamma_1=0\,|\,\gamma_1=-2\,|\,\gamma_1=2\,|\,\gamma_1=0\,|\,\gamma_1=-2\,|\,\gamma_1=2\ \ |\,\gamma_1=0\ \ |\,\gamma_1=-2\,|\\ \delta_1=2\,|\,\delta_1=2\,|\,\delta_1=2\ \ |\,\delta_1=0\,|\,\delta_1=0\,|\,\delta_1=0\ \ |\,\delta_1=-2\,|\,\delta_1=-2\,|\,\delta_1=-2\,|\end{array}.$$

Все наборы (используя их, естественно, парами из каждого столбца таблицы) при усреднении перебирать вряд ли целесообразно, т.к. речь идет о построении верхней границы для вероятности ошибки. Достаточно при этом взять те, которые вносят «основной вклад» в значение верхней границы вероятности ошибки. Это будут значения γ_{kj1} и δ_{kj1}, которые дают относительно малые значения аргумента функции $erfc_*(\cdot)$, и такой прием лишь «уплотнит» верхнюю границу вероятности ошибки.

Например, для величины $(\gamma_{kj0}\gamma_{kj1}+\delta_{kj0}\delta_{kj1})$ можно взять такие γ_1 и δ_1, что скобка будет принимать значения от 0 до 8. Значение 8 реализуется, когда $(\gamma_{kj0}=\gamma_{kj1})$ и $(\delta_{kj0}=\delta_{kj1})$, исключая ситуацию $\gamma_0=0,\ \delta_0=0$, при которой значение скобки может стать

равным 0. Нуль может получиться и при выборе $\gamma_1 = 0,\ \delta_1 = 0$. Аналогичные рассуждения можно привести и для скобки $(\gamma_{kj1}^2 + \delta_{kj1}^2)$. Например, выбор значения 8 для обеих скобок (что может быть реализовано с вероятностью $1/16$) дает для $\arg_1$

$$\arg_1 = \sqrt{\frac{h^2}{4}\left[16 + 8(\beta_{1x} + \beta_{1y}) + 16(\rho_{01x} + \rho_{01y})\right]}. \qquad (2.91)$$

При $\gamma_1 = 0,\ \delta_1 = 0$, когда предполагается, что второй символ на интервале обработки принят правильно, из общей формулы можно записать

$$\arg erfc_* = \sqrt{\frac{h^2}{2}(\gamma_{kj0}^2 + \delta_{kj0}^2)} \qquad (2.92)$$

Теперь $\arg_1(\gamma_0 = 2, \delta_0 = 2) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(4+4)} = \sqrt{4h^2}$,

$$\arg_2(\gamma_0 = 0, \delta_0 = 2) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(0+4)} = \sqrt{2h^2},$$

$$\arg_3(\gamma_0 = 2, \delta_0 = 0) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(4+0)} = \sqrt{2h^2},$$

и для верхней границы вероятности ошибки получим

$$P^B = erfc_*\left(\sqrt{4h^2}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h^2}\right). \qquad (2.93)$$

Данный вариант ($\gamma_1 = 0,\ \delta_1 = 0$) является весьма примечательным в том смысле, что ситуация, характеризуемая правильным приемом всех символов на интервале обработки, может определять «наиболее сложный» случай обработки наблюдаемого сигнала для анализируемого алгоритма и служить основой для определения верхней границы вероятности ошибки. Заметим, что вероятность, равная $erfc_*\left(\sqrt{2h^2}\right)$, есть вероятность ошибки «приемника Котельникова» для двоичных сигналов и является нижней границей вероятности ошибки в абсолютном смысле, т.е. неулучшаемым результатом для любых систем сигналов и алгоритмов обработки в каналах с аддитивным «белым» гауссовским шумом.

График для P^B в зависимости от отношения сигнал/шум представлен на рис. (2.10) сплошной линией. Для сравнения пунктиром там же приведен график вероятности ошибки «приемника Котельникова».

Если $\gamma_1 \neq 0,\ \delta_1 \neq 0$, то в общем выражении (2.88) слагаемое

$2(\gamma_{kj0}\gamma_{kj1}+\delta_{kj0}\delta_{kj1})(\rho_{01x}+\rho_{01y})$ можно вообще сделать отрицательным (с целью минимизации аргумента функции $erfc_*$ и поиска наихудших вероятностей, определяющих верхнюю границу). Так, например, при $\gamma_1=-2$, и $\delta_1=-2$, что возможно с вероятностью равной $1/16$, можно получить

$$\arg_1(\gamma_0=2,\delta_0=2)=\sqrt{\frac{h^2}{4}\left[16+8(\beta_{1x}+\beta_{1y})-16(\rho_{01x}+\rho_{01y})\right]}, \tag{2.94}$$

$$\arg_2(\gamma_0=0,\delta_0=2)=\sqrt{\frac{h^2}{4}\left[8+8(\beta_{1x}+\beta_{1y})-8(\rho_{01x}+\rho_{01y})\right]}, \tag{2.95}$$

$$\arg_3(\gamma_0=2,\delta_0=0)=\sqrt{\frac{h^2}{4}\left[8+8(\beta_{1x}+\beta_{1y})-8(\rho_{01x}+\rho_{01y})\right]}. \tag{2.96}$$

Для дальнейшего анализа целесообразно перейти от параметров ρ_x и ρ_y, характеризующих перекрытие во времени сигналов квадратурных компонент, к другому параметру, определяющему временное рассеяние и представляемому в виде

$$R_{kn}=\frac{1}{E_g}\int_0^{MT} g(t-kT)g(t-nT)dt \tag{2.97}$$

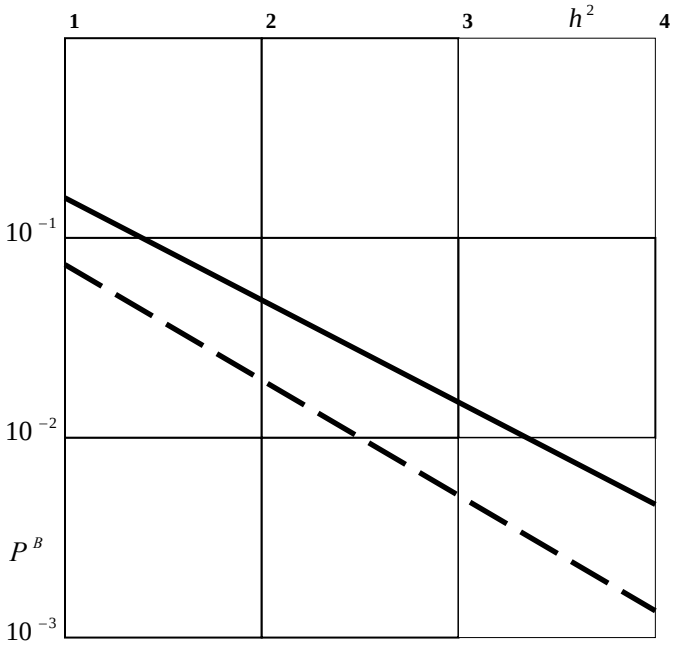


Рис. 2.10. *График зависимости верхней границы вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для ФМ-4 при М=2*

С учетом того, что для $g(t)$ справедливо представление через квадратурные

компоненты $x(t)$ и $y(t)$

$$g(t) = x(t)\cos\omega_g t - y(t)\sin\omega_g t\,, \tag{2.98}$$

где ω_g – центральная частота в спектре $g(t)$, для R_{kn} в предположении $E_{0x} \approx E_{0y}$, получим

$$R_{kn} = \frac{1}{4}(\rho_{knx} + \rho_{rny})\,.$$

Теперь для (2.97), (2.98) с учетом $R_{kk} = \frac{1}{2}(\beta_{kx} + \beta_{ky})$ можно записать

$$\arg_1(\gamma_0 = 2, \delta_0 = 2) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(16 + 16R_{11} - 64R_{01})}\,, \tag{2.99}$$

$$\arg_2(\gamma_0 = 0, \delta_0 = 2) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(8 + 16R_{11} - 32R_{01})}\,, \tag{2.100}$$

$$\arg_3(\gamma_0 = 2, \delta_0 = 0) = \sqrt{\frac{h^2}{4}(8 + 16R_{11} - 32R_{01})}\,. \tag{2.101}$$

В итоге, перебирая коэффициенты γ_{kj1} и δ_{kj1}, дающие минимальные значения функции $erfc_*(\cdot)$ в (2.92), и усредняя полученные при этом значения вероятности ошибки по выбранным сочетаниям γ_{kj1} и δ_{kj1}, для верхней границы вероятности ошибки можно получить

$$P^B = erfc_*\left(\sqrt{4h^2}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h^2}\right) + \frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{\frac{h^2}{4}(16 + 16R_{11} - 64R_{01})}\right) + \frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{\frac{h^2}{4}(8 + 16R_{11} - 32R_{01})}\right)\,. \tag{2.102}$$

Подкоренные выражения накладывают ограничение на сочетание параметров R_{11} и R_{01} так, чтоб под корнем получались величины больше 0 (в принципе, взаимная энергия, характеризуемая величиной R_{01}, может быть отрицательной).

Графики зависимостей P^B от отношения сигнал/шум для некоторых сочетаний параметров R_{11} и R_{01} приведены на рис. 2.11.

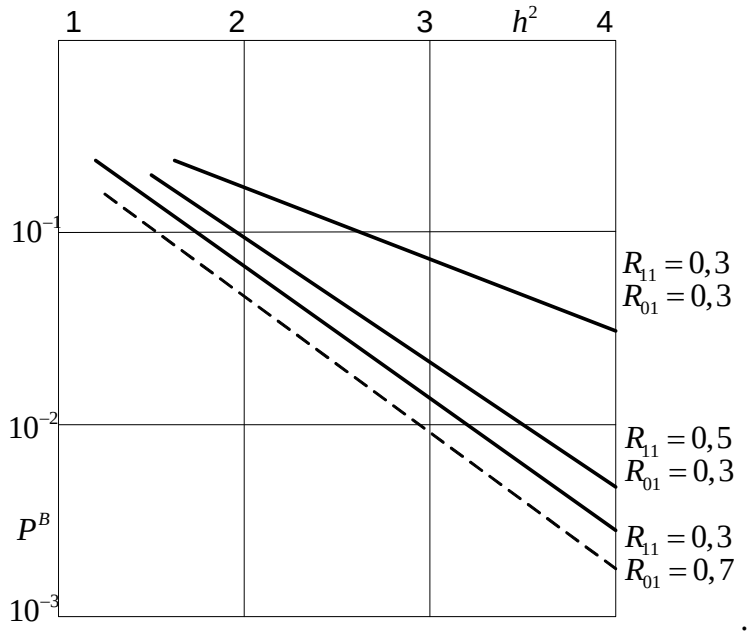


Рис. 2.11. *Графики зависимости верхней границы вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для разных форм импульсной реакции канала*

На рис. 2.11 пунктир – $P^H = erfc_*\left(\sqrt{4h^2}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h^2}\right)$ - нижняя граница вероятности ошибки).

Полученные выше соотношения определяют помехоустойчивость данного алгоритма приема на основе свойств импульсной характеристики канала. Представляет интерес получить выражения для вероятности ошибки через физические характеристики канала связи. Для этого необходимо задать модель канала, которая порождала бы рассматриваемую выше импульсную характеристику.

Рассмотрим двухлучевой канал, весьма характерный для связи в декаметровом (коротковолновом) диапазоне [33]. Пусть [11]

$$g(t) = \gamma_1\left[\nu(t)\cos\varphi_1 + \tilde{\nu}(t)\sin\varphi_1\right] + \gamma_2\left[\nu(t-T)\cos\varphi_2 + \tilde{\nu}(t-T)\sin\varphi_2\right]. \qquad (2.103)$$

Здесь γ_1, γ_2 – коэффициенты передачи канала по первому и второму лучу, φ_1, φ_2 - фазовые сдвиги первого и второго луча, $\tilde{\nu}(t)$ – сигнал, сопряженный по Гильберту с $\nu(t)$.

Выразим теперь коэффициент R_{kn} через параметры двухлучевого канала связи. Подставляя (2.103) в (2.99), получим

$$R_{01} = \frac{\gamma_1\gamma_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}. \qquad (2.104)$$

Соответственно для R_{11} выражение будет иметь вид

$$R_{11} = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \tag{2.105}$$

и отношение сигнал/шум запишется как

$$h^2 = h_0^2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2), \tag{2.106}$$

где $$h_0^2 = \frac{1}{N_0}\int_0^T \nu^2(t)dt .$$

Подставим выражения R_{11}, R_{01} и h^2 в формулу для P^B:

$$P^B = erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) + \frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(2\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)}\right) + \frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)}\right), \tag{2.107}$$

где обозначено $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Считая $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $[0, 2\pi]$, определим среднее значение функции $erfc_*(\cdot)$, усредняя по φ с использованием интегрального представления функции $erfc_*(\cdot)$ [19]

$$erfc_*(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+t^2}\exp\left[-\frac{(1+t^2)x^2}{2}\right]dt . \tag{2.108}$$

Теперь с учетом известного [10] соотношения для модифицированной функции Бесселя нулевого порядка ($I_0(\cdot)$)

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\exp[z\cos u]du = I_0(z) \tag{2.109}$$

результат усреднения по φ дает

$$P^B = erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) + \frac{1}{16\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{1+t^2}\exp\left[-(1+t^2)2h_0^2(2\gamma_1^2+\gamma_2^2)\right]I_0\left(8h_0^2\gamma_1\gamma_2(1+t^2)\right) + \frac{1}{16\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{1+t^2}\exp\left[-(1+t^2)h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2)\right]I_0\left(4h_0^2\gamma_1\gamma_2(1+t^2)\right). \tag{2.110}$$

Введем понятие отношения сигнал/шум по первому лучу в виде

$$h_1^2 = h_0^2\gamma_1^2 . \tag{2.111}$$

В области малых вероятностей ошибки при больших отношениях сигнал/шум по первому лучу два последних интеграла можно вычислить по Лапласу. Суть такого

интегрирования поясняется соотношением [34]

$$J(p)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\exp\left[-p\xi(x)\right]dx \approx \sqrt{\frac{2\pi}{p\xi''(x_0)}}\; f(x_0)\exp\left[-p\xi(x_0)\right], \qquad (2.112)$$

где точка x_0 определяется условием $\xi'(x_0)=0$, и обязательно $\xi''(x_0)>0$. Функция $f(x)$ при этом должна быть медленноменяющейся, а параметр p – достаточно большим.

Если, например, в последнем интеграле в выражении для P^B положить

$$p=h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2),$$

$$\xi(x)=1+x^2,$$

$$f(x)=\frac{I_0\left(4h_0^2\gamma_1\gamma_2(1+x^2)\right)}{1+x^2},$$

предполагая, что $h_1^2=h_0^2\gamma_1^2$ велико ($x_0=0,\ \xi''(0)=2$), то интеграл будет равен

$$\frac{1}{16\sqrt{\pi h_1^2(3+\mu^2)}}I_0(4h_1^2\mu)\exp\left[-h_1^2(3+\mu^2)\right],\ \text{где обозначено}\ \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2}=\mu^2.$$

Здесь следует отметить, что справедливость этого результата определяется, в первую очередь, величиной параметра p, и т.к. $p=3h_1^2+h_1^2\mu^2$, то к величине h_1^2 требования могут быть ослаблены.

Аналогично для другого интеграла в выражении для P^B получим

$$\frac{1}{16\sqrt{2\pi h_1^2(2+\mu^2)}}I_0(8h_1^2\mu)\exp\left[-2h_1^2(2+\mu^2)\right].$$

Объединяя полученные результаты, для верхней границы вероятности ошибки запишем

$$\begin{aligned}P^B &= erfc_*\left(\sqrt{4h_1^2(1+\mu^2)}\right)+2erfc_*\left(\sqrt{2h_1^2(1+\mu^2)}\right)+\\ &+\frac{1}{16\sqrt{\pi h_1^2(3+\mu^2)}}I_0(4h_1^2\mu)\exp\left[-h_1^2(3+\mu^2)\right]+\\ &+\frac{1}{16\sqrt{2\pi h_1^2(2+\mu^2)}}I_0(8h_1^2\mu)\exp\left[-2h_1^2(2+\mu^2)\right].\end{aligned} \qquad (2.113)$$

В области больших отношений сигнал/шум (по первому лучу) целесообразно использовать аппроксимацию функции Бесселя нулевого порядка в виде

$$I_0(x)\approx\frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}},\quad x>>1. \qquad (2.114)$$

Тогда для P^B окончательно получим

$$P^B = erfc_*\left(\sqrt{4h_1^2(1+\mu^2)}\right) + 2erfc_*\left(\sqrt{2h_1^2(1+\mu^2)}\right) + \\ + \frac{\exp\left[-h_1^2(3+\mu^2-4\mu)\right]}{32\pi h_1^2\sqrt{2\mu(3+\mu^2)}} + \frac{\exp\left[-2h_1^2(2+\mu^2-4\mu)\right]}{64\pi h_1^2\sqrt{2\mu(2+\mu^2)}}. \quad (2.115)$$

В последнем выражении подразумевается, что параметр μ является достаточно малым, таким, что показатель степени экспоненты остается отрицательной величиной.

«Значимость» слагаемых в данной формуле можно определить, сравнивая, например, второе и четвертое слагаемые. При $h_1^2 = 2,\ \mu = 0{,}25$ второе слагаемое равно $4\cdot10^{-2}$, а четвертое – $3{,}5\cdot10^{-5}$. С увеличением отношения сигнал/шум тенденция будет только усиливаться, поэтому можно утверждать, что в данном двухлучевом канале с постоянными параметрами алгоритм приема сигналов ФМ-4 при перекрытии реакций от двух соседних посылок обладает помехоустойчивостью близкой к предельнодостижимой при приеме на фоне «белого» гауссовского шума (напомним, что для приемника Котельникова при данном отношении сигнал/шум справедливо: $erfc_*(2) = 2{,}2\cdot10^{-2}$.

Определим помехоустойчивость алгоритма в замирающем канале. Будем считать, что совместная плотность вероятности мгновенных значений γ_1 и γ_2 определяется релеевским распределением с коэффициентом корреляции ρ (при равномерном распределении разности фаз лучей) и имеет вид [35]

$$w_2(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)} I_0\left(\frac{\rho\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)}\right)\exp\left(-\frac{\sigma_2^2\gamma_1^2+\sigma_1^2\gamma_2^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}\right), \quad (2.116)$$

где $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

В силу того, что $I_0(0) = 1$, из последнего выражения при $\rho = 0$ следует известное выражение для совместной плотности некоррелированных релеевских замираний

$$w(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2} e^{-\frac{\gamma_1^2}{2\sigma_1^2}-\frac{\gamma_2^2}{2\sigma_1^2}}, \quad (2.117)$$

где σ_1, σ_2 – параметры распределения (дисперсия для каждого луча определяется значением $\sigma_{1(2)}^2\sqrt{\frac{\pi}{2}}$).

Анализ помехоустойчивости при этом сводится к вычислению среднего значения верхней границы вероятности ошибки, вычисляемой как

$$\overline{P^B} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi)w_2(\gamma_1,\gamma_2)d\varphi\, d\gamma_1 d\gamma_2\,, \qquad (2.118)$$

где $P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi)$ определяется согласно (2.107) в виде

$$P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi) = erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) = 2erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) +$$
$$+\frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(2\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)}\right)+\frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)}\right). \qquad (2.119)$$

Здесь следует отметить, что интегрирование в (2.118) вряд ли возможно, поэтому используем для упрощения вычислений известную оценку функции ошибок [10]

$$erfc_*(x) < \frac{1}{2}\exp(-\frac{x^2}{2}). \qquad (2.120)$$

Поэтому

$$erfc_*\left(\sqrt{4h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right) < \frac{1}{2}\exp\left[-2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)\right], \qquad (2.121)$$

и усреднять следует правую часть последнего выражения. Такая замена еще дальше от истинного значения «отодвигает» верхнюю границу вероятности ошибки, но, как показывает дальнейший анализ, дает вполне приемлемый результат.

Итак, вычислению подлежит интеграл

$$J_1 = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} e^{-2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\frac{\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}I_0\left(\frac{\rho\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)}\right)\exp\left(-\frac{\sigma_2^2\gamma_1^2+\sigma_1^2\gamma_2^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}\right)d\gamma_1 d\gamma_2\,.$$

Сначала интегрируем по γ_1 с использованием стандартного интеграла [36]

$$\int_0^{\infty} x^{\mu-\frac{1}{2}}e^{-\alpha x}I_{2\nu}(2\beta\sqrt{x})dx = \frac{\Gamma\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(2\nu+1)}\beta^{-1}\exp\left(\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\alpha^{-\mu}\mathrm{M}_{-\mu,\,\nu}\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right), \qquad (2.122)$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция, $\mathrm{M}_{a,b}(\cdot)$ – функция Уиттекера.

Применительно к рассматриваемому интегралу $\mu=\frac{1}{2}$, $\nu=0$ и $\Gamma(1)=1$. Далее, учитывая, что

$$\mathrm{M}_{-\frac{1}{2},\,0}\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right) = \sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha}}\,\exp\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right), \qquad (2.123)$$

подлежащий вычислению интеграл J_1 после интегрирования по γ_1 примет вид

$$J_1 = \frac{1}{2\sigma_2^2}\cdot\frac{1}{4h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1}\int_0^{\infty}\gamma_2 e^{-p\gamma_2^2}d\gamma_2\,,$$

здесь $$p = \frac{[4h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1][4h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1]-\rho}{2(1-\rho^2)\sigma_2^2[4h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1]}$$

Опять используя табличный интеграл [36]

$$\int_0^\infty x^{2n+1}\exp(-px^2)dx = \frac{n!}{2p^{n+1}} \qquad (2.124)$$

при $n=0$, и вводя обозначения

$$\overline{h_1^2} = h_0^2\sigma_1^2\ , \qquad (2.125)$$

$$\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \delta^2, \qquad (2.126)$$

где $\overline{h_1^2}$ – среднее отношение сигнал/шум по первому лучу, окончательно для J_1 получаем

$$J_1 = \frac{1-\rho^2}{2}\cdot\frac{1}{[4\overline{h_1^2}(1-\rho^2)+1][4\overline{h_1^2}\delta^2(1-\rho^2)+1]-\rho}.$$

Для следующего слагаемого в выражении для $P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi)$, а именно, $2erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(\gamma_1^2+\gamma_2^2)}\right)$, справедливы точно такие же рассуждения, и поэтому с учетом множителя 2 перед $erfc_*(\bullet)$ результатом усреднения будет интеграл J_2, записываемый в виде

$$J_2 = \frac{1-\rho^2}{[2\overline{h_1^2}(1-\rho^2)+1][2\overline{h_1^2}\delta^2(1-\rho^2)+1]-\rho}.$$

Далее рассмотрим усреднение последнего (четвертого) слагаемого в выражении для $P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi)$. Очевидно, с учетом (2.120)

$$\frac{1}{4}erfc_*\left(\sqrt{2h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)}\right) < \frac{1}{8}\exp\left[-h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2-4\gamma_1\gamma_2\cos\varphi)\right].$$

Усредним сначала по φ правую часть этого неравенства. С учетом выражения (2.32) результат такого усреднения будет иметь вид

$$\frac{1}{16}\exp\left(-h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2)\right)I_0(4h_0^2\gamma_1\gamma_2).$$

Теперь данное выражение надо усреднить по γ_1 и γ_2, поэтому для этого (четвертого) слагаемого можно записать

$$J_4 = \frac{1}{16}\int_0^\infty\int_0^\infty \exp\left(-h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2)\right)I_0(4h_0^2\gamma_1\gamma_2)w_2(\gamma_1,\gamma_2)d\gamma_1 d\gamma_2 =$$

$$= \frac{1}{16}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)} e^{-h_0^2(3\gamma_1^2+\gamma_2^2)} e^{-\frac{\sigma_2^2\gamma_1^2+\sigma_1^2\gamma_2^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}} I_0(4h_0^2\gamma_1\gamma_2)\, I_0\left(\frac{\rho\gamma_1\gamma_2}{\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)}\right) d\gamma_1 d\gamma_2 .$$

Для дальнейших вычислений целесообразно одну из модифицированных функций Бесселя (например, первую) представить в виде [36]

$$I_0(4h_0^2\gamma_1\gamma_2) = \mathcal{J}_0\left(i4h_0^2\gamma_1\gamma_2\right) \tag{2.127}$$

В этом выражении $\mathcal{J}$ - символ функции Бесселя, и $i^2 = -1$.

Последняя замена позволяет при интегрировании по γ_1 в J_4 использовать табличный интеграл из [36]

$$\int_0^\infty x\exp\left(-\alpha x^2\right) I_\nu(\beta x)\,\mathcal{J}_\nu(\eta x)\,dx = \frac{1}{2\alpha}\exp\left(\frac{\beta^2-\eta^2}{4\alpha}\right)\mathcal{J}_\nu\left(\frac{\beta\eta}{2\alpha}\right), \qquad \operatorname{Re}\alpha > 0, \quad \operatorname{Re}\nu > -1 .$$

Для J_4 в этих обозначениях:

$$\alpha = \frac{6h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1}{2\sigma_1^2(1-\rho^2)}, \qquad \beta = 4h_0^2\gamma_2, \qquad \eta = \frac{i\rho}{(1-\rho^2)\sigma_1\sigma_2}\gamma_2 .$$

После интегрирования по γ_1 и некоторых алгебраических преобразований J_4 будет иметь вид

$$\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{[6h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1]\sigma_2^2}\int_0^\infty \gamma_2\exp\left\{-\gamma_2^2\left[\frac{2h_0^2\sigma_2^2(1-\rho^2)+1}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)} - \frac{16h_0^4(1-\rho^2)^2\sigma_1^2\sigma_2^2+\rho^2}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)[6h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1]}\right]\right\}\times\rightarrow$$
$$\times I_0\left(\frac{4h_0^2\sigma_1\rho}{\sigma_2[6h_0^2\sigma_1^2(1-\rho^2)+1]}\gamma_2^2\right) d\gamma_2 .$$

Последний интеграл заменой переменной $\gamma_2^2 = x$ приводится к интегралу

$\int_0^\infty \exp(-\upsilon x) I_0(\theta x)\,dx$, вычисление которого [36] дает окончательный результат

$$\int_0^\infty \exp(-\upsilon x) I_0(\theta x)\,dx = \frac{1}{\sqrt{\upsilon^2-\theta^2}}, \tag{2.128}$$

где, естественно, предполагается $\upsilon > \theta$.

Используя последнее соотношение и проводя алгебраические преобразования для J_4, можно получить

$$J_4 = \frac{1}{16h_1^2}\cdot\rightarrow$$

$$\to \frac{1}{\sqrt{\left[\left(3+\delta^2\right)^2-2\delta^2\left(1-\rho^2+8\rho\right)\right]+4\overline{h_1^4}\left(1-\rho^2\right)\delta^4+\dfrac{1+4\overline{h_1^2}\left(3+\delta^2\right)}{4\overline{h_1^4}}-4\overline{h_1^2}\left(1-\rho^2\right)\left(3+\delta^2\right)\delta^2}}.$$

Третье слагаемое в выражении для $P^B(\gamma_1,\gamma_2,\varphi)$ усредняется точно также, как и четвертое, что дает в результате

$$J_3=\frac{1}{16\overline{h_1^2}\sqrt{\left[\left(1-\rho^2\right)^2\left(4+\delta^2\right)^2-16\delta^2\rho^2\right]+\dfrac{1}{\overline{h_1^2}}\left(1-\rho^2\right)\left(4+\delta^2\right)+\dfrac{1}{4\overline{h_1^4}}}}.$$

Выражения для J_3 и J_4 имеют, в отличие от J_1 и J_2, определенные ограничения на используемые сочетания указанных параметров $\overline{h_1^2},\rho,\delta^2$, т.к. J_3 и J_4 имеют смысл лишь при положительных значениях подкоренных выражений, что, в свою очередь, обусловливается существованием используемых табличных интегралов. К примеру, в выражении для J_3 значение квадратной скобки при $\delta^2=1$ (одинаковые мощности лучей) становится равным нулю при $\rho=0{,}68$. При этом значении ρ (и $\delta^2=1$) получаем

$$J_3\approx\frac{1}{8\sqrt{10\overline{h_1^2}+1}}.$$

В выражении для J_4 такого ограничения по ρ нет, т.к. для $\delta^2=1$ значение квадратной скобки под корнем J_4 равно нулю при $\rho=1$, и для J_4 можно записать (J_1 и J_2 при этом равны 0)

$$J_4=\frac{1}{8\sqrt{16\overline{h_1^2}+1}}.$$

Примечательно то, что при этом $J_3=\dfrac{1}{16\overline{h_1^2}\sqrt{\dfrac{1}{4\overline{h_1^2}}-16}}$. Если потребовать, чтобы это выражение для J_3 имело смысл, например, чтоб под корнем получилась 1, то это произойдет при $\overline{h_1^2}=0{,}12$, что в свою очередь приводит к $J_3\approx 0{,}5$.

Нетрудно догадаться, что единственно возможное значение для J_3 при данных значениях ρ и δ^2, это $J_3=0{,}5$. Но сочетание $\delta^2=1$ и $\rho=1$ говорит о том, что канал из двухлучевого превращается в однолучевой с релевским характером замираний. Для такого канала, как показано в работе [19], система ФМ-2 имеет вероятность ошибки, равную 0,5.

Приведенный анализ говорит о том, что в данном канале (канал с общими рэлеевскими замираниями) система сигналов ФМ-4 также неработоспособна из-за наличия некоторых «плохих» комбинаций символов передаваемого сообщения. В силу того, что весь анализ помехоустойчивости построен на использовании верхней аддитивной границы (неравенства Буля), где рассматриваются все возможные переходы комбинаций символов на передаче в комбинации на приеме, величина J_3 как раз и выявляет эти «плохие» комбинации, подтверждая перспективность совместного выбора вида модуляции и корректирующего кода (создание т.н. «сигнально-кодовой конструк-ции» [7]) с целью обеспечения приемлемой помехоустойчивости всей системы приема сигналов. Подчеркнем, что такой вывод справедлив лишь для рассмотренного сочетания параметров $\delta^2 = 1$ и $\rho = 1$, что на практике встречается довольно редко [19].

Построим графики зависимости $\overline{P^B} = f(\overline{h_1^2})$. На рис. 2.12 изображены зависимости при сочетаниях $(\delta^2 = 0{,}5 \;\; \rho = 0{,}6)$ и $(\delta^2 = 0{,}5 \;\; \rho = 0)$. На этом же рисунке указаны значения верхней границы вероятности ошибки при достаточно большом значении $\overline{h_1^2}$ $(\overline{h_1^2} = 100)$. Сопоставляя эти значения, можно утверждать, что при некоторой величине $\overline{h_1^2}$, не поместившейся на графике, кривые пересекаются, и после точки пересечения помехоустойчивость выше в канале с некоррелированными замираниями.

В заключение необходимо отметить, что все полученные результаты по анализу помехоустойчивости относятся к вероятности ошибочного приема символа (для системы ФМ-4), но не бита. Сопоставить вероятность ошибочного приема символа и бита можно с использованием понятия «эквивалентной вероятности ошибки» [37] - $p_э$.

Для данной системы $p_э$ оценивается той вероятностью ошибочного приема символа в гипотетическом однородном симметричном двоичном канале и использовании простейшего кода, при которой обеспечивается та же вероятность безошибочного приема кодовой комбинации, которая имеет место в рассматриваемой системе в данном канале.

Для системы передачи сообщений с m – позиционным кодом (без избыточности) в области малых ошибок и отсутствия корреляции между ними в [37] показано

$$p_э \approx \frac{P_m}{\log_2 m},$$

где P_m – вероятность ошибочного приема символа при m – позиционном коде.

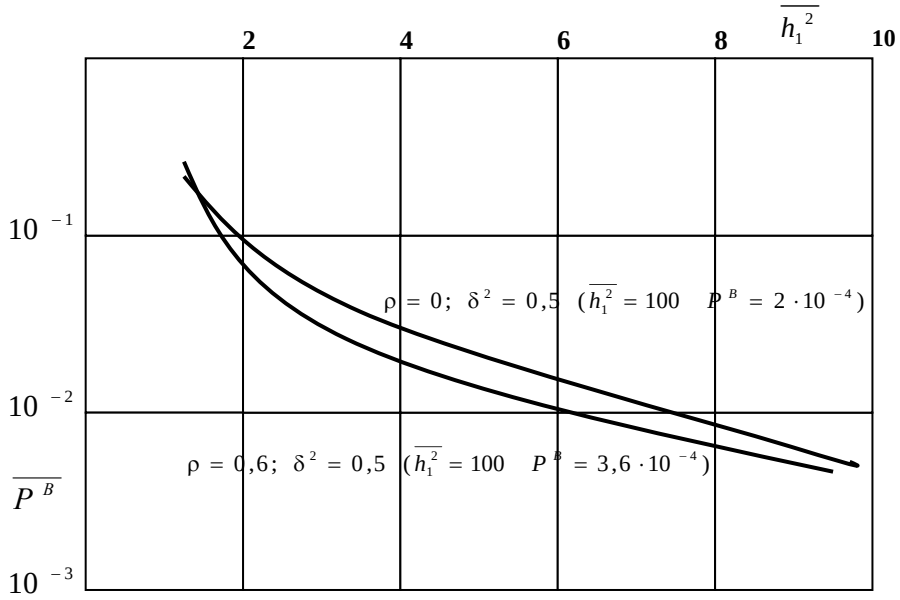


Рис. 2.12. *Помехоустойчивость сигналов ФМ-4 в замирающем рэлеевском канале*

Из последнего соотношения следует, что все количественные результаты, полученные выше для вероятности ошибки на символ, следует уменьшить вдвое, если необходимо получить вероятность ошибки на бит.

2.4.1. Моделирование на ЭВМ алгоритмов обработки сигналов ППРЧ в каналах с памятью

Работоспособность алгоритмов обработки сигналов ППРЧ с ФМ-4 в каналах с памятью была проверена на ЭВМ с привлечением идеологии методов статистических испытаний, на основе которых моделировались реализации отсчетов гауссовского шума наблюдений, информационная последовательность символов в пачке и отсчеты импульсной реакции канала в каждой ветви разнесения. Моделирование проведено с использованием пакета MatLab.

2.4.2. Вычисление скаляра в задаче слепой идентификации по методу максимального правдоподобия

Первая задача, которая должна быть решена перед проверкой работоспособности алгоритма демодуляции ПЦППР, – это задача определения оценок отсчетов импульсной характеристики, которая, как было указано при описании алгоритма слепого оценивания по методу максимального правдоподобия, дополнительно требует определения неизвестного скалярного множителя, входящего в численное значение каждого отсчета импульсной характеристики.

Обозначим через $\hat{\dot{c}}_i$, $i = 0,1,\ldots,M-1$, где M – память канала, оценки отсчетов импульсной характеристики, полученные по $N \geq 2M$ отсчетам наблюдаемого сигнала в начале пачки. Очевидно, что в лучшем случае (отсутствие аддитивных помех)

$$\hat{\dot{c}}_i = \alpha \dot{g}_i, \tag{2.129}$$

где $\dot{g}_i$ – истинное значение отсчета, а α – тот самый неизвестный скаляр, который обусловлен особенностями процедуры слепого оценивания, и численное значение (и знак) которого зависят от реализации информационной последовательности и отсчетов шума, по которым производилось оценивание.

Для определения $\dot{g}_i$ и α можно предложить следующую процедуру. Произведем, как рассматривалось в [39], слепое оценивание импульсной характеристики по последним отсчетам наблюдаемой пачки, причем здесь также $N \geq 2M$. Если размер наблюдаемой пачки не велик, а параметры канала изменяются медленно, то будет справедлива гипотеза о постоянстве импульсной характеристики на протяжении пачки, и оценка, формируемая в данном случае, может быть представлена как

$$\hat{\dot{s}}_i = \beta \dot{g}_i, \tag{2.130}$$

где β – другой, и тоже неизвестный, скаляр.

Нетрудно видеть, что

$$\hat{\dot{c}}_i \hat{\dot{s}}_i^* = \alpha\beta \left\| \dot{g}_i \right\|^2, \tag{2.131}$$

где $(\bullet)^*$ – символ комплексного сопряжения.

Соответственно $$\frac{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{c}}}{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{s}}} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad \left(\text{или} \frac{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{c}}}{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{s}}} = \frac{\alpha}{\beta}\right) \tag{2.132}$$

Из (2.131) и (2.132) следует система, в которой через *E* обозначена энергия импульсной реакции

$$E = \sum_{i=0}^{M-1} \left\| \dot{g}_i \right\|^2. \tag{2.133}$$

$$\begin{cases} \alpha\beta = \dfrac{\sum\limits_{i=0}^{M-1} \hat{\dot{c}}_i \hat{\dot{s}}_i^*}{E} \\ \dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{1}{2M} \sum\limits_{i=0}^{M-1} \left(\dfrac{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{s}}_i} + \dfrac{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{s}}_i} \right) \end{cases}. \tag{2.134}$$

Решение системы (2.134) дает

$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=0}^{M-1} \hat{\dot{c}}_i \hat{\dot{s}}_i^* \sum\limits_{i=0}^{M-1} \left(\dfrac{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Re}\,\hat{\dot{s}}_i} + \dfrac{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Im}\,\hat{\dot{s}}_i} \right)}{2ME}}, \tag{2.135}$$

$$\beta = \pm \sqrt{\frac{2M \sum_{i=0}^{M-1} \hat{\dot{c}}_i \hat{\dot{s}}_i^*}{E \sum_{i=0}^{M-1} \left(\frac{\mathrm{Re}\, \hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Re}\, \hat{\dot{s}}_i} + \frac{\mathrm{Im}\, \hat{\dot{c}}_i}{\mathrm{Im}\, \hat{\dot{s}}_i} \right)}} \,. \qquad (2.136)$$

Знание скаляров α и β позволяет получить из (2.129) и (2.130) оценки истинных отсчетов импульсной характеристики $\hat{\dot{g}}_i$, $i = 0,1, \ldots, M-1$, соответствующие началу и концу пачки.

Энергию импульсной реакции можно оценить, как показано в [39], следующим образом. Рассмотрим последние отсчеты принятой пачки, общий размер которой предполагаем равен N:

$$\cdots \underbrace{\dot{z}_{N-M}, \cdots \dot{z}_{N-2}, \dot{z}_{N-1}}_{M \text{ отсчетов}} \,|\, \underbrace{\dot{z}_N, \cdots \dot{z}_{N+M-2}}_{M-1 \text{ отсчет}} \,. \qquad (2.137)$$

В соответствии с моделью формирования отсчетов наблюдаемого сигнала для последних M отсчетов можно записать

$$\begin{aligned}
\dot{z}_{N+M-2} &= \dot{b}_{N-1} \dot{g}_{M-1} + \dot{w}_{N+M-2} \\
\dot{z}_{N+M-3} &= \dot{b}_{N-1} \dot{g}_{M-2} + \dot{b}_{N-2} \dot{g}_{M-1} + \dot{w}_{N+M-3} \\
&\vdots \\
\dot{z}_N &= \dot{b}_{N-1} \dot{g}_1 + \dot{b}_{N-2} \dot{g}_2 + \cdots + \dot{b}_{N-M+1} \dot{g}_{M-1} + \dot{w}_N \\
\dot{z}_{N-1} &= \dot{b}_{N-1} \dot{g}_0 + \dot{b}_{N-2} \dot{g}_1 + \cdots + \dot{b}_{N-M} \dot{g}_{M-1} + \dot{w}_{N-1}
\end{aligned} \qquad (2.138)$$

Считая, что составляющие символов $\dot{b} = \pm 1 \pm i1$ равновероятны, и предполагая малость составляющих шума, можно получить

$$\sum_{i=0}^{M-1} \left\| \dot{g}_i \right\|^2 = C \sum_{i=N}^{N+M-2} \left\| \dot{z}_i \right\|^2 , \qquad (2.139)$$

где константа C определяется свойствами используемого канала связи и своим численным значением близка к единице.

Возвращаясь к формулам (2.138) и (2.139), задающим значения α и β, следует отметить, что возможны четыре варианта решения системы (57-4.6) с учетом знаков, стоящих перед выражениями для α и β. Это, соответственно, задает четыре варианта оценок импульсных характеристик каналов ветвей разнесения, среди которых только один является истинным. При работе с моделью данный факт легко выявляется, и проверка работоспособности демодулятора осуществляется с использованием «правильных» оценок. При работе с реальными файлами отсчетов наблюдаемых сигналов, полученных с выходов приемных устройств обеих ветвей разнесения, неопределенность выбора одной из четырех оценок импульсной характеристики объясняется произвольностью выбора начальной фазы опорного генератора в демодуляторе и ортогональностью структуры сигнала ФМ-4. В силу этого демодуляцию наблюдаемой пачки следует осуществлять с использованием каждого из четырех вариантов импульсной характеристики, а окончательный выбор демодулированного

сигнала осуществлять на основе дополнительной информации, позволяющей сделать этот выбор достаточно обоснованным.

Совершенно очевидно, что использование, строго говоря, приближенного равенства (2.139) приводит к определенной погрешности вычисления скаляров α и β, что в свою очередь может дать соответствующую погрешность оценивания импульсной характеристики каждой ветви разнесения. Приведенный в [5, 27] обзор работ по слепой идентификации, в которых рассматриваются строгие алгоритмы оценивания скаляра в методе максимального правдоподобия, показывает, что эта проблема соизмерима по сложности с проблемой получения самих максимально правдоподобных оценок. Альтернативой (по точности оценивания) мог бы служить уже упоминавшийся алгоритм Годарда [5], однако последний для сходимости результатов оценивания требует слишком большой выборки наблюдаемого сигнала (несколько тысяч отсчетов), что при ограниченном размере пачки в решаемой задаче не приемлемо.

2.4.3. Моделирование оценок импульсной характеристики канала с памятью на основе метода максимального правдоподобия

Первым этапом моделирования оценок импульсных характеристик каждого канала ветвей разнесения является создание файла отсчетов наблюдаемого сигнала для каждого канала $\left[\dot{z}_0^{(1)},\dots \dot{z}_{K-1}^{(1)}\right]$ и $\left[\dot{z}_0^{(2)},\dots \dot{z}_{K-1}^{(2)}\right]$. Размер пачки K принят K=100. Отсчеты $\left[\dot{z}_0^{(1)},\dots \dot{z}_{K-1}^{(1)}\right]$ и $\left[\dot{z}_0^{(2)},\dots \dot{z}_{K-1}^{(2)}\right]$ моделировались согласно представлениям (3.13) – (3.15), при этом последовательность символов $\dot{b}^{(m)} = \dot{b} = b_x + ib_y$, где $b_{x(y)} = \pm 1$, моделировалась из равномерно распределенных на интервале [0,1] чисел a_k, $k = 1,2,\cdots$ по правилу

$$\begin{aligned} a_k \geq 0{,}5 &\Rightarrow b_{x(y)_k} = 1 \\ a_k < 0{,}5 &\Rightarrow b_{x(y)_k} = -1 \end{aligned} . \qquad (2.140)$$

Отсчеты $\dot{g}^{(m)} = \dot{g} = x + iy$ импульсной характеристики каждого канала в предположении $M = 4$ представлялись выборкой объемом в четыре отсчета для каждой квадратурной компоненты из гауссовского распределения с параметрами $m = 0$, σ_g^2, m – среднее значение, σ_g^2 – дисперсия. Предполагалось, что параметры канала в каждой ветви разнесения остаются постоянными на протяжении всей пачки.

Отсчеты шума $\dot{w}_i$, $i = 0,\cdots N-1$ в каждой ветви разнесения представлялись выборкой из гауссовского распределения с параметрами $m = 0$, $2\sigma^2$, причем значением σ^2 регулировалось при заданных отсчетах импульсных характеристик отношение сигнал/шум, которое определялось как $H = \dfrac{P_c}{P_ш}$ ($P_\text{с}$ – мощность сигнала, $P_\text{ш}$ – мощность шума).

Известно [37], что при когерентном приеме на разнесенные антенны результирующее отношение сигнал/шум определяется суммой таких отношений в ветвях разнесения. В свою очередь, отношение сигнал/шум для одиночного приема при обработке квадратурных компонент определяется точно также, что позволяет считать квадратурную обработку разновидностью разнесенного приема. Поэтому для одиночного приема

$$H' = H'_x + H'_y = \frac{\sum_{k=0}^{M-1} x_k^2}{\sigma^2} + \frac{\sum_{k=0}^{M-1} y_k^2}{\sigma^2}, \qquad (2.141)$$

и для сдвоенного

$$H = H'_{(1)} + H'_{(2)}. \qquad (2.142)$$

Точность оценивания отсчетов импульсной характеристики в каждой ветви разнесения оценивалась нормированной погрешностью ε, которая определялась в виде

$$\varepsilon = \frac{1}{\sum_{i=0}^{M-1} (x_i^2 + y_i^2)} \sum_{i=0}^{M-1} [\overline{(x_i - \hat{x}_i)^2} + \overline{(y_i - \hat{y}_i)^2}], \qquad (2.143)$$

где прямая черта сверху означает усреднение.

При проведении компьютерного эксперимента усреднение по реализациям проводилось с использованием ограниченного числа реализаций. Конкретно, количество реализаций при фиксированном отношении сигнал/шум и фиксированной последовательности символов было принято равным 10, что объясняется большим количеством вычислений, связанных с обработкой одной реализации. Кстати, в распоряжении алгоритма оценивания на практике всегда имеется лишь одна реализация отсчетов $\left\lfloor \dot{z}_0^{(1)}, \dots \dot{z}_{K-1}^{(1)} \right\rfloor$ и $\left\lfloor \dot{z}_0^{(2)}, \dots \dot{z}_{K-1}^{(2)} \right\rfloor$, и по этой реализации вычисляются необходимые для истинного оценивания скаляры α и β. При одном и том же отношении сигнал/шум и одной и той же реализации информационной последовательности скаляры α и β будут разные для разных реализаций шума. В процессе эксперимента среди 10 реализаций $\left\lfloor \dot{z}_0^{(1)}, \dots \dot{z}_{K-1}^{(1)} \right\rfloor$ и 5 реализаций $\left\lfloor \dot{z}_0^{(2)}, \dots \dot{z}_{K-1}^{(2)} \right\rfloor$ имели совпадающую выборку по передаваемым символам, и 5 – по реализации шума.

Структурная схема алгоритма слепого оценивания по критерию максимального правдоподобия приведена на рис. 2.13.

Графики типичных зависимостей нормированной погрешности ε от отношения сигнал/шум приведены на рис. 2.14.

Построение графиков осуществлялось, как указывалось выше, с использованием 10 реализаций для одного значения сигнал/шум. Нижняя кривая (сглаженная) соответствует экспериментам, при которых значение скаляра α определялось только по началу пачки путем сравнения оценок, полученных методом максимального правдоподобия, и истинных значений отсчетов импульсной характеристики.

Верхняя, также сглаженная, кривая соответствует случаю, когда оба скаляра α и β определялись расчетным путем по формулам (2.135) и (2.136) при значении C=1.

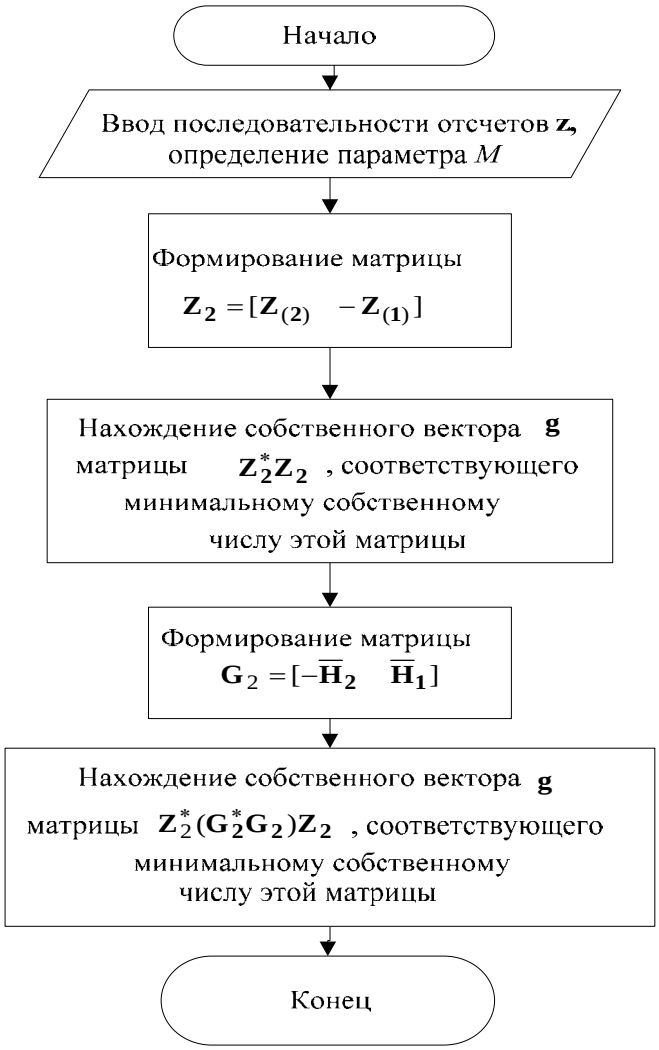


Рис. 2.13. *Структурная схема алгоритма слепого оценивания по критерию максимального правдоподобия*

При этом четыре варианта реализации оценок импульсных характеристик не рассчитывались, а выбирался вариант, наиболее близкий к моделируемому на передаче.

Анализ графиков показывает, что оценки максимального правдоподобия дают довольно высокую точность оценивания лишь при больших отношениях сигнал/шум (здесь следует отметить, что ситуация с большим отношением сигнал/шум весьма свойственна каналу декаметрового диапазона, для которого наиболее характерной является сосредоточенная, т.е. узкополосная помеха [33]). К примеру, значение $\varepsilon = 1$ достигается при $\frac{P_\text{с}}{P_\text{ш}} \approx 15$. Такое отношение сигнал/шум при использовании для оценивания характеристик канала специальной тестовой последовательности позволяет на основе метода

максимального правдоподобия реализовать относительную погрешность $\varepsilon \approx \frac{1}{15}$.

Сравнение с $\varepsilon = 1$ позволяет утверждать, что преодоление априорного незнания свойств канала привело к более чем 6-кратному увеличению относительной погрешности оценивания и существенному увеличению вычислительных затрат, связанных с применением матричных вычислений. При увеличении отношения сигнал/шум можно достичь вполне приемлемой точности оценивания, так, например, для значения $\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{ш}}} \approx 100$, не поместившегося на графике, относительная погрешность $\varepsilon = 0{,}2$.

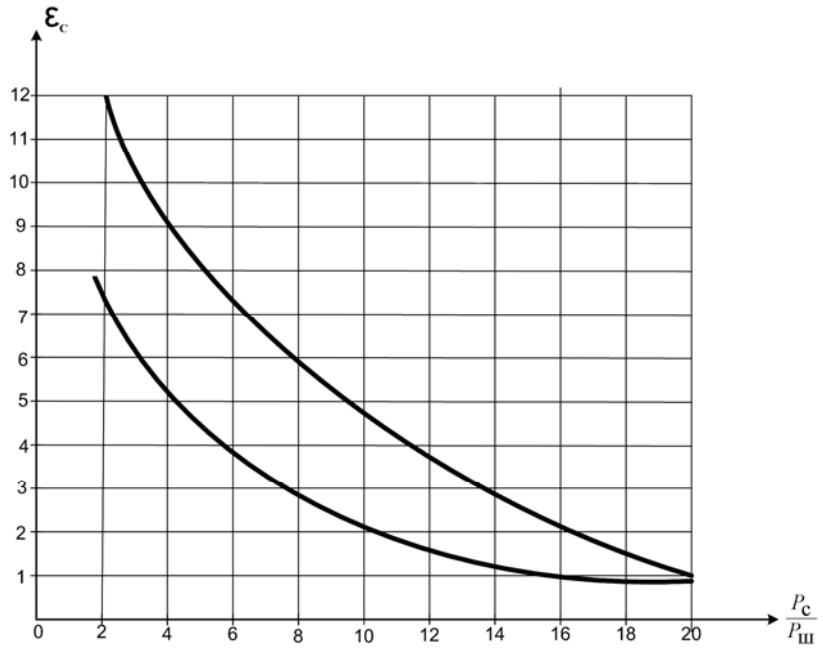


Рис. 2.14. *Графики зависимости ε от отношения сигнал/шум*

2.4.4. Моделирование процесса демодуляции по алгоритму ПЦППР совместно со слепым оцениванием импульсной характеристики

Структурная схема организации вычислений при демодуляции по алгоритму ПЦППР совместно с оцениванием импульсной характеристики приведена на рис. 2.15.

Исходным материалом для проведения вычислительного эксперимента являются последовательности $\left[\dot{z}_0^{(1)}, \ldots \dot{z}_{K-1}^{(1)}\right]$ и $\left[\dot{z}_0^{(2)}, \ldots \dot{z}_{K-1}^{(2)}\right]$, создание которых описано выше. Напомним, что принцип работы алгоритма ПЦППР был подробно описан выше, а моделирование разнесенного приема осуществлялось согласно схеме рис. 2.3.

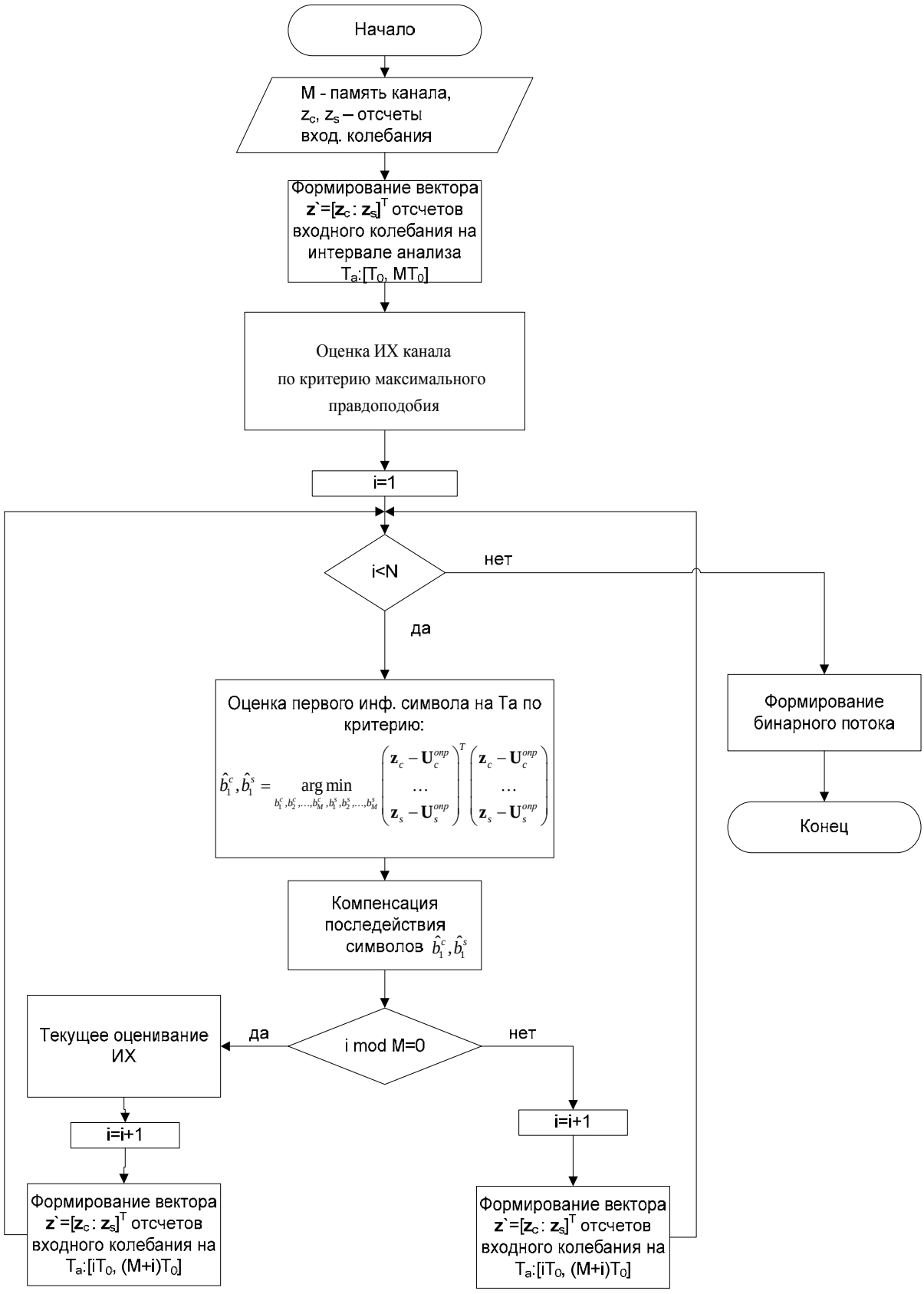


Рис. 2.15. *Структурная схема организации вычислений при демодуляции совместно с оцениванием импульсной характеристики*

Относительно алгоритма ПЦППР с сигналами ФМ-4 следует отметить, что, во-

первых, характеристики его помехоустойчивости могут быть получены аналитически, что продемонстрировано в разделе 3, и, во-вторых, неоднократно проведенное моделирование этого алгоритма [7, 11, 26] подтвердило его высокую помехоустойчивость. С учетом того, что все опубликованные результаты по анализу помехоустойчивости алгоритма ПЦППР посредством моделирования касались системы противоположных сигналов (ФМ-2), было проведено моделирование для сигналов ФМ-4.

Рассматривался, как и выше, случай $M = 4$ при сделанных предположениях относительно условий моделирования.

Частость ошибок при заданном отношении сигнал/шум оценивалась по 10 реализациям выборок $\left\lfloor \dot{z}_0^{(1)}, \ldots \dot{z}_{K-1}^{(1)} \right\rfloor$ и $\left\lfloor \dot{z}_0^{(2)}, \ldots \dot{z}_{K-1}^{(2)} \right\rfloor$, т.е. по результатам приема 1000 символов. Совершенно очевидно, что дать достоверную оценку вероятности ошибки на символ для значений 10^{-2} и меньше невозможно, рассматривая прием всего лишь 1000 символов. (Известно [40], что оценить объем выборки для достоверной оценки заданной вероятности ошибки можно, например, на основе неравенства Чебышева, что приведет для оценки вероятности ошибки 10^{-2} к объему выборки более 10^3).

Однако, рассмотреть относительную эффективность приема при малых отношениях сигнал/шум можно и на выборках малого объема, тем более, что на практике в реальной ситуации эффективность используемых методов обработки будет оцениваться по выборке в 100 символов. Можно считать отличным результатом для совместного использования любого алгоритма оценивания и демодуляции, если при реально существующих отношениях сигнал/шум вся пачка из 100 символов будет принята безошибочно. Как следует из материалов предыдущего раздела, при малых отношениях сигнал/шум слепое оценивание импульсной реакции приводит к довольно существенной погрешности оценивания, которая может быть пересчитана в дополнительную мощность аддитивной гауссовской помехи. Поэтому результаты приема даже одной пачки из 100 символов при фиксированном отношении сигнал/шум в достаточной степени характеризуют возможности алгоритма демодуляции в совокупности с используемым алгоритмом оценивания параметров канала связи.

Первым этапом моделирования в данном разделе явилась проверка эффективности алгоритма ПЦППР в канале с постоянными и известными параметрами и аддитивным гауссовским шумом при использовании сигналов ФМ-4. Результаты моделирования представлены в виде табл. 2.1, где приведены данные о частости ошибок на символ. Анализ данных, представленных в таблице, позволяет сделать вывод, что результаты, полученные

аналитически относительно помехоустойчивости алгоритма ПЦППР в рассматриваемом канале, не противоречат эксперименту. Ожидаемым оказался и результат относительно влияния разнесенного приема на помехоустойчивость в рассматриваемом канале.

Таблица 2.1

Таблица результатов моделирования

H	Частость ошибок	
	Одиночный прием	Сдвоенный прием
1	0,3	0,1
2	0,1	0,03
5	0,01	0
10	0	0
20	0	0

Второй этап моделирования был посвящен анализу работы алгоритма ПЦППР совместно с алгоритмом слепого оценивания по критерию максимального правдоподобия при разнесенном приеме. Моделирование осуществлялось при выборе одного из четырех вариантов оценок импульсных характеристик, наиболее близкого к заданному на передаче. Результаты представлены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Таблица результатов моделирования

H	Частость ошибок
1	0,5
2	0,5
5	0,5
10	0,3
20	0,2
50	0,08

Из анализа табл. 2.2 следует, что моделируемая система может считаться работоспособной при достаточно больших отношениях сигнал/шум. Причем «достаточно большим» можно считать значение 20 и выше.

Интересно сравнить результаты моделирования, полученные в данной работе, с результатами других авторов. Была найдена работа [8], в которой решалась практически такая же задача для случая использования сигналов ФМ-4 при M=5, где вместо субоптимального алгоритма демодуляции использовался эквалайзер с последующим пороговым демодулятором. В данной работе значение нормированной СКО оценивания, равное 0,22 достигалось при выборке размером N≈50 (против N=8 в нашей работе) при $P_{\text{с}} / P_{\text{ш}} \approx 100$.

Более детальный анализ процесса моделирования показывает, что в канале с постоянными параметрами весьма важная роль в формировании оценок импульсной характеристики принадлежит механизму уточнения (фильтрации) «слепых» оценок, который описывается соотношениями (3.18), (3.19), и действию обратной связи по решению (ОСР). Влияние фильтрации проявляется все заметнее по мере продвижения вдоль пачки от ее начала. Если при заданном отношении сигнал/шум точность «слепых» оценок в начале пачки удовлетворяет соотношению $\varepsilon < 1$, то механизм уточнения (механизм основан на выражении (3.19), согласно которому из одного отсчета наблюдаемого сигнала рекуррентно по очереди извлекается информация для уточнения оценок всех отсчетов импульсной характеристики) способен всего за несколько тактов обработки получить точность оценивания, которая дает приемлемую вероятность ошибки.

Обратная связь по решению также оказывает существенное влияние на помехоустойчивость алгоритма демодуляции, который использует оценки импульсной характеристики канала для формирования опорных сигналов. Причем в данном случае имеют место две петли обратной связи: первая – это обратная связь по решению, присущая собственно алгоритму ПЦППР, действие которой подробно проанализировано в [11], и вторая – обратная связь по оцениванию, используемая в алгоритме (3.19). Очевидно, что рассматриваемые механизмы обратной связи зависимы, что при малых отношениях сигнал/шум порождает эффект «лавины», который может не дать алгоритму демодуляции «выбраться» на приемлемый уровень вероятности ошибки. Преодолеть действие первой обратной связи можно на основе метода, изложенного в [7], суть которого заключается в получении оценок аддитивных помех (в составе которых, как правило, присутствуют не только флуктуационные шумы) и их вычитание из принимаемой смеси полезного сигнала с помехами. Такой прием приводит к «идеализации» ОСР.

Для исключения второй петли обратной связи целесообразно отказаться от алгоритма (3.19) и производить уточнение оценок импульсной характеристики так, как указано выше, т.е. использовать систему, аналогичную (3.15), в которой по всем символам $\dot{b}$ уже приняты

решения, и тогда из такой системы можно найти новые максимально правдоподобные оценки отсчетов импульсной характеристики (например, путем решения системы линейных алгебраических уравнений).

Таким образом, для канала с памятью представляется вполне приемлемым вариант построения приемного устройства для сигналов ФМ-4 в условиях полной априорной неопределенности относительно свойств канала, основанный на использовании слепого оценивания импульсной характеристики по методу максимального правдоподобия в совокупности с демодулятором, работающим по алгоритму ПЦППР.

Список литературы

1. Системы радиосвязи с расширением спектра сигналов (аналитический обзор) / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, В. И. Николаев и др. // Теория и техника радиосвязи. – 1998. – Вып. 1. – С. 18-48.

2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, А. Е. Лимарев // Под ред. чл.-корр. РАН В. И. Борисова. – М. : РадиоСофт, 2008. – 512 с.

3. Torrieri D. J. Principles of Secure Communication Systems // Dedham M A.: Artech House Inc. – 1985. – 286 p.

4. Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции сигналов с внутрибитовой ППРЧ / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, Н. П. Мухин и др. // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38. – Вып. 7. – С. 1153-1178.

5. Прокис Дж. Цифровая связь : пер. с англ. / под ред. Д. Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 2000. – 800 с.: ил.

6. Феер К. Беспроводная цифровая связь : пер. с англ. / под ред. В. И. Журавлева. – М. : Радио и связь, 2000. – 520 с.

7. Карташевский В. Г. Прием кодированных сигналов в каналах с памятью / В. Г. Карташевский, Д. В. Мишин. – М. : Радио и связь, 2004. – 239 с.

8. Теория электрической связи / под ред. Д. Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 1998. – 432 с.

9. Форни Г. Д. Алгоритм Витерби / ТИИЭР. – 1973. – № 3. – С. 12-25.

10. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.

11. Карташевский В. Г. Обработка пространственно-временных сигналов в каналах с памятью. – М. : Радио и связь. – 2000. – 272 с.

12. Кловский Д. Д. Обработка пространственно-временных сигналов / Д. Д. Кловский, В. А. Сойфер. – М. : Связь, 1976. – 207 с.

13. Фалькович С. Е. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / С. Е. Фалькович, В. И. Пономарев, Ю. В. Шкварко. – М. : Сов. радио, 1989. – 296 с.

14. Альперт Я. Л. Распространение радиоволн в ионосфере. – М. : Изд-во АН СССР, 1960. – 480 с.

15. Зубкович С. Г. Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от

земной поверхности. – М. : Сов. радио, 1968. – 223 с.

16. Кеннеди Р. Каналы связи с замираниями и рассеянием : пер. с англ. / под ред. И. А. Овсеевича. – М. : Сов. радио, 1973. – 304 с.

17. Кайлатс Т. Каналы с параметрами, изменяющимися во времени : пер. с англ. / под ред. Б. Р. Левина // Лекции по теории систем связи. – М. : Мир, 1964. – С. 50-78.

18. Кириллов Н. Е. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами. – М. : Связь, 1971. – 256 с.

19. Кловский Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – 1-е изд. – М. : Связь, 1969. – 375 с.

20. Коржик В. И. Оптимальное декодирование сверточных кодов в каналах с аддитивным марковским шумом / В. И. Коржик, Ю. П. Лопато // Проблемы передачи информации. – 1987. – № 4. – С. 35-40.

21. Абенд К. Статистическое обнаружение в каналах связи с взаимными помехами между символами / К. Абенд, Б. Фритчман ; ТИИЭР, 1970. – № 5. – С. 189-195.

22. Ungerboeck G. Adaptive Maximum-Likelihood Receiver for Carrier-Modulated Data-Transmission Systems // IEEE Trans. on Commun. – 1974, v. Com-22. – № 5. – Pp. 624-637.

23. Hagenauer J. Iterative (Turbo) Decoding of Systematic Convolutional Codes with the MAP and SOVA Algorithms / J. Hagenauer, P. Robertson, L. Park // Proc. of the ITG Conference on Source and Channel Coding, Frankfurt: VDE-Verlag. – Germany, October, 1994. – Pp. 1-9, 26-28.

24. Chang R. W. On receiver structures for channels having memory / R. W. Chang, J. C. Hancock // IEEE Trans. on Inform. – Theory, Oct. 1966. – Т 12. – Pp. 463-468.

25. Карташевский В. Г Анализ помехоустойчивости приема сигналов ФМ-4 в каналах с памятью // Радиотехника. – 2012. – Т. 66. – № 9. – С. 103-111.

26. Патент РФ №832763, 1993. Способ демодуляции дискретных сигналов / Д. Д. Кловский, Б. И. Николаев, В. Г. Карташевский. – Опубл. в БИ № 19, 1981.

27. Горячкин О. В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М. : Радио и связь, 2003. – 230 с.

28. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems // IEEE Trans. on Communications. – 1975. – Vol. 23. – Pp. 679-682.

29. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // IEEE Trans. on Communications. – 1980. – Vol. 28. – № 11. – Pp. 1867-1875.

30. Abed-Meraim K. Blind system identification / K. Abed-Meraim, W. Qiu, Y. Hua // IEEE Proceedings. – 1997. – Vol. 85. – Pp. 1308-1322.

31. Tong L., Perreau S. Blind Channel Estimation: From Subspace to Maximum Likelihood Methods // IEEE Proceedings. – 1998. – Vol. 86. – №. 10. – Pp. 1951-1968.

32. Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of blind identification of multiple FIR channels // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1996. – Vol. 44, Mar. – Pp. 661-672.

33. Комарович В. Ф. Случайные радиопомехи и надежность КВ связи / В. Ф. Комарович, В. Н. Сосунов. – М. : Связь, 1977. – 136 с.

34. Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. – М. : Советское радио, 1968.

35. Fang L. Performance of Antenna Diversity Reception with Correlated Rayleigh Fading Signals / L. Fang, Bi. Guoan, A. C. Kot / IEEE Trans. Commun. – 1999. – Vol. 47.

36. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. Н. Рыжик. – Изд. 5-е. – М. : Физматгиз, 1971. – 1108 с.

37. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. – М. : Сов. радио, 1970. – 728 с.

38. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М. : Наука, 1967. – 576 с.

39. Карташевский В. Г., Шатилов С. В. Прием пакетов сигналов ФМ-4 в каналах с рассеянием // Радиотехника. – 2011. – Т. 65. – № 7. – С. 26-35.

40. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М. : Сов. радио, 1971. – 328 с.

ГЛАВА 3

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ДАЛЬНОСТИ

Артюшенко В. М., Воловач В. И.

Рассмотрены вопросы, связанные с оценкой погрешности измерения параметров протяженных объектов в условиях изменяющейся дальности. Получены выражения, описывающие относительную погрешность измерения частоты полезного сигнала при различных условиях работы радиолокационного измерителя. Осуществлена оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности. Показано, что отличие воздействующей аддитивной помехи от гауссовской увеличивает обобщенное отношение «сигнал-помеха». Это приводит, при прочих равных условиях работы радиолокационного измерителя, к увеличению его потенциальной точности.

Рассмотрены случаи одновременного измерения параметров полезного сигнала, несущих информацию о скорости движения лоцируемого объекта, его ускорении и удалении от измерителя, с учетом закона распределения дальности и вида диаграммы направленности антенны. Отмечено, что при одновременном измерении нескольких информационных параметров существенное влияние оказывает учет негауссовского характера воздействующей помехи. Чем больше отличие воздействующей аддитивной помехи от гауссовской, тем выше потенциальная точность радиолокационного измерителя.

Проанализировано влияние мультипликативной помехи на точность измерения информационных параметров полезного сигнала в условиях изменяющейся дальности и формы диаграммы направленности радиолокационного измерителя. Следует отметить, что при отсутствии мультипликативной помехи выражения, полученные для возможных видов рассмотрения модулирующей помехи, совпадают с выражениями, полученными ранее для аналогичных условий работы измерителя на фоне аддитивных негауссовских помех.

Показано, что с увеличением дальности до лоцируемого объекта относительная погрешность измерения параметров сигнала, несущих информацию о скорости, ускорении и удалении объекта от измерителя, возрастает.

Получены выражения для численных оценок приведенной погрешности измерителя частоты, производной частоты и фазы полезного сигнала на фоне одновременного

воздействия аддитивных и мультипликативных негауссовских помех, учитывающих закон распределения дальности до объекта и форму диаграммы направленности радиолокационного измерителя.

Показано, что если мультипликативную помеху можно рассматривать в качестве детермированного или квазидетермированного процесса, то учет ее средней мощности на интервале измерения позволяет повысить точность измеряемых параметров. Если же мультипликативная помеха является случайным процессом, то точность измерителя в этом случае падает.

3.1. Погрешность измерения параметров движения в условиях изменяющейся дальности

Проведенные исследования показали [1 – 8], что специфической особенностью работы радиолокационного измерителя в условиях небольших удалений лоцируемых объектов является то, что характеристики обрабатываемого сигнала претерпевают значительные изменения в процессе движения объекта в зоне действия измерителя. Кроме причин, подробно рассмотренных в [9, 10], большую роль в этом играет процесс изменения дальности до лоцируемого объекта, а следовательно, изменения отношения сигнал/помеха (ОСП). Специфические условия накладывает и диаграмма направленности (ДН) радиолокационного измерителя.

Найдем дисперсии оценок измерения информационных параметров обрабатываемого сигнала, несущих информацию о параметрах движения, в зависимости от закона распределения дальности до лоцируемого объекта.

Назовем законом распределения дальности всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями удаления объекта от радиолокационного измерителя и соответствующими вероятностями. Очевидно, что этот закон определяется не только техническими характеристиками измерительного устройства, но также параметрами среды и характеристиками самого лоцируемого объекта.

Если объект находится на одной оси с главным лепестком ДН радиолокационного измерителя, то дальность действия такого измерителя в зависимости от его параметров и характеристик лоцируемого объекта может быть найдена [10]:

$$R = \left[\frac{P_{\text{прд}} G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{\text{прм}}} \right]^{0,25}, \qquad (3.1)$$

где $P_{\text{прд}}$ – мощность передатчика излучающего сигнал в сторону движущегося объекта, Вт;

G^2 – коэффициент усиления приемопередающей антенны; λ – длина волны излучаемого сигнала, м; σ – эффективная отражающая поверхность (ЭОП) объекта, м; $P_{\text{прм}}$ – чувствительность приемника, Вт.

Поскольку $P_{\text{прм}} = \dfrac{U_{\text{прм}}^2}{r_{\text{вн}}}$, где $U_{\text{прм}}$ – напряжение сигнала на входе приемника радиолокационного устройства ближнего радиуса действия; $r_{\text{вн}}$ – внутреннее сопротивление приемной антенны, то введя в рассмотрение коэффициент

$$A = \frac{P_{\text{прд}} G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 r_{\text{вн}}}, \tag{3.2}$$

после несложных математических преобразований представим (1) в виде:

$$U_{\text{прм}} = \frac{A^{0,5}}{R^2} \tag{3.3}$$

В случае если объект движется под углом к главной оси диаграммы направленности антенны радиолокационного устройства, то удобно перейти к декартовой системе координат (рис. 3.1).

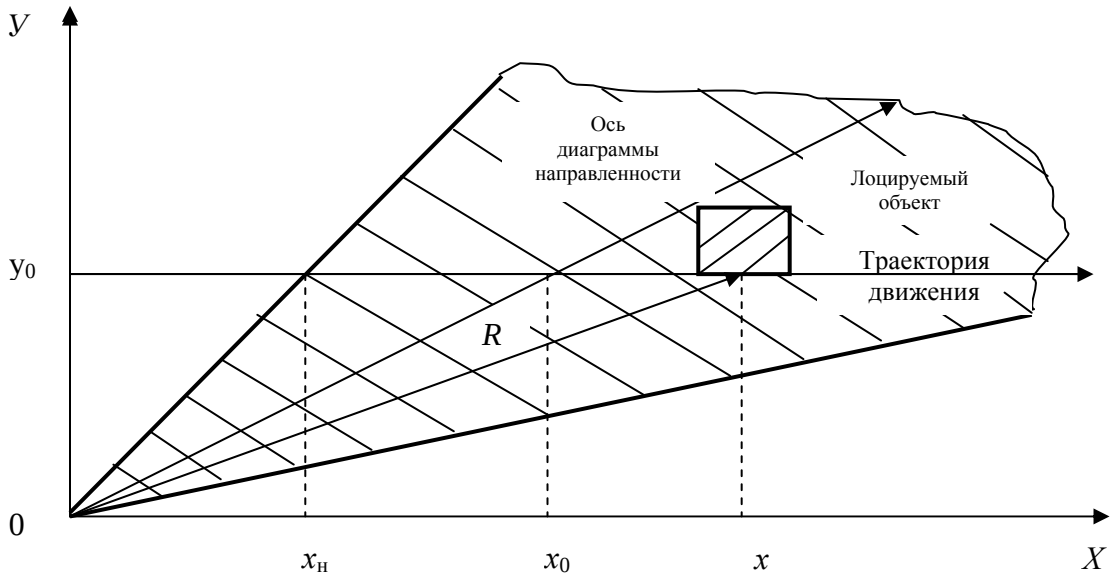


Рис. 3.1. *Геометрическое представление решаемой задачи*

В этом случае: $R = (x + y_0)^{0,5}$.

Тогда (3.3) примет вид:

$$U_{\text{прм}} = \frac{A^{0,5}}{\left(x^2 + y_0^2\right)}. \qquad (3.4)$$

Как видно из (3.4), по мере движения лоцируемого объекта в зоне действия неподвижного измерителя амплитуда обрабатываемого сигнала линейно зависит от координаты *x*.

Введем в рассмотрение форму диаграммы направленности радиолокационного устройства, обозначив ее как функцию *F*(*R*), или в декартовой системе координат *F*(*x*, x_0, y_0), где x_0, y_0 – координаты пересечения главной оси диаграммы направленности антенны с траекторией движения лоцируемого объекта.

С учетом формы ДН выражение (3.3) примет вид:

– в полной системе координат

$$U_{\text{прм}} = \frac{A^{0,5} F(R)}{R^2}; \qquad (3.5a)$$

– в декартовой системе координат

$$U_{\text{прм}} = \frac{A^{0,5} F(x, x_0, y_0)}{\left(x^2 + y_0^2\right)}. \qquad (3.5б)$$

Учитывая сложный трехмерный характер реальных ДН, для практического использования удобно применять более простые аналитические соотношения. В частности, без учета влияния боковых лепестков ДН хорошие результаты дает функция

$$F(x, x_0) = \exp\left\{-\frac{(x - x_0)^2}{\Pi^2}\right\}, \qquad (3.6a)$$

где *П* – ширина ДН на уровне 0,707.

Для учета реальной формы ДН можно использовать более сложное выражение

$$F(x, x_0) = \frac{\sin^3 \beta(x - x_0)}{\beta(x - x_0)}, \qquad (3.6б)$$

где β характеризует ширину главного лепестка ДН.

Рассмотрим законы распределения дальности.

Если лоцируемый объект движется в направлении, совпадающем с осью ДН радиолокационного измерителя, то в начальный момент измерения параметров его движения дальность до объекта будет равна

$$R = R_0. \qquad (3.7a)$$

При дальнейшем наблюдении за объектом расстояние до него будет изменяться по

закону:

$$R = R_0 \pm Vt\,, \qquad (3.7б)$$

где V – скорость движения лоцируемого объекта; t – время, в течение которого объект движется в зоне действия измерителя; $(\pm)$ – знаки, учитывающие направление движения, (+) – объект удаляется, (-) – объект приближается.

С учетом (3.7*а*) и (3.7*б*) выражение для определения величины $U_{\text{прм}}$, соответственно, будет иметь вид: $U_{\text{прм}} = \dfrac{A^{0,5}}{R_0^2}$; $U_{\text{прм}} = \dfrac{A^{0,5}}{(R_0 \pm Vt)^2}$.

Если лоцируемый объект движется под углом к оси ДН (рис. 3.1), то дальность до него будет определяться:

$$R = \left(y_0^2 + x_{\text{н}}^2\right)^{0,5}, \qquad (3.8а)$$

где $x_{\text{н}}$ – начальная координата объекта в момент вхождения в зону действия измерителя.

С учетом скорости движения закон изменения дальности будет иметь вид:

$$R = \left[y_0^2 + (x_{\text{н}} \pm Vt)^2\right]^{0,5}. \qquad (3.8б)$$

В этом случае выражение (3.5*б*), учитывающее ДН радиолокационного измерителя в декартовой системе координат, запишется:

$$U_{\text{прм}} = \frac{A^{0,5} F(x, x_0)}{\left[y_0^2 + (x_{\text{н}} \pm Vt)^2\right]}. \qquad (3.9)$$

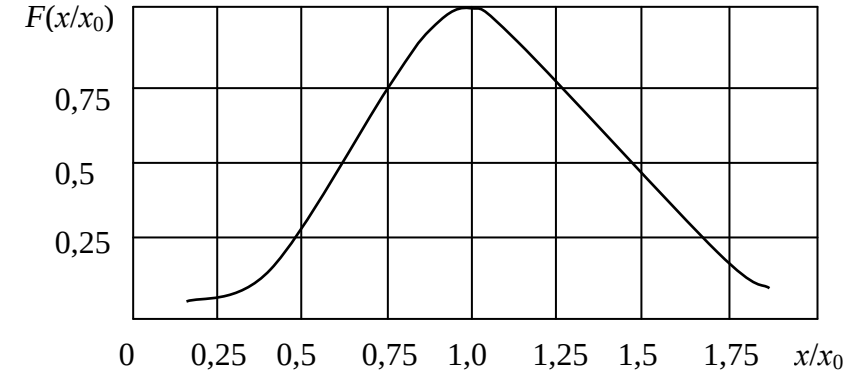
На рис. 3.2 представлены зависимости $F(x, x_0) = U_{\text{прм}} / A^{0,5}$, полученные для (3.9) при $y_0 = 2$ и $V = 0$, отражающие характер изменения величины амплитуды обрабатываемого сигнала при различной форме ДН радиолокационного измерителя, описывающиеся, соответственно, выражениями (3.6*а*) и (3.6*б*).

Как видно из рис. 3.2*а*, при описании ДН выражением (3.6*а*) форма кривой функции $F(x,x_0)$ имеет несимметричный куполообразный характер с максимумом при $x = x_0$. Причем, правая сторона приведенной зависимости более положе, чем левая.

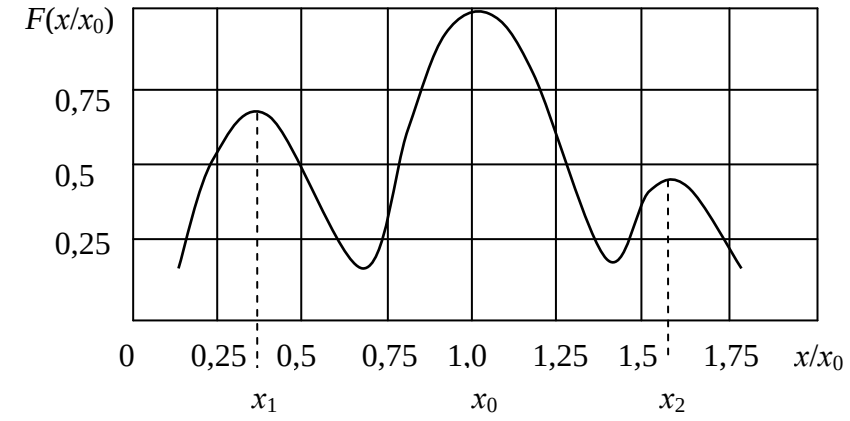
При описании ДН выражением (3.6*б*) кривая $F(x,x_0)$ имеет три ярко выраженных максимума (рис. 3.2*б*). Максимальное значение функции совпадает со вторым максимумом $x = x_0$. Значение первого максимума $x = x_1$ несколько меньше максимального значения функции, но значительно больше величины третьего максимума $x = x_2$.

Следует заметить, что представленные значения функции $F(x, x_0) = U_{\text{прм}} / A^{0,5}$ в конкретных условиях практического использования радиолокационных измерительных устройств могут сильно отличаться от величин, рассчитанных по представленным формулам.

Проведение более точных расчетов требует тщательного учета характера условий работы радиолокационного измерителя, степени их влияния на закон изменения распределения дальности до лоцируемого объекта.



а)



б)

Рис. 3.2. *Зависимость $F(x/x_0) = f(x/x_0)$*

Известные методики прямых аналитических расчетов позволяют рассчитать ожидаемую дальность до объекта лишь как однозначную характеристику и не учитывают существующую нестабильность физических условий, проявляющуюся во флюктуациях параметров, характеризующих состояние средств измерения, лоцируемых объектов, окружающей среды. Обычно ожидаемая дальность является не детерминированной, а случайной величиной, характеризующейся тем или иным законом распределения вероятности. При ее расчете необходимо использовать вероятностно-статистические методы, базирующиеся на сборе и обобщении статистических данных по распределению дальности до лоцируемой цели при эксплуатации и натуральных испытаниях радиолокационных

измерительных устройств [1, 9].

При флюктуациях того или иного параметра, входящего в закон распределения дальности, необходимо произвести усреднение по этому параметру. Так, например, в случае флюктуации ЭОП объекта в выражении для закона изменения дальности необходимо учитывать ПРВ эффективной отражающей поверхности лоцируемого объекта $W(\sigma)$.

Известно, что [1]: для сильно флюктуирующей цели: $W(\sigma) = (\exp\{-\sigma/\overline{\sigma}\})/\overline{\sigma}$, где $\overline{\sigma}$ – среднее значение ЭОП цели; для слабо флюктуирующей цели: $W(\sigma) = 4\sigma\exp\{-2\sigma/\overline{\sigma}\}/\overline{\sigma}^2$; для стабильно не флюктуирующих целей – закон равной вероятности: $\overline{\sigma} = const$, то есть неизменен.

3.2. Погрешность измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности

Осуществим оценку погрешности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности.

На основании выше изложенного, определим значения погрешности измерения (апостериорную дисперсию) параметров сигнала, несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта в зависимости от закона распределения дальности и формы ДН радиолокационного измерителя в условиях воздействия аддитивной негауссовской помехи.

В качестве примера определим зависимость относительной погрешности измерения частоты полезного сигнала $s(\lambda, t_h) = U_m \cos(\omega t_h + \varphi_h)$, несущей информацию о скорости движения, от закона распределения дальности до движущегося объекта.

Пусть оценка частоты осуществляется методом максимального правдоподобия, причем на сигнал воздействует негауссовская аддитивная помеха с независимыми значениями.

Воспользуемся результатами [1, 11], запишем, что относительная погрешность измерения в этом случае будет равна:

$$\delta^2_{\hat{\omega}} = \sigma^2_{\hat{\omega}} \Big/ \sigma^2_{\omega} = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)}{\mu_n^2 T^2 U_m^2 \sigma^2_{\omega}} \right],$$

где $\sigma^2_{\hat{\omega}}$ – дисперсия частоты полезного сигнала; μ_n^2 – коэффициент, учитывающий отличие воздействующей аддитивной помехи от гауссовской; T – время измерения; $U^2_{\text{m}} = U^2_{\text{прм}}$.

Учитывая (3), легко перейти к соотношению, описывающему относительную погрешность измерения частоты полезного сигнала, являющуюся функцией дальности до

лоцируемого объекта. При этом выражение относительной погрешности примет вид:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2 R^4)}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A} \right]. \qquad (3.10a)$$

В этом случае, если лоцируемый объект движется со скоростью V вдоль оси главного лепестка ДН радиолокационного измерителя, то с учетом (7*б*) запишем:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R_0, V, t) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A} \right]. \qquad (3.10б)$$

При движении объекта под углом к главной оси ДН относительная погрешность измерения частоты будет определяться:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(x_н) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)(x_н^2 \pm y_0^2)^2}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A} \right]. \qquad (3.10в)$$

С учетом скорости движения выражение (10*в*), согласно (10*б*), примет вид:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(x_н, V, t) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A} \right]. \qquad (3.10г)$$

Выражение приведенной относительной погрешности частоты полезного сигнала (3.10*а*) – (3.10*г*) с учетом ДН радиолокационного измерительного устройства $F(x, x_0)$ соответственно, запишутся в следующем виде.

При движении объекта вдоль оси ДН:

– относительная погрешность частоты полезного сигнала

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)R^2}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right], \qquad (3.11a)$$

– относительная погрешность частоты полезного сигнала с учетом скорости движения лоцируемого объекта

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R_0, V, t) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.11б)$$

При движении объекта под углом к ДН в декартовой системе координат:

– относительная погрешность частоты полезного сигнала

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(x_н) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)(x_н^2 + y_0^2)^2}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right], \qquad (3.11в)$$

– относительная погрешность частоты полезного сигнала с учетом скорости движения лоцируемого объекта

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(x_н, V, t) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.11г)$$

Таким образом, получено большое количество выражений, описывающих относительную погрешность измерения частоты полезного сигнала при различных условиях работы радиолокационного измерителя.

В качестве примера произведем численную оценку величины относительной погрешности, описывающейся выражением (3.11*в*).

Обозначив через $\rho = \left[\frac{\mu_n^2 \sigma_\omega^2}{12(2\sigma_n^2)} \right]$, играющее в данном случае роль обобщенного ОСП, запишем (3.11*в*) в виде:

$$\delta^2_{\hat{\omega}} x_н = \left[\rho T^2 A F(x)\right]^{-1}, \qquad (3.12)$$

где $$F(x) = f_1(x) f_2(x) = \frac{F^2(x, x_0)}{(x_н^2 + y_0^2)^2}$$

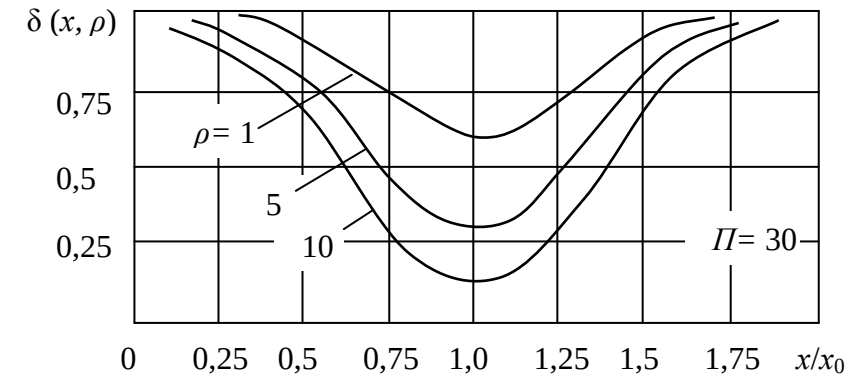
На рис. 3.3*а* представлены графики $\delta = f(x, \rho)$ при *A*, *T* = const, позволяющее получить численные значения величины, соответственно, погрешности и точности измерения частоты обрабатываемого сигнала, несущей информацию о скорости движения лоцируемого объекта, находящегося в зоне действия радиолокационного измерителя, без учета бокового лепестка ДН.

Задаваясь допустимым уровнем погрешности, можно оценить интервал, на протяжении которого погрешность измерения не будет превышать заданной величины.

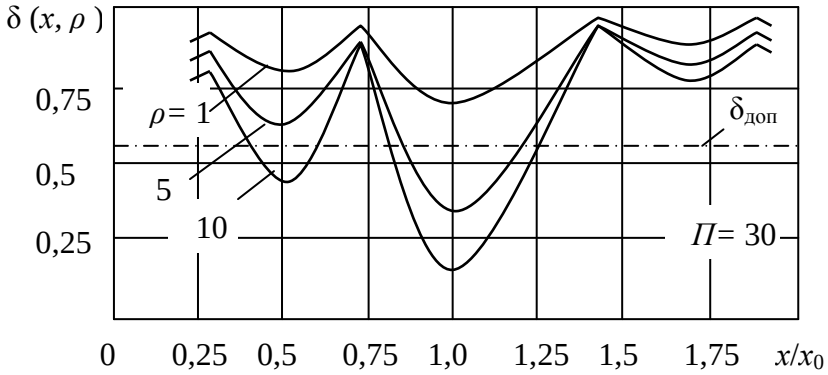
Из графиков рис. 3.3 и выражения (3.12) видно, что с увеличением значений *A*, ρ и *T* погрешность измерения уменьшается.

Заметим, что представленные графики построены в координатах, приведенных к величине *x*, где погрешность измерителя из-за его юстировки является минимальной.

Рассмотрим теперь погрешность и точность измерителя частоты с учетом боковых лепестков ДН измерителя. В этом случае, как было показано выше, функция, соответствующая выражению для *F*(*x*), будет иметь три ярко выраженных локальных максимума рис. 3.3*б*. Величина максимумов боковых лепестков определяется ДН измерителя, а их асимметрия – геометрией решаемой задачи.



а)



б)

Рис. 3.3. *Зависимость δ(x, ρ) = f(x/x0): а) без учета бокового лепестка ДН; б) с учетом боковых лепестков ДН*

На рис. 3.3*б* представлены графики зависимостей $\delta = f(x,\rho)$ при *A*, *T* = const, позволяющее оценить δ измерения частоты (скорости) в любой точке траектории движения объекта, находящегося в зоне действия измерителя с учетом боковых лепестков ДН.

Анализируя полученные зависимости, видно, что при неправильной юстировке радиолокационного измерителя из-за боковых лепестков ДН погрешность измерения может достигать очень больших значений, вплоть до 100%. Кроме того, может возникнуть ситуация, когда при определенном уровне заданной допустимой погрешности $\delta_{доп}$ боковой лепесток ДН начнет учавствовать в процессе измерения частоты сигнала, отраженного от мешающего объекта, двигающегося рядом с лоцируемым. Чтобы устранить оба этих явления, необходимо осуществить точную юстировку ДН радиолокационного измерителя.

Заметим, что отличие воздействующей аддитивной помехи от гауссовской, учитывающееся коэффициентом μ_n^2, увеличивается обобщенное ОСП. Это приводит при прочих равных условиях работы радиолокационного измерителя к увеличению его

потенциальной точности.

3.3. Погрешность измерения векторного информационного параметра на фоне аддитивной негауссовской помехи в условиях изменяющейся дальности

Рассмотрим случай одновременного измерения нескольких параметров полезного сигнала, например ω, ω' и φ, несущих информацию, соответственно, о скорости движения лоцируемого объекта, его ускорении и удалении от измерителя, с учетом закона распределения дальности и вида ДН.

Считаем, что оценка параметров осуществляется в момент окончания интервала измерения методом максимального правдоподобия. Воспользовавшись формулами, полученными в работе [12], а также (3.11*а*) – (3.11*г*), получим выражения для определения приведенной погрешности измерения информационных параметров на фоне аддитивных негауссовских помех в условиях изменяющейся дальности с учетом ДН.

При движении объекта вдоль оси ДН радиолокационного измерителя относительная погрешность будет иметь следующий вид:

– для частоты:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R) = \left[\frac{192(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right]; \qquad (3.13a)$$

– для производной частоты:

$$\delta^2_{\hat{\dot{\omega}}}(R) = \left[\frac{9(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_{\dot{\omega}}^2 A F^2(x, x_0)} \right]; \qquad (3.13б)$$

– для фазы

$$\delta^2_{\varphi}(R) = \left[\frac{9(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_{\dot{\omega}}^2 A F^2(x, x_0)} \right] \qquad (3.13в)$$

Если лоцируемый объект движется с постоянной скоростью, то есть $\dot{\omega} = 0$, то:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R) = \left[\frac{12(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 A F^2(x, x_0)} \right]; \qquad (3.14a)$$

$$\delta^2_{\hat{\varphi}}(R) = \left[\frac{4(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\varphi^2 A F^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.14б)$$

В том случае, если начальная фаза колебания известна, а $\omega = const$, то

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R) = \left[\frac{3(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.15)$$

Если лоцируемый объект в зоне действия радиолокационного измерителя неподвижен $\omega = 0$, то

$$\delta^2_{\hat{\varphi}}(R) = \left[\frac{(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.16)$$

При учете скорости движения объекта выражения для определения приведенной дисперсии, соответственно, будут иметь вид:

– для частоты:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R_0, V, t) = \left[\frac{192(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x, x_0)} \right]; \qquad (3.17a)$$

– для производной частоты:

$$\delta^2_{\hat{\omega}}(R_0, V, t) = \left[\frac{720(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x, x_0)} \right]; \qquad (3.17б)$$

– для фазы

$$\delta^2_{\hat{\varphi}}(R_0, V, t) = \left[\frac{9(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x, x_0)} \right]. \qquad (3.17в)$$

Отметим, что при движении лоцируемого объекта под углом к ДН измерителя в декартовой ω, ω' и φ для рассмотренных случаев в выражениях (3.13) – (3.16) необходимо сделать замену R^4 на $(x_н^2 + y_0^2)^2$. А в выражениях (3.17), учитывающих скорость движения объекта $(R_0 \pm Vt)^4$ на $\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}$.

Если значения информационных параметров принимаются равными значениям в середине интервала измерения, то выражения приведенных дисперсий ω, ω' и φ для рассмотренных выше случаев будут иметь вид, представленный в табл. 3.1.

Следует отметить, что при одновременном измерении нескольких информационных параметров, также как и в рассмотренном случае, существенное влияние оказывает учет негауссовского характера воздействующей помехи характеризующейся коэффициентом μ_n^2. Чем больше величина μ_n^2, тем выше потенциальная точность радиолокационного измерителя.

Таблица 3.1

Приведенные дисперсии совместных оценок в середине интервала измерения

δ^2	$\hat{\omega}$	$\hat{\dot{\omega}}$	$\hat{\varphi}$
$\delta^2(R)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)R^4}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(R_o,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)(R\pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)(R_0\pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)(R_0\pm Vt)^4}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)\left(x_н^2+y_0^2\right)^2}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left(x_н^2\pm y_0^2\right)^2}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left(x_н^2\pm y_0^2\right)^2}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$

3.4. Погрешность измерения информационных параметров в условиях изменяющейся дальности на фоне аддитивно-мультипликативных негауссовских помех

Проанализируем влияние мультипликативной помехи на точность измерения информационных параметров полезного сигнала в условиях изменяющейся дальности и формы ДН радиолокационного измерителя.

Проведем анализ на примере двух подходов представления мультипликативной помехи, подробно рассмотренных в [1; 11]. При первом мультипликативная помеха может рассматриваться как детермированный (квазидетермированный) процесс так, что

$$\eta(t_h)s(\hat{\lambda},t_h)=\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s(\hat{\lambda},t_h), \qquad (3.18a)$$

где m_η – среднее значение процесса $\eta(t_h)$, а $\eta^*(t_h)$ – центрированный квазидетерминированный случайный процесс.

При втором, мультипликативная помеха рассматривается как случайный процесс. В этом случае

$$y(t_h)=\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s(\hat{\lambda},t_h)+n(t_h)=\ m_\eta s(\hat{\lambda},t_h)+\eta^*(t_h)s(\hat{\lambda},t_h)+n(t_h) \qquad (3.18б)$$

Здесь сомножитель $\eta^*(t_h)\, s(\hat{\lambda}, t_h)$ может рассматриваться как дополнительная аддитивная помеха $n_{доп}(t_h)$.

Для упрощения анализа с сохранением получаемых результатов примем, что оцениваемые параметры являются несмещенными, а воздействующая аддитивная и мультипликативная помехи имеют независимый характер. Считаем, что радиолокационное измерительное устройство имеет канал оценки мультипликативной помехи [1].

Если воздействующую на полезный сигнал мультипликативную помеху можно рассматривать как детерминированный или квазидетерминитрованный процесс, то, как это было показано в [1; 11], за счет увеличения обобщенного ОСП может быть значительно повышена точность оцениваемых параметров. В этом случае квадрат амплитуды обрабатываемого измерителем сигнала с учетом формы ДН и изменяющейся дальности до объекта будет определяться из выражений:

– в полярной системе координат:

$$U^2_{\text{прм}} = \frac{P_\eta A F^2(R)}{R^4}, \qquad (3.19a)$$

– в декартовой системе координат:

$$U^2_{\text{прм}} = \frac{P_\eta A F^2(x, x_0, y_0)}{(x^2 + y_0^2)^2}, \qquad (3.19б)$$

где $P_\eta = \left\langle \eta_h^2 \right\rangle = \lim_{H\to\infty} H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[\eta(t)\right]^2$.

Используя методику, рассмотренную выше для аддитивных негауссовских помех, с учетом (3.19), получим соотношения, позволяющие определить погрешность измерения информационных параметров при одновременном воздействии аддитивно-мультипликативных помех с учетом как ДН измерителя, так и изменяющейся дальности до лоцируемого объекта.

В табл. 3.2 представлены выражения приведенных дисперсий измерения ω, ω' и φ для рассмотренных ранее случаев, когда значения параметров принимаются равными значениям в конце интервала измерения.

Таблица 3.2

Приведенные дисперсии совместных оценок при воздействии детерминированных (квазидетерминированных) мультипликативных помех

δ^2	$\hat{\omega}$	$\hat{\dot{\omega}}$	$\hat{\varphi}$
$\delta^2(R)$	$\frac{192(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2T^4\sigma_{\dot{\omega}}^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(R_o,V,t)$	$\frac{192(2\sigma_n^2)(R_0\pm Vt)^4}{\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)(R_0\pm Vt)^4}{\mu_n^2T^4\sigma_{\dot{\omega}}^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)(R_0\pm Vt)^4}{\mu_n^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(x_н)$	$\frac{192(2\sigma_n^2)\left(x_н^2+y_0^2\right)^2}{\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left(x_н^2+y_0^2\right)^2}{\mu_n^2T^4\sigma_{\dot{\omega}}^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left(x_н^2+y_0^2\right)^2}{\mu_n^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н,V,t)$	$\frac{192(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2T^4\sigma_{\dot{\omega}}^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)P_\eta}$

Рассмотрим некоторые частные случаи, часто встречающиеся на практике. При движении лоцируемого объекта с постоянной скоростью V = const под углом к главной оси ДН измерителя выражение для приведенных погрешностей частоты и фазы обрабатываемого сигнала в декартовой системе координат примут вид:

$$\delta_{\hat{\omega}}^2(x_н,V,t)=\left[\frac{12(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{P_\eta\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)}\right]; \qquad (3.20a)$$

$$\delta_{\hat{\varphi}}^2(x_н,V,t)=\left[\frac{4(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{P_\eta\mu_n^2T^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)}\right]. \qquad (3.20б)$$

Если начальная фаза обрабатываемого колебания известна, то (20*а*) запишется:

$$\delta_{\hat{\omega}}^2(x_н,V,t)=\left[\frac{3(2\sigma_n^2)\left[y_0^2+(x_н\pm Vt)^2\right]^{0,5}}{P_\eta\mu_n^2T^2\sigma_\omega^2AF^2(x,x_0)}\right]. \qquad (3.20в)$$

В том случае, когда лоцируемый объект остановился в зоне действия измерителя, то есть $\omega=0$, то:

$$\delta_{\hat{\varphi}}^2(x_R)=\left[\frac{2\sigma_n^2\left[y_0^2+x_R{}^2\right]^{0,5}}{P_\eta\mu_n^2T^2\sigma_\varphi^2AF^2(x,x_0)}\right], \qquad (3.20г)$$

где x_R – координата остановки лоцируемого объекта в зоне действия измерителя.

Если значения измеряемых информационных параметров принимаются равными значениям в середине интервалов измерения, то выражения для приведенных погрешностей измерения будут иметь вид, представленный в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Приведенные дисперсии совместных оценок при воздействии мультипликативной помехи, имеющей случайный характер

δ^2	$\hat{\omega}$	$\hat{\dot{\omega}}$	$\hat{\varphi}$
$\delta^2(R)$	$\frac{192(2\sigma_э^2)R^4}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)R^4}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)R^4}{\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(R_o,V,t)$	$\frac{192(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н)$	$\frac{192(2\sigma_э^2)(x_н^2 + y_0^2)^2}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)(x_н^2 \pm y_0^2)^2}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)(x_н^2 \pm y_0^2)^2}{4\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н,V,t)$	$\frac{192(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$

Проанализируем теперь случай, когда мультипликативная помеха рассматривается как случайный процесс.

Согласно результатам, полученным в [1; 11], точность измерения информационных параметров ухудшается. Это происходит из-за того, что часть модулирующей помехи следует рассматривать как дополнительную аддитивную помеху, которая совместно с действующей аддитивной помехой образуют некую эквивалентную помеху, дисперсия которой $\sigma_э^2$ больше дисперсии аддитивной помехи σ_n^2. Тем самым происходит уменьшение обобщенного ОСП, определяемого соотношением:

$$\rho_э = m_\eta^2 P_{s'} \big/ \sigma_э^2 .$$

Как видно из данного выражения, при рассмотрении мультипликативной помехи $\eta(t_h)$ в виде случайного процесса необходимо оценить среднее значение m_η этого процесса и дисперсию эквивалентной аддитивной помехи $\sigma_э^2$. Если первое находится довольно просто с

помощью канала оценки модулирующей помехи, то для описания $\sigma_э^2$ необходимо сначала с помощью свертки определить ПРВ эквивалентной помехи, а уж затем найти ее моменты.

Отметим, что для инженерных расчетов при отыскании $\sigma_э^2$, проведя предварительные статистические исследования действующих на измеритель помех, целесообразно воспользоваться результатами, полученными в работах [13; 14], для смесей различных случайных процессов, часто встречающихся в задачах статистической радиотехники.

В табл. 3.4 и 3.5 представлены выражения для определения приведенных погрешностей измерения ω, ω' и φ для различных рассмотренных случаев на фоне аддитивно-мультипликативных помех с учетом ДН измерителя и меняющейся дальности до объекта, когда модулирующая помеха рассматривается как случайный процесс. Табл. 3.4 отражает случай, при котором значения оцениваемых параметров принимаются равным значениям в конце интервала измерения, табл. 3.5 – в середине интервала.

Таблица 3.4

Приведенные дисперсии совместных оценок в середине интервала измерения при воздействии детерминированных (квазидетерминированных) мультипликативных помех

δ^2	$\hat{\omega}$	$\hat{\dot{\omega}}$	$\hat{\varphi}$
$\delta^2(R)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)R^4}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)R^4}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(R_o,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)(R_0 \pm Vt)^4}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(x_н)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)\left(x_н^2 + y_0^2\right)^2}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left(x_н^2 \pm y_0^2\right)^2}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left(x_н^2 \pm y_0^2\right)^2}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(x_н,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_n^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{720(2\sigma_n^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_n^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_n^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{4\mu_n^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$

Таблица 3.5

Приведенные дисперсии совместных оценок в середине интервала измерения при воздействии мультипликативной помехи, имеющей случайный характер

δ^2	$\hat{\omega}$	$\hat{\dot{\omega}}$	$\hat{\varphi}$
$\delta^2(R)$	$\frac{12(2\sigma_э^2)R^4}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)R^4}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)R^4}{4\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)P_\eta}$
$\delta^2(R_o,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)(R_0 \pm Vt)^4}{4\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н)$	$\frac{12(2\sigma_э^2)\left(x_н^2 + y_0^2\right)^2}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)\left(x_н^2 \pm y_0^2\right)^2}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)\left(x_н^2 \pm y_0^2\right)^2}{4\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$
$\delta^2(x_н,V,t)$	$\frac{12(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{720(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^4 \sigma_{\dot{\omega}}^2 AF^2(x,x_0)}$	$\frac{9(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{4\mu_э^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}$

Если значения оцениваемых параметров принимаются равными значениям в конце интервала измерения, то рассмотренные выше частные случаи (20*а*) – (20*г*) будут иметь, соответственно, следующий вид:

– при $\dot{\omega} = 0$

$$\delta^2_{\hat{\dot{\omega}}}(x_н,V,t) = \left[\frac{12(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}\right];$$

$$\delta^2_{\hat{\varphi}}(x_н,V,t) = \left[\frac{4(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}\right];$$

– при $\omega = const$ и известной начальной фазе колебания

$$\delta^2_{\hat{\dot{\omega}}}(x_н,V,t) = \left[\frac{3(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\omega^2 AF^2(x,x_0)}\right];$$

– при $\omega = 0$

$$\delta^2_{\hat{\varphi}}(x_R) = \left[\frac{(2\sigma_э^2)\left[y_0^2 + (x_н \pm Vt)^2\right]^{0,5}}{\mu_э^2 T^2 \sigma_\varphi^2 AF^2(x,x_0)}\right].$$

Напомним, что здесь $\mu_э^2$ – коэффициент, учитывающий отличие ПРВ эквивалентной аддитивной помехи от гауссовской.

Следует отметить, что при отсутствии мультипликативной помехи выражения, полученные для обоих видов рассмотрения модулирующей помехи, совпадают с выражениями, полученными ранее для аналогичных условий работы измерителя на фоне аддитивных негауссовских помех.

3.5. Выводы

Проанализированы погрешности измерения параметров движения в условиях изменяющейся дальности с учетом формы ДН радиолокационного измерителя.

Показано, что с увеличением дальности до лоцируемого объекта относительная погрешность измерения параметров сигнала, несущих информацию о скорости, ускорении и удалении объекта от измерителя, возрастает.

Показано, что при неправильной юстировке измерителя относительная погрешность измерения может достигать 100%.

Впервые получены выражения для численных оценок приведенной погрешности измерителя частоты, производной частоты и фазы полезного сигнала на фоне одновременного воздействия аддитивных и мультипликативных негауссовских помех, учитывающих закон распределения дальности до объекта и форму ДН радиолокационного измерителя.

Показано, что учет негауссовского характера аддитивной помехи при всех прочих равных условиях работы измерителя позволяет значительно повысить потенциальную точность. Показано, что если мультипликативную помеху можно рассматривать в качестве детермированного или квазидетермированного процесса, то учет ее средней мощности на интервале измерения позволяет повысить точность измеряемых параметров. Если же мультипликативная помеха является случайным процессом, то точность измерителя в этом случае падает.

Список литературы

1. Артюшенко В. М. Исследование и разработка радиолокационного измерителя параметров движения протяженных объектов : монография. – М. : Изд-во ФТА, 2013. – 214 с.

2. Воловач В. И. Методы и алгоритмы анализа радиотехнических устройств ближнего действия. – М. : Радио и связь, 2013. – 228 с.

3. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ параметров спектра сигнала, отраженного от протяженного объекта // Известия вузов. Приборостроение. – 2012. – № 9. – С. 62-67.

4. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Экспериментальное исследование параметров спектра доплеровского сигнала, отраженного от протяженного объекта // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2012. – № 3 (19). – С. 17-24.

5. Artyushenko V. M., Volovach V. I. Statistical Characteristics of Envelope Outliers Duration of non-Gaussian Information Processes. Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2013) (Rostov-on-Don, Russia, September 27-30, 2013). – Kharkov : KNURE, 2013. – P. 137-140.

6. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Особенности отражения зондирующих сигналов радиотехнических устройств обнаружения от протяженных объектов сложной формы // Школа университетской науки: парадигма развития. – 2012. – № 2 (6). – С. 42-46.

7. Ерохина Л. И. Оценка экономической эффективности работы радиолокационного измерителя скорости повышенной точности в системах АРС / Л. И. Ерохина, В. М. Артюшенко, В. И. Воловач // Вестник Поволжского государственного университета сервиса. Серия Экономика. – 2013. – № 6 (26). – С. 165-170.

8. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ условий работы системы контроля заполнения путей и ее информационного обеспечения // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. – № 6. – С. 115-119.

9. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Оценка экономической эффективности работы радиолокационного измерителя скорости // Вестник Поволжского государственного университета сервиса. Серия Экономика. – 2012. – № 6 (26). – С. 182-192.

10. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Особенности определения дальности действия радиотехнических устройств обнаружения охранных систем // Школа университетской науки: парадигма развития. – 2012. – № 3 (7). – С. 77-80.

11. Артюшенко В. М. Синтез и анализ алгоритмов и устройств обработки сигналов в условиях аддитивно-мультипликативных негауссовских помех : автореф. дисс. … д.т.н. – М., 1994. – 34 с.

12. Артюшенко В. М., Соленов В. И. Оценка точности измерения информационного параметра сигнала на фоне аддитивной негауссовской помехи // Вестник МГТУ. Серия Приборостроение. – 1997. – № 4. – С. 9-14.

13. Мелитицкий В. А. Статистические характеристики огибающей негауссовского сигнала при наличии негауссовской помехи / В. А. Мелитицкий, Н. С. Акишин, В. В. Мелитицкая // Радиотехника. – 1986. – № 10. – С. 47-51.

14. Акишин Н. С. Статистические характеристики огибающей аддитивной смеси негауссовского периодически нестационарного радиосигнала и негауссовской помехи / Н. С. Акишин, В. Л. Румянцев, А. В. Михайлов и др. // Радиоэлектроника. – 1988. – Т. 31. – № 4. – С. 84-87. – (Изв. высш. учеб. заведений).

Глава 4

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ АДДИТИВНО-МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ В РАДИОСИСТЕМАХ БЛИЖНЕГО ДЕЙСТВИЯ

Артюшенко В. М.

Вопросы измерения (оценки) параметров сигналов, несущих информацию о движении объектов, в радиолокации являются традиционными и весьма подробно рассмотрены в [1-3 и др.]. Достаточно хорошо изучены вопросы радиолокационного измерения точечных [4-6] и отчасти сложных дискретных [7-9] целей. Вместе с тем многие аспекты, связанные с измерением информационных параметров сигнала, несущих информацию о движении объектов, находящихся на малых расстояниях от радиолокационных измерителей, являются ещё недостаточно изученными и имеют ряд специфических особенностей как теоретического, так и практического характера.

В большинстве работ, посвященных вопросам оценки параметров сигналов, считалось, что на полезный сигнал воздействует только аддитивная помеха, описывающаяся, как правило, гауссовской ПРВ. Однако, как показывают проведенные исследования, результаты которых отражены в первой главе, принимаемый измерителем сигнал подвержен одновременному воздействию как мультипликативных, так и аддитивных помех, имеющих ярко выраженный негауссовский характер. Для радиолокации, радионавигации, телеметрии, радиоизмерительной техники представляет значительный интерес получить оптимальную оценку параметров обрабатываемых сигналов при наличии помех с произвольной плотностью распределения вероятности.

Данная глава посвящена анализу влияния негауссовских аддитивных и мультипликативных помех на точность раздельной и совместимой оценки информационных параметров полезного сигнала, несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта. Для обеспечения наивысшей точности измерения информационных параметров необходимо оценить их оптимальным образом. Методы решения задачи оптимальной оценки параметров сигнала можно получить, основываясь на математическую статистику и теорию нелинейной фильтрации [1, 10].

Задачу оценивания информационных параметров будем решать, как правило, в дискретном времени наблюдения, как при раздельном, так и одновременном воздействии аддитивных и мультипликативных помех. Считаем, что в течение времени $[0,T]$ наблюдаются выборки случайного процесса $Y_h \equiv Y(t_h)\, h = 1,...,H$, являющегося смесью полезного сигнала $S(\vec{\lambda}, t_h)$и, в общем случае, аддитивной $n(t_h)$ и мультипликативной $\eta(t_h)$помех. Полезный сигнал содержит совокупность параметров $\vec{\lambda} = \{\lambda_1,...,\lambda_m\}$,

подлежащих измерению (оцениванию), причем считается, что на интервале наблюдения эти параметры остаются неизменными. Негауссовские помехи предполагаются стационарными и могут носить как коррелированный, так и независимый характер. Оценку информационных параметров будем осуществлять либо по методу максимума АПРВ, либо по методу максимального правдоподобия.

Для определения количественных оценок измеряемых параметров используем нижние границы неравенства Крамера-Рао [1, 10, 11]. Влияние негауссовских аддитивных и мультипликативных помех на точность измерения будем оценивать отношением дисперсии погрешности измерения при наличии аддитивных и мультипликативных помех к дисперсии погрешности измерения, когда эти помехи носят гауссовский характер.

Отметим, что в нашем случае оценке будут подлежать только неэнергетические информационные параметры полезного сигнала. При этом считается, что оценки являются функциями достаточных статистик и обладают асимптотическими свойствами состоятельности, как правило, несмещенности и нормальности.

4.1. Оценка точности измерения параметров движения в условиях негауссовских аддитивных помех

Для оценки точности измерения параметров движения воспользуемся неравенством Крамера-Рао [10].

Известно, что оценка $\hat{\lambda}$ информационного параметра λ полезного сигнала $s(\lambda,t)$ по максимуму апостериорной ПРВ находится из уравнения

$$\left.\frac{dW_y(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}} = 0 \qquad (4.1)$$

Учитывая, что $W_y(\lambda) = CW_\lambda(\lambda)W_{II}(\lambda)$, где C – постоянная нормировки; $W_\lambda(\lambda)$ – априорная ПРВ; $W_{II}(\lambda)$ – функция правдоподобия, запишем:

$$\left.\frac{dW_y(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}} = \left[\frac{d\ln W_{II}(\lambda)}{d\lambda} + \frac{d\ln W_\lambda(\lambda)}{d\lambda}\right]_{\lambda=\hat{\lambda}} = 0 \qquad (4.2)$$

Откуда, в соответствии с теоремой Крамера – Рао, дисперсия любой несмещенной оценки информационного параметра определяется неравенством [10]:

$$M\left\{\left(\hat{\lambda}-\lambda\right)^2\right\} \geq \left[-M\left\{\frac{d^2\ln W_{II}(\lambda)}{d\lambda^2}\right\} - M\left\{\frac{d^2\ln W_\lambda(\lambda)}{d\lambda^2}\right\}\right]^{-1}, \qquad (4.3)$$

где усреднение осуществляется по результатам наблюдения и характеристикам случайного параметра λ.

Принимая во внимание введенное ранее понятие количества информации по Фишеру I_ϕ^λ, преобразуем (4.3) к виду

$$M\left\{\left(\hat{\lambda}-\lambda\right)^2\right\} \geq \left[-M\left\{\frac{d^2 \ln W_{\Pi}(\lambda)}{d\lambda^2}\right\}+I_{\phi}^{\lambda}\right]^{-1}, \qquad (4.4)$$

который и будем широко использовать при дальнейшем рассмотрении.

4.1.1. Оценка точности измерения скалярного информационного параметра на фоне аддитивной некоррелированной помехи

Конкретизируем неравенство Крамера – Рао для случая воздействия аддитивных негауссовских помех с независимыми значениями.

Пусть на вход измерительного радиолокационного устройства поступает аддитивная смесь $y_h(t_h)$ полезного сигнала $s(\lambda,t_h)$, несущего информацию об одном из интересующих нас параметров движения лоцируемого объекта λ, и аддитивная негауссовская некоррелированная помеха $n(t_h)$

$$y_h(t_h) = s(\lambda,t_h) + n(t_h).$$

Считаем, что логарифм функции правдоподобия, входящий в (4.4), существует и имеет вид [12]:

$$B_n(n_h) = \ln W_n\left\{y_h - s\left(\hat{\lambda},t_h\right)\right\},$$

где $W_n\{\cdot\}$ – одномерная ПРВ аддитивной негауссовской помехи.

Первая производная от ЛФП по информационному параметру будет равна:

$$B_{\lambda.h}^{\Pi'} = \frac{d}{d\hat{\lambda}}\ln W_n\left\{y_h - s\left(\hat{\lambda},t_h\right)\right\} = s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda},t_h\right)\frac{d}{dn_h}\ln W_n(n_h) = s'\left(\hat{\lambda},t_h\right)B_{n.h}^{\Pi'}.$$

Соответственно, вторая производная

$$B_{\lambda.h.h}^{\Pi''} = \left\{y_h - s\left(\hat{\lambda},t_h\right)\right\} = \left[s'_{\lambda}\left(\hat{\lambda},t_h\right)\right]^2\frac{d^2}{dn_h^2}\ln W_n(n_h) + s''_{\lambda}\left(\hat{\lambda},t_h\right)\frac{d}{dn_h}\ln W_n(n_h) =$$

$$= \left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_h)\right]^2 B_{n.h.h}^{\Pi''} + s''_{\lambda}(\hat{\lambda},t_h)B_{n.h}^{\Pi'}$$

Усреднив вторую производную ЛФП по времени и по множеству, запишем:

$$\tilde{\tilde{B}}_{\lambda.h.h}^{\Pi''} = -M\left\{\frac{d^2}{d\hat{\lambda}^2}\ln W_{\Pi}\left(\hat{\lambda}\right)\right\} = P_{s'}I_{\phi}^{\lambda},$$

где $P_{s'} = \left\langle\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_h)\right]^2\right\rangle = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[\frac{ds\left(\hat{\lambda},t_h\right)}{d\hat{\lambda}}\right]^2$; $I_{\phi}^{\lambda} = M\left\langle\frac{d^2}{dn_h^2}\ln W_n\left(n_h\right)\right\rangle$ – количество информации по Фишеру относительно аддитивной негауссовской помехи, заключенное в одномерном ПРВ $W_n\left(n_h\right)$.

С учетом введенных обозначений неравенство Крамера – Рао примет вид:

$$\sigma_{\hat{\lambda}n}^2 \geq \left\{P_{s'}\mu_n^2\sigma_n^{-2} + \mu_{\lambda}^2\sigma_n^{-2}\right\}^{-1} \qquad (4.5)$$

Введем обозначение $\rho_n = P_s \sigma_\lambda^2 / \sigma_n^2$, играющее в данном случае роль обобщенного отношения сигнал-помеха. В этом случае выражение (4.6) запишется:

$$\sigma_{\hat{\lambda}n}^2 \geq \sigma_n^{-2} \left\{ \rho_n \mu_n^2 + \mu_\lambda^2 \right\}^{-1}. \qquad (4.6)$$

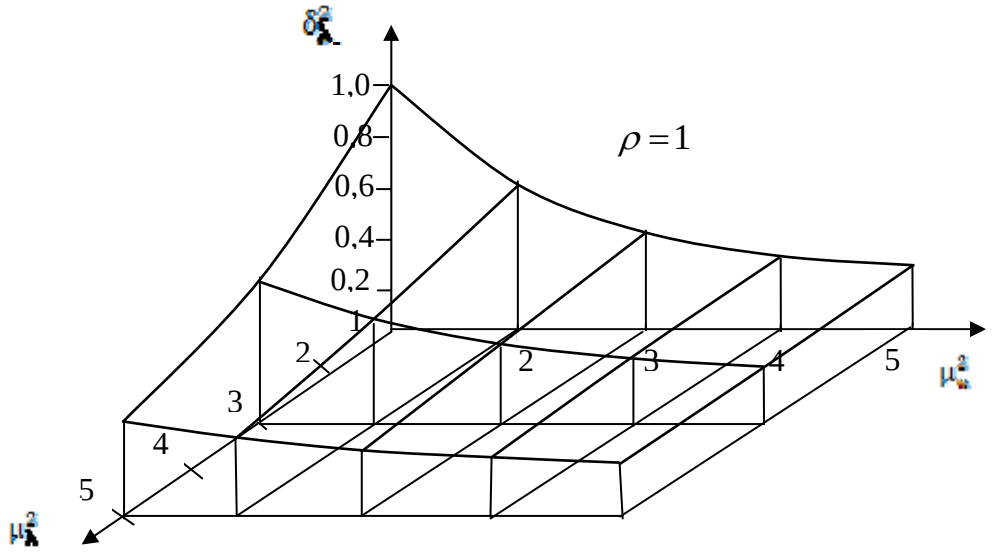
Полученные неравенства (4.5) и (4.6) описывают нижние границы неравенства Крамера – Рао для дисперсии несмещенной оценки информационного параметра полезного сигнала при воздействии аддитивной негауссовской помехи с независимыми значениями.

Произведем количественную оценку точности измерения, получаемую в результате учета негауссовского характера, как ПРВ информационного параметра $\hat{\lambda}$, так и воздействующей аддитивной помехи n_h. Для этого построим зависимости приведенной дисперсии $\delta_{\hat{\lambda}.n}^2 = f(\sigma_{\hat{\lambda}.n}^2 / \sigma_{\hat{\lambda}.\Gamma n}^2)$, где $\sigma_{\hat{\lambda}.n}^2$ – дисперсия нормальной погрешности измерения (оценки), рассчитанная для случая, когда информационный параметр и аддитивная помеха являются случайными гауссовскими процессами, описываемыми одномерными распределениями. При этом будем считать, что обобщенное ОСП ρ_n в обоих случаях равны между собой.

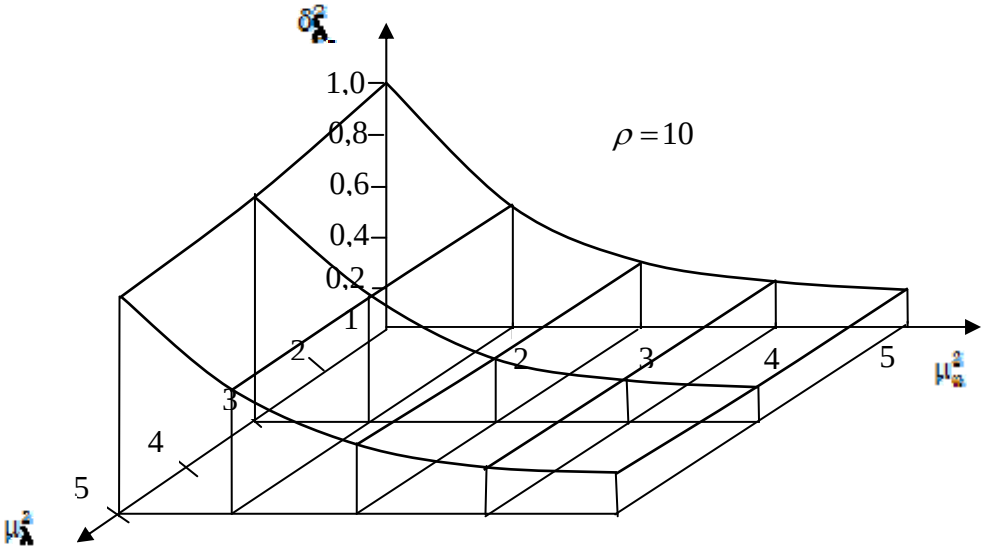
Учитывая, что для гауссовских некоррелированных процессов коэффициент $\mu^2 = 1$, исходя из вышесказанного, получим:

$$\delta_{\hat{\lambda}.n}^2 = \frac{\sigma_{\hat{\lambda}.n}^2}{\sigma_{\hat{\lambda}.\Gamma n}^2} = \frac{(\rho_n + 1)}{\left(\rho_n \mu_n^2 + \mu_\lambda^2\right)}. \qquad (4.7)$$

На рис. 4.1 представлены графические зависимости $\delta_{\hat{\lambda}.n}^2 = f\left(\mu_\lambda^2 + \mu_n^2\right)$, построенные для случаев $\rho_n = 1$ и $\rho_n = 10$.



а)



б)

Рис. 4.1. *Зависимости* $\delta^2_{\hat{\lambda}.n} = f\left(\mu_n^2 + \mu_\lambda^2\right)$ *при а)* $\rho = 1$*; б)* $\rho = 10$

Из выражения (4.7) и приведенных графиков видно, что с увеличением коэффициентов μ_λ^2 и μ_n^2, а следовательно, с увеличением отличия ПРВ информационного параметра и воздействующей аддитивной помехи от гауссовской величина приведенной дисперсии уменьшается, что в свою очередь приводит к увеличению точности оценки измеряемого информационного параметра.

При высоком качестве измерения информационного параметра (больших соотношениях сигнал-помеха) АПРВ $W_y(\lambda)$ в окрестности истинного значения λ_h существенно уже априорной $W_y(\lambda)$ ПРВ [13]. В этом случае значением I_ϕ^λ можно пренебречь, и неравенство Крамера – Рао будет определяться выражением:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}n} \geq \left\{I_\phi^\lambda P_{s'}\right\}^{-1} = \left\{\mu_n \sigma_n^{-2} H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[ds\left(\hat{\lambda}, t_h\right) / d\hat{\lambda}\right]^2\right\}^{-1}. \quad (4.8)$$

На примере измерения (оценки) частоты $\lambda = \omega$ полезного сигнала

$$s(\lambda, t_h) = U_m \cos\left(\omega t_h + \varphi_h\right). \quad (4.9)$$

Оценим выигрыш, получаемый при учете негауссовского характера аддитивной помехи.

Считаем, что ПРВ измеряемого информационного (оцениваемого) параметра и воздействующей помехи известны и имеют негауссовский характер. Оценка информационного параметра осуществляется на интервале измерения [0, *T*]. Предполагаем, что моменты времени, соответствующие началу и концу обрабатываемого сигнала, точно известны и совпадают с границами интервала измерения. Воспользовавшись изложенной в

[10] методикой, а также результатами, связанными с оценкой частоты сигнала на фоне гауссовских помех с независимыми значениями, после опускаемых из-за громоздкости математических преобразований, приняв для удобства $\sigma_{\omega}^2 = 1$, получим выражение для дисперсии частоты полезного сигнала $s(\lambda, t_h)$ при воздействии негауссовских аддитивных помех с независимыми значениями:

$$\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq \left\{ \mu_n^2 \frac{\rho T^2}{12} + \mu_{\omega}^2 \right\}^{-1}, \qquad (4.10)$$

где $\rho = U_m^2 / 2\sigma_n^2$.

Полученные выражения показывают, что на точность измерения (оценки) частоты полезного сигнала $s(\lambda, t_h)$ при воздействии негауссовской аддитивной помехи с независимыми значениями существенно влияют не только такие параметры, как ρ и T, но и величина коэффициентов μ_{ω}^2 и μ_n^2 учитывающих, соответственно, отличие ПРВ измеряемого (оцениваемого) информационного параметра и помехи от гауссовской. Как видно из представленного неравенства, чем больше отличие ПРВ оцениваемого параметра и воздействующей помехи от гауссовской, тем точность оценки частоты выше.

4.1.2. Оценка точности измерения векторного информационного параметра на фоне аддитивной некоррелированной помехи

Рассмотрим случай одновременного измерения (оценки) нескольких информационных параметров полезного сигнала $s(\vec{\lambda}, t_h), \left\{ \vec{\lambda} = \lambda_1, ..., \lambda_m \right\}$ на фоне воздействия негауссовской аддитивной помехи, имеющей некоррелированный характер.

Оценку точности рассмотрим на примере одновременного измерения $\omega, \dot{\omega}$ и φ полезного сигнала

$$s(\vec{\lambda}, t_h) = U_{m.h} \sin\left[\left(\omega + 0{,}5\dot{\omega} t_h \right) t_h + \varphi \right], \qquad (4.11)$$

несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта.

Также, как и в предыдущем случае, будем считать, что оценка измеряемых параметров осуществляется на интервале наблюдения [0, T], причем моменты времени, соответствующие началу и концу обрабатываемого сигнала, точно известны и совпадают с границами интервала наблюдения.

Воспользуемся методикой, изложенной [2] для определения одновременной оценки информационных параметров сигнала на фоне гауссовской некоррелированной помехи.

Для удобства проведения дальнейшего анализа представим полезный сигнал $s(\vec{\lambda}, t_h)$ в виде

$$s(\vec{\lambda}, t_h) = U_{m.h} \sin(\lambda_1 + \lambda_2 t_h + \lambda_3 t_h^2), \qquad (4.12)$$

где $\lambda_1 = \varphi$; $\lambda_2 = \omega$; $\lambda_3 = 0{,}5\dot{\omega}$.

Заметим, что в нашем случае при оценке информационных параметров по максимуму АПРВ должны выполняться три уравнения:

$$\left.\frac{dW_y(\vec{\lambda})}{d\lambda_1}\right|_{\lambda_1=\hat{\lambda}_1} = 0; \qquad \left.\frac{dW_y(\vec{\lambda})}{d\lambda_2}\right|_{\lambda_2=\hat{\lambda}_2} = 0; \qquad \left.\frac{dW_y(\vec{\lambda})}{d\lambda_3}\right|_{\lambda_3=\hat{\lambda}_3} = 0$$

Выражение нижней границы неравенства Крамера – Рао для дисперсии несмещенных совместных параметров полезного сигнала $\vec{\lambda} = \{\varphi, \omega, \dot{\omega}\}$ запишется [14]

$$\sigma^2_{\underset{\lambda}{\rightarrow} ij} \geq \left|J_{ij}\right| / \left|J\right|; \;\; i, j = 1,2,3, \qquad (4.13)$$

где $\left|J_{ij}\right|$ – алгебраическое дополнение элемента J_{ij} информационной матрицы Фишера; $\left\|J\right\|$; $\left|J\right|$ – определитель матрицы $\left\|J\right\|$ [15].

Заметим, что элементы информационной матрицы при $i \neq j$ учитывают взаимную зависимость оцениваемых параметров. В случае если измеряемые параметры не зависят друг от друга, информационная матрица упрощается, приобретая вид:

$$\left\|J\right\| = \begin{Vmatrix} J_{11} & & 0 \\ & J_{22} & \\ 0 & & J_{33} \end{Vmatrix}.$$

Дисперсия того или иного параметра при этом будет определяться выражением:

$$\sigma^2_{a.i} = \sigma^2_{a.ii} = \left|J_{ii}\right| / \left|J\right|; \;\; i, j = 1,2,3.$$

Элементы матрицы определяются соотношением

$$J_{ij} = \int_{h=1}^{H} h'_{\lambda.i}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3, t_1, t_h) s'_{\lambda.j}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3, t_h) \Delta + I^{\lambda}_{\phi.ij}. \qquad (4.14)$$

Здесь: $H = T/\Delta$ – целая часть отношения; $\Delta = h - (h-1)$ – интервал взятия временных отсчетов; t_1– начало времени измерения; $s'_{\lambda.j}$ – производная от обрабатываемого полезного сигнала по оцениваемому параметру $\lambda_j (j = 1,2,3)$, определяемая при $\vec{\lambda} = \hat{\vec{\lambda}}$; $I^{\lambda}_{\phi.ij}$ – составляющая информационной матрицы Фишера относительно измеряемых параметров, заключенная в совместной ПРВ оцениваемых параметров $W_{\underset{\lambda}{\rightarrow}}(\vec{\lambda})$; $h'_{\lambda.i}$ – производная по параметру, $\lambda_j (j = 1,2,3)$ определяемая при $\vec{\lambda} = \hat{\vec{\lambda}}$ от весовой функции $h(\vec{\lambda}, t_1, t_h)$, являющаяся решением уравнения:

$$\sum_{h=1}^{H} R_n(t_h - t_{h-1}) h(\vec{\lambda}, t_1, t_h)\Delta = s(\vec{\lambda}, t_h),$$

где $R_n(t_h - t_{h-1})$ – корреляционная функция помехи.

В случае δ – коррелированного шума

$$h(\vec{\lambda}, t_1, t_h) = \mu_n^2 N_n^{-2} s(\vec{\lambda}, t_h),$$

где N_n^2 – спектральная плотность помехи. Выражение (4.14) примет вид:

$$J_{ij} = \mu_n^2 \sigma_{n\Delta}^{-2} \sum_{h=1}^{H} s'_{\lambda.i}(\hat{\vec{\lambda}}, t_h) + s'_{\lambda.j}(\hat{\vec{\lambda}}, t_h) I_{\phi.ij}^{\lambda}, \qquad (4.15)$$

где $\sigma_{n\Delta}^2 = N_n^2 / \Delta$ – дисперсия воздействующей помехи в полосе $f = 1/\Delta$.

Для обрабатываемого сигнала производные будут определяться:

$$s'_{\lambda.i}(\hat{\vec{\lambda}}, t_h) = U_{mh} t_h^{i-1} \cos(\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 t_h + \hat{\lambda}_3 t_h^2), i = 1,2,3. \qquad (4.16)$$

Сделав необходимые тригонометрические преобразования, получим

$$J_{ij} = 0{,}5\mu_n^2 \sigma_{n\Delta}^{-2} \sum_{h=1}^{H} U_{m.h} t_h^{i+j-2} + \left[1 + \cos 2(\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 t_h + \hat{\lambda}_3 t_h^2)\right] + I_{\phi.ij}^{\lambda}, \qquad (4.17)$$

где принято, что $t = 0$, то есть интервал измерения соответствует $-T \le t \le 0$.

Считая, что оцениваемые информационные параметры на интервале измерения остаются неизменными, принимаем, что их величины равны значениям, принимаемым в момент времени окончания интервала измерения.

При значении косинуса в (4.17), равном единице, что равносильно допущению $\omega T >> 1$, и большом числе отсчетов $H \simeq T/\Delta >> 1$ на интервале оценки информационных параметров получим:

$$J_{ij} = \mu_n^2 \frac{U_m^2}{2\sigma_n^2} (-1)^{i+j-2} T^{i+j-2} (i + j - 2)^{-1} + I_{\phi.ij}^{\lambda}, \qquad (4.18)$$

где $U_m = H^{-1} \sum_{h=1}^{H} U_{m.h}; \sigma_n^2 = \dfrac{N_n^2}{\Delta H} = N_n^2 / T$ – дисперсия аддитивной помехи.

Обозначив через $\rho = N_m^2 / 2\sigma_n^2$, играющим в данном случае роль обобщенного ОСП, запишем матрицу $\|J\|$ в виде:

$$\|J\| = \left\{ \mu_n^2 \rho \begin{Vmatrix} 1 & -0{,}5T & \frac{1}{3}T^2 \\ -0{,}5T & \frac{1}{3}T^2 & -0{,}25T^3 \\ \frac{1}{3}T^2 & -0{,}25T^3 & 0{,}2T^4 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} I_{\phi.11}^{\lambda} & I_{\phi.12}^{\lambda} & I_{\phi.13}^{\lambda} \\ I_{\phi.21}^{\lambda} & I_{\phi.22}^{\lambda} & I_{\phi.23}^{\lambda} \\ I_{\phi.31}^{\lambda} & I_{\phi.i32}^{\lambda} & I_{\phi.i33}^{\lambda} \end{Vmatrix} \right\}. \qquad (4.19)$$

Если ПРВ измеряемых (оцениваемых) параметров

$$W_{\vec{\lambda}}(\vec{\lambda}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2} D^{0,5}} \exp\left\{ -\frac{1}{2\pi\sigma^2} \sum_{i=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} D_{i.k} (\lambda_i - a)(\lambda_k - a) \right\},$$

где σ^2 и a – соответственно, дисперсия и среднее значение; D – детерминант

матрицы $R_{\underset{\lambda}{\rightarrow}}$, элементы которой $R_{ik} = R_{ki} = R(\tau_k - \tau_i) = B_{\underset{\lambda}{\rightarrow}}(\tau_k - \tau_i) \Big/ B_{\underset{\lambda}{\rightarrow}}(0)$ представляют значения нормированной корреляционной функции; D_{ik} – алгебраическое дополнение элемента R_{ik} в матрице, то информационная матрица $\left\| I^{\lambda}_{\phi.ij} \right\|$ в (4.19), примет вид:

$$\left\| I^{\lambda}_{\phi.ij} \right\| = \frac{1}{(2\sigma^2 D)} \begin{Vmatrix} 2D_{11} & D_{12} + D_{21} & D_{13} + D_{31} \\ D_{21} + D_{12} & 2D_{22} & D_{23} + D_{32} \\ D_{31} + D_{13} & D_{32} + D_{23} & 2D_{33} \end{Vmatrix}.$$

При оценке информационных параметров методом максимального правдоподобия, корреляционная матрица ошибок (4.19) примет вид:

$$\|J\| = \mu_n^2 \rho \begin{Vmatrix} 1 & -0{,}5T & \frac{1}{3}T^2 \\ -0{,}5T & \frac{1}{3}T^2 & -0{,}25T^3 \\ \frac{1}{3}T^2 & -0{,}25T^3 & 0{,}2T^4 \end{Vmatrix} \qquad (4.19a)$$

Определитель матрицы в этом случае будет равен:

$$|J| = \left(\mu_n^2 \rho\right)^3 T^6 \Big/ 2160 .$$

Подставляя (4.20) и (4.22) в (4.15), зная, что $\lambda_3 = 0{,}5\dot{\omega}$, после несложных преобразований получим выражение для определения оценок нижних границ неравенства Крамера – Рао информационных параметров полезного сигнала (4.13) при воздействии негауссовских аддитивных помех с независимыми значениями, которые будут иметь следующий вид:

– для частоты

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho T^2 \Big/ 192 \right\}^{-1}; \qquad 4.20a)$$

– для производной частоты

$$\sigma^2_{\hat{\dot{\omega}}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho T^4 \Big/ 720 \right\}^{-1}; \qquad (4.20б)$$

– для фазы

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho \Big/ 9 \right\}^{-1}. \qquad (4.20в)$$

Если объект движется с постоянной скоростью, то есть $\dot{\omega} = 0$, то

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho T^2 \Big/ 12 \right\}^{-1}; \qquad (4.21)$$

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho \Big/ 4 \right\}^{-1}. \qquad (4.22)$$

Если начальная фаза колебания известна, а частота постоянна, то

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \left\{ \mu_n^2 \rho T^2 \Big/ 3 \right\}^{-1}. \qquad (4.23)$$

В тех случаях, когда объект является неподвижным, то есть необходимо измерить

только фазу обрабатываемого сигнала (при известной частоте)

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \left\{\mu_n^2 \rho\right\}^{-1}. \qquad (4.24)$$

Если значения информационных параметров полезного сигнала принимаются равными их значениям в момент, совпадающий с серединой интервала измерения, выражение для определения элементов матрицы $\left\|J_{ij}\right\|$ будет иметь вид:

$$\left\|J_{ij}\right\| = \mu_n^2 \frac{U_m^2}{2\sigma_n^2}(-1)^{i+j-2}\left[(0{,}5T)^{i+j-2} - (-0{,}5T)^{i+j-2}\right](i+j-1)^{-1} + I^{\lambda}_{\phi.ij}. \qquad (4.25)$$

При оценке информационных параметров методом максимального правдоподобия матрица $\|J\|$ запишется:

$$\|J\| = \mu_n^2 \rho \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{12}T^2 \\ 0 & \frac{1}{12}T^2 & 0 \\ \frac{1}{12}T^2 & 0 & \frac{1}{80}T^4 \end{Vmatrix}. \qquad (4.26)$$

Откуда $|J| = (\mu_n^2 \rho)^3 T^6 / 2160$.

В этом случае:

– для частоты

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \left\{\mu_n^2 \rho T^2 / 12\right\}^{-1}; \qquad (4.27a)$$

– для производной частоты

$$\sigma^2_{\hat{\dot{\omega}}} \geq \left\{\mu_n^2 \rho T^4 / 720\right\}^{-1}; \qquad (4.27б)$$

– для фазы

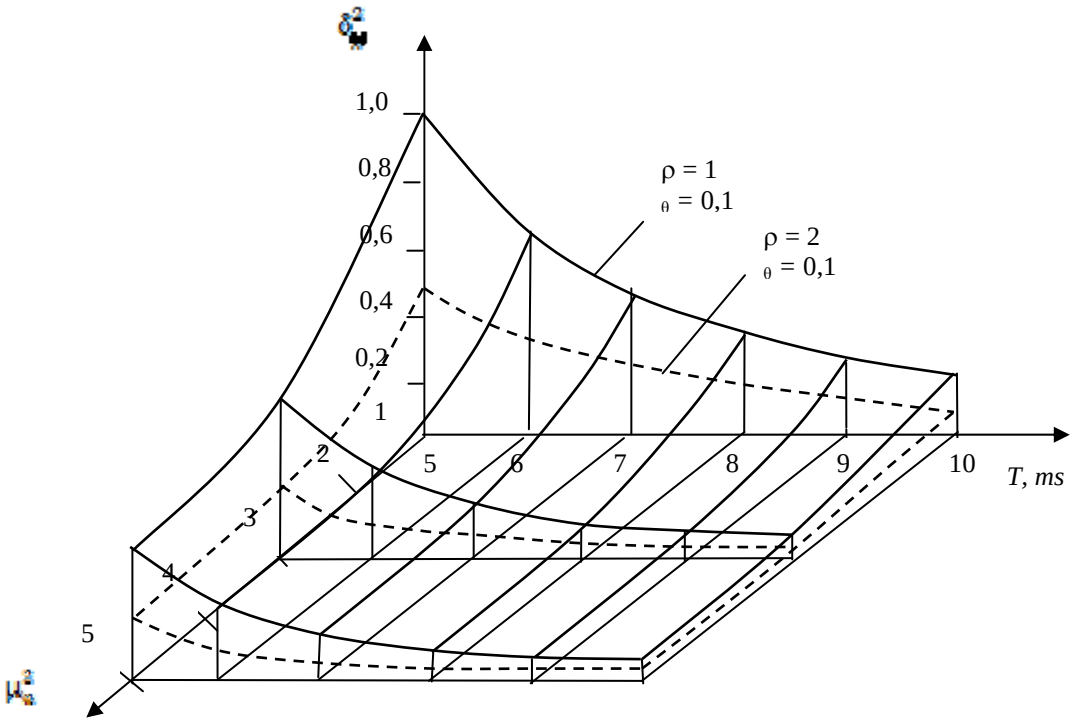
$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \left\{\mu_n^2 \rho / 9\right\}^{-1}. \qquad (4.27в)$$

Сравнение (4.21) и (4.27) показывает, что нижние границы дисперсии оценок $\hat{\omega}$ и $\hat{\varphi}$ значительно меньше, если привязка измерений осуществляется к середине интервала наблюдения. Повышение точности измерения при такой привязке связано с тем, что в этом случае, как видно из (4.26), недиагональные элементы J_{12}, J_{21}, J_{23} и J_{32} равны нулю и лишь элементы J_{13} и J_{31} отличны от него.

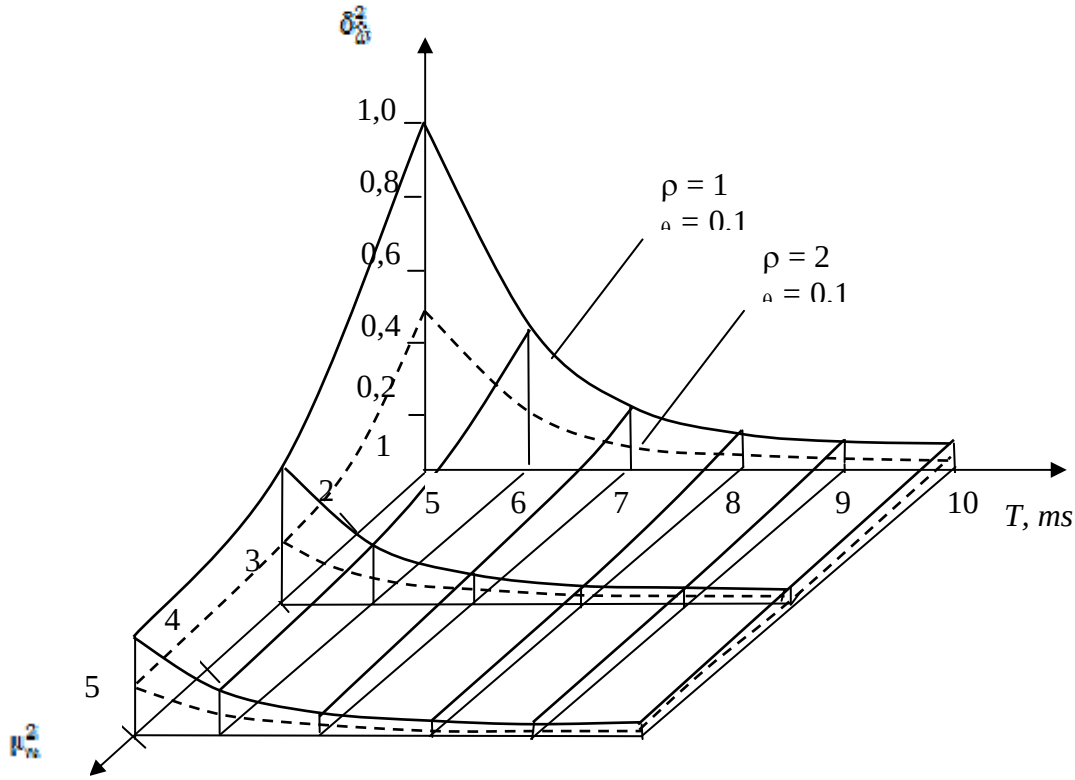
В случае отличия от нуля недиагональных элементов в матрице $\|J\|$ следует учитывать наличие корреляционных связей между ошибками оценок отдельных измеряемых параметров.

На рис. 4.2 представлены зависимости, иллюстрирующие приведенные погрешности $\delta^2_{\hat{\lambda}.n} = f(\sigma^2_{\hat{\lambda}.n} / \sigma^2_{\hat{\lambda}.\Gamma n})$ измерения (оценки) информационных параметров $\hat{\lambda} = \varphi, \omega, \dot{\omega}$ сигнала $s(\hat{\lambda}, t_h)$, несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта, для случая,

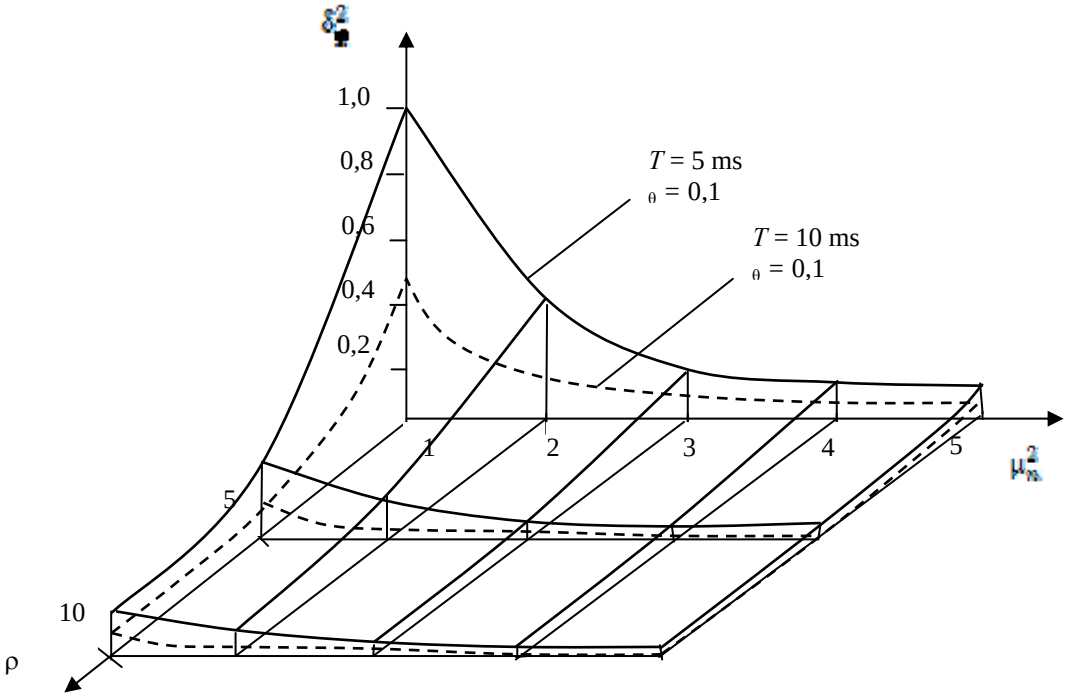
когда величины φ, ω и $\dot{\omega}$ принимаются равными значениям в момент окончания интервала измерения.



а)



б)



в)

Рис. 4.2. *Зависимости* $\delta^2_{\hat{\lambda}} = f(T, \mu_n^2)$, где *а)* $\hat{\lambda} = \hat{\omega}$; *б* – $\hat{\lambda} = \hat{\omega}$;

в) зависимость $\delta^2_{\hat{\omega}} = f(\mu_n^2, \rho)$

Из графиков видно, что с увеличением ρ, T и μ_n^2 приведенная погрешность измерения (оценки) уменьшается, а значит, точность измерения возрастает.

Как видно, учет негауссовского характера воздействующей аддитивной помехи позволяет значительно повысить точность оцениваемого параметра, причем чем больше ПРВ аддитивной помехи отличается от гауссовской, тем выше получаемый выигрыш.

4.1.3. Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных аддитивных негауссовских помех

Рассмотрим случай, когда информационный параметр оценивается на фоне коррелированной, в общем случае негауссовской, помехи.

Будем считать, что помеха описывается переходной ПРВ $W_n(n_h | n_{h-1})$. Измерение (оценка) информационного параметра ведется в дискретном времени наблюдения на интервале (0, T), причем $\hat{\lambda}_h = \hat{\lambda}_{h-1} = \hat{\lambda}$.

Логарифм функции правдоподобия существует и описывается выражением:

$$B_n(n) = \ln W_n\left\{y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1})\right\}, \qquad (4.28)$$

где $y_{h-i} - s(\hat{\lambda}, t_{h-i}) = n_{h-i}, i = 0,1$.

При этом функция правдоподобия удовлетворяет условиям регулярности [16]:

$$\langle \frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}} \ln W_n \left\{ y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right\} \rangle = 0; \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned} &\langle \frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}^2} \ln W_n \left\{ y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right\} \rangle = \\ &= \langle \left[\frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}} \ln W_n \{ y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right]^2 \} \rangle \end{aligned} \tag{4.30}$$

Запишем производную ЛФП (4.28) по информационному параметру в виде:

$$\begin{aligned} &\langle \frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}} \ln W_n \left\{ y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right\} \rangle = \\ &= H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[- \frac{d}{dn_h} \ln W_n(n_h | n_{h-1}) s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) \right] - \\ &- \frac{d}{dn_{h-1}} \ln W_n(n_h | n_{h-1}) s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) = \\ &= H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[- B^{n'}_{n.h} s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) - B^{n'}_{n.h-1} s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right] \end{aligned} \tag{4.31}$$

Заметим, что соотношение (4.29) выполняется, если

$$\langle \frac{d}{dn_{h-1}} \ln W_n(n_h | n_{h-i}) \rangle = 0, \quad i = 0,1 \tag{4.32}$$

С учетом соотношений (4.30), (4.32), дифференцируя (4.31), получим

$$\begin{aligned} &\langle \frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}^2} \ln W_n \left\{ y_h - s(\hat{\lambda}, t_h) \middle| y_{h-1} - s(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right\} \rangle = \\ &= H^{-1} \sum_{h=1}^{H} \left[\begin{array}{l} B^{n''}_{n.h.h} \left[s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) \right]^2 + 2 B^{n''}_{n.h.h-1} \left[s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right] + \\ + B^{n''}_{n.h-1.h-1} \left[s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_{h-1}) \right]^2 \end{array} \right] \end{aligned} \tag{4.33}$$

Усреднив (4.33) не только по множеству, но и по времени, используя результаты, полученные во второй главе (2.50), (2.51*a*), преобразуем (4.33) к виду:

$$\tilde{\tilde{B}}^{\Pi''}_{\lambda} = I^n_{n.11} P_{11} + 2 I^n_{n.12} P_{12} + I^n_{n.22} P_{22}. \tag{4.34}$$

Правая часть (4.34), согласно [17], представляет собой след матрицы *IP*

$$tr[IP] = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} I_{ij} P_{ij}; i, j = 1,2,$$

где $I_{ij} = I^n_{n.\alpha\beta}(\alpha, \beta = 1,2)$ – составляющие информационной матрицы Фишера относительно аддитивной помехи, заключенные в переходной ПРВ $W_n(n_h | n_{h-i})$, определенные в (2.51*a*); P_{ij} – элементы матрицы $\|P\|$ определенные в (2.50):

$$i = j: P_{ij} = P_{s'} = \lim_{H \to \infty} H^{-1} \sum_{h=1}^{H} [s']_i^2;$$

$$i = j : P_{ij} = R_{s'} = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[s'_i s'_j\right];\ i, j = 1,2.$$

С учетом сказанного, выражение (4.34) можно записать в виде:

$$\tilde{\tilde{B}}_{\lambda}^{\Pi''} = tr[IP].$$

В этом случае выражение для нижней границы неравенства Крамера – Рао в общем случае запишется:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k} \geq \left[tr[IP] + I_{\phi}^{\lambda}\right]^{-1} \tag{4.35}$$

При оценке измеряемого параметра методом максимального правдоподобия (4.35) переходит в неравенство:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k} \geq \left[tr[IP]\right]^{-1}. \tag{4.36}$$

Заметим, что в случае некоррелированной помехи выражения (4.35), (4.36) переходят, соответственно, в выражения (4.5) и (4.10).

Если на полезный сигнал воздействует гауссовская коррелированная помеха с переходной ПРВ вида:

$$W_{\lambda}(\lambda_h|\lambda_{h-1}) = \left[2\pi\sigma_{\lambda.h}(1-r_{\lambda}{}^2)\right]^{-0.5}\exp\left\{-(\lambda_h - \sigma_{\lambda.h}\sigma^{-1}{}_{\lambda.h-1}r_{\lambda}\lambda_{h-1})^2(2\sigma_{\lambda h}(1-\sigma_{\lambda.h}{}^2)]^{-1})\right\}$$

где $\sigma_{\lambda.h}$ и $\sigma_{\lambda.h-1}$ – соответственно, дисперсия величины на шаге h и $h-1$; $r_{\lambda} = \exp\{-\Omega_c T_o\}$ – коэффициент корреляции выборок λ_h и λ_{h-1}; Ω_c – ширина спектра обрабатываемого сигнала, принимается равной спектру доплеровского сигнала; T_o – период опроса по пересечению нулей, учитывая, что информационная матрица Фишера имеет вид [12]:

$$\|I_{\Phi.\Gamma}\| = \begin{Vmatrix} I_{\Phi.11} & I_{\Phi.12} \\ I_{\Phi.21} & I_{\Phi.22} \end{Vmatrix} = \left[\sigma_n^2(1-r_n^2)\right]^{-1}\begin{Vmatrix} 1 & -r_n \\ -r_n & r_n^2 \end{Vmatrix},$$

где σ_n^2 – дисперсия, а r_n – коэффициент корреляции случайного процесса $n(t)$, а элементы матрицы $\|P\|$ определяются выражениями

$$P_{11} = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h)\right]^2;$$

$$P_{11} = P_{21} = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h)s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_{h-1})\right];$$

$$P_{22} = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_{h-1})\right]^2$$

после несложных математических преобразований, запишем (4.36) в виде:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k} \geq \left\{\frac{\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h) - r_n s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_{h-1})\right]^2}{\sigma_n^2(1-r_n^2)}\right\}^{-1} = \left\{\frac{[\Delta s_h]^2}{\sigma_n^2(1-r_n^2)}\right\}^{-1}. \tag{4.37}$$

Данное выражение, вплоть до обозначений, полностью совпадает с выражением, полученным в работах [18, 19] для случая коррелированных гауссовских помех.

Перепишем (4.37) в виде:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k} \geq \left[\rho_{\Gamma.k}\right]^{-1},$$

где $\rho_{\Gamma.k} = \dfrac{[\Delta s_h]^2}{\sigma_n^2(1-r_n^2)}$ – величина, играющая роль ОСП при измерении информационного параметра на фоне гауссовской аддитивной помехи с дисперсией σ_n^2 и коэффициентом корреляции r_n.

В работе [20] показано, что величину $\rho_{\Gamma.k}$ необходимо рассматривать в спектральном представлении

$$\rho_{\Gamma.k} = \frac{0{,}5}{\pi}\int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} \frac{|s_s(\omega)|^2}{s_n(\omega)} d\omega,$$

где $|s_s(\omega)|$ – амплитудный спектр сигнала; $s_n(\omega)$ – энергетический спектр помехи; $\Delta t = h-(h-1)$.

В том случае, когда аддитивная помеха сильно коррелированна $r_n \to 1$, то есть спектр $s_n(\omega)$ уже спектра $|s_s(\omega)|$, получаем, что [18]

$$|s_s(\omega)| >> \frac{1}{2\pi s_n(0)}\int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t}|s_s(\omega)|^2 d\omega = P_{s'}\sigma_n^{-2} \qquad (4.38)$$

где $P_{s'}\sigma_n^{-2} = \rho_{\Gamma H}$ – обобщенное ОСП при воздействии некоррелированной гауссовской аддитивной помехи.

Как видно из (4.38)

$$\rho_{\Gamma.k} >> \rho_{\Gamma H}. \qquad (4.39)$$

Следовательно

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.\Gamma.k} << \sigma^2_{\hat{\lambda}.\Gamma H}. \qquad (4.40)$$

Таким образом, увеличение коэффициента корреляции приводит к увеличению обобщенного ОСП, что в свою очередь ведет к уменьшению погрешности измерения информационного параметра, а значит, и к повышению точности его измерения.

Воспользовавшись материалами [12], а также [13, 19, 21], введем соотношение

$$\mu = I^n_{\Phi} / I^n_{\Phi.\Gamma}, \qquad (4.41)$$

характеризующее предельную эффективность измерения (оценки) информационного параметра $\hat{\lambda}$, на фоне негауссовской помехи с переходной ПРВ $W_n(n_h|n_{h-1})$ по сравнению с оценкой при воздействии гауссовской помехи, для которой дисперсия σ_n^2 и коэффициент корреляции r_n совпадают с дисперсией и коэффициентом корреляции коррелированной гауссовской помехи.

Напомним, что величина зависит от вида ПРВ $W_n(n_h|n_{h-1})$, причем чем больше ПРВ отличается от гауссовской, тем больше величина коэффициента μ. Для гауссовской переходной ПРВ $W_n(n_h|n_{h-1})$

$$I_{\Phi.\Gamma}^{n}=\frac{\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_h)-r_n s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_{h-1})\right]^2}{\sigma_n^2(1-r_n^2)}.$$

С учетом (4.36), (4.41) и полученного соотношения запишем, что при воздействии на полезный сигнал негауссовской коррелированной помехи апостериорная погрешность измерения (оценки) информационного параметра будет определяться следующим выражением:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k.\text{НГ}}\geq\left[\mu tr[IP]\right]^{-1}=\frac{\left\{\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_h)-r_n s'_{\lambda}(\hat{\lambda},t_{h-1})\right]^2\right\}^{-1}}{\mu\sigma_n^2(1-r_n^2)}.$$

Следовательно, как видно из полученного неравенства, с увеличением отличия переходной ПРВ $W_n(n_h|n_{h-1})$ от гауссовской точность измеряемого (оцениваемого) параметра возрастает.

Следует отметить, что так как [13, 19, 21] $\mu\geq 1$ то с учетом неравенств (4.39) и (4.40) получаем, что при воздействии коррелированной негауссовской помехи апостериорная дисперсия измерения информационного параметра $\sigma^2_{\hat{\lambda}.k.\text{НГ}}$ всегда меньше, чем апостериорная дисперсия при воздействии той же негауссовской помехи, но имеющей некоррелированный характер $\sigma^2_{\hat{\lambda}.\text{Н.НГ}}$, то есть $\sigma^2_{\hat{\lambda}.\text{Н.НГ}}>>\sigma^2_{\hat{\lambda}.k.\text{НГ}}$.

Рассмотрим влияние величины коэффициента μ на оценку информационного параметра на примере приведенной погрешности измерения $\delta^2_{\hat{\lambda}}=\sigma^2_{\hat{\lambda}.v}\big/\sigma^2_{\hat{\lambda}.k.\Gamma}$, где $\sigma^2_{\hat{\lambda}.v}$ – апостериорная погрешность измерения при воздействии коррелированной негауссовской помехи, описывающейся переходной ПРВ вида

$$W_n(n_h|n_{h-1})=\frac{v}{2\Gamma(v^{-1})\sigma}\left[\frac{\Gamma(3/v)}{\left(1-r^2\right)\Gamma(v^{-1})}\right]^{0.5}\exp\left\{-\left[\frac{\Gamma(3/v)}{\left(1-r^2\right)\Gamma(v^{-1})}\right]^{v/2}\left[\frac{\left|n_h-rn_{h-1}\right|^v}{\sigma^v}\right]\right\},$$

где $\Gamma(.)$ – гамма-функция.

В этом случае согласно (4.41) и выражения [12]

$$\left\|I_{\Phi}\right\|=\frac{v(v-1)\Gamma(3/v)\Gamma(1-v^{-1})}{\sigma_n^2\Gamma^2(1/v)(1-r_n^2)}\begin{Vmatrix}1 & -r_n\\ -r_n & r_n^2\end{Vmatrix}=A(v)I_{\Phi.\Gamma},$$

где $A(v)=\dfrac{v(v-1)\Gamma(3/v)\Gamma(1-v^{-1})}{\Gamma^2(1/v)};v\geq 2$ – параметр распределения, получим

$$\mu\frac{I_{\Phi}^{n}}{I_{\Phi\Gamma}^{n}}=A(v)=\frac{v(v-1)\Gamma(\frac{3}{v})\Gamma(1-v^{-1})}{\Gamma^2(v^{-1})}=A(v)I_{\Phi.\Gamma}.$$

Запишем выражение для приведенной погрешности в виде:

$$\delta^2_{\hat{\lambda}} = [\mu\rho]^{-1} = \left\{ \frac{\Gamma^2(\nu^{-1})}{\left[\nu(\nu-1)\Gamma(\frac{3}{\nu})\Gamma(1-\nu^{-1})\right]\rho} \right\},$$

где $\rho = \rho_\nu / \rho_{k.\Gamma}; \rho_\nu$ – обобщенное ОСП при воздействии негауссовской помехи с ПРВ $W_n(n_h | n_{h-1})$, описанной выше.

Напомним, что при $\nu = 2$, такое ПРВ $W_n(n_h | n_{h-1})$ переходит в гауссовское, при этом, как видно из (4.41), $\mu = 1$.

На рис. 4.3 показаны зависимости, из которых видно, что на приведенную погрешность измерения информационного параметра влияет не только величина ρ, играющая роль приведенного обобщенного ОСП, но и параметр *ν*, определяющий значение μ.

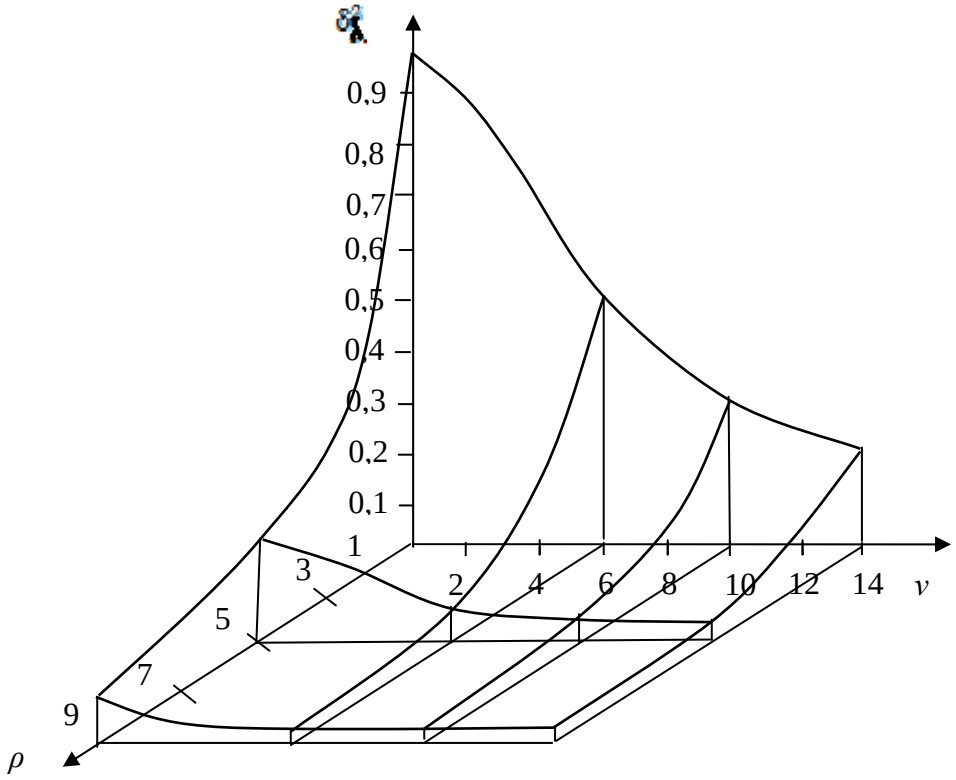


Рис. 4.3. *Зависимости* $\delta^2_{\hat{\lambda}} = f(\nu, \rho)$

Чем больше *ν* отличается от $2(\mu = 1)$, тем меньше величина приведенной погрешности.

Повторив вышеизложенные рассуждения для случая совместной оценки нескольких информационных параметров полезного сигнала на фоне коррелированной, в общем случае негауссовской, помехи, приходим к выводу, что предельная эффективность измерения (оценки) (4.41) в этом случае является такой же, как и при измерении одного информационного параметра. При этом необходимо помнить, что величину обобщенного

ОСП, входящую в выражение, определяющее оценки нижних границ неравенства Крамера – Рао (4.15), как это было показано выше, необходимо рассматривать в спектральном представлении.

Таким образом, осуществлена оценка точности измерения информационных параметров сигналов, несущих информацию о параметрах движения лоцируемых объектов, на фоне аддитивных, в общем случае негауссовских, помех, имеющих как коррелированный, так и независимый характер. Показано, что учет негауссовского характера воздействующей аддитивной помехи приводит к значительному повышению точности измерения параметров сигнала. Показано, что в случае коррелированной негауссовской помехи увеличение коэффициента корреляции приводит к увеличению обобщенного ОСП, что в свою очередь ведет к повышению точности измерения параметров.

4.1.4. Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированной аддитивной помехи при непрерывной обработке

Рассмотрим методы формирования оптимальных оценок информационных параметров $\hat{\lambda}$ полезного сигнала $s(\vec{\lambda},t)$ на фоне коррелированной, в общем случае негауссовской, аддитивной помехи $n(t)$ при непрерывной обработке принимаемой смеси

$$y(t) = s(\vec{\lambda},t) + n(t).$$

В этом случае при решении задачи оптимальной оценки параметров сигнала $s(\vec{\lambda},t)$ следует оценить корреляционные моменты воздействующей помехи $n(t)$, что, как правило, не представляет труда.

Основная трудность связана с нахождением импульсной характеристики оптимального фильтра $h_{\vec{\lambda}}$, формирующего оптимальную оценку $\vec{\lambda}$, определяемую из решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода:

$$\int_0^T R_n(t_1,t)h_{\vec{\lambda}}(t)dt = s(\vec{\lambda},t),$$

где $R_n(t_1,t)$ – корреляционная функция аддитивной помехи.

В частных случаях она может быть найдена.

Так, если воздействующая помеха является стационарным процессом с корреляционной функцией $R_n(\tau) = \sigma_n^2 \exp\{-\alpha|\tau|\}$, то решение такого интегрального уравнения известно [10]:

$$h_{\vec{\lambda}}(t)=\frac{\alpha}{2\sigma_n^2}\left[s(\vec{\lambda},t)-\frac{s''(\vec{\lambda},t)}{\alpha^2}\right]+\frac{1}{\sigma_n^2}\left[s(\vec{\lambda},0)-\frac{s'(\vec{\lambda},0)}{\alpha}\right]\delta(t)+$$
$$+\frac{1}{\sigma_n^2}\left[s(\vec{\lambda},T)+\frac{s'(\vec{\lambda},T)}{\alpha}\right]\delta(t-T). \qquad (4.42)$$

Если помеха является стационарным узкополосным процессом с корреляционной функцией $R_n(\tau)=\sigma_n^2\exp\{-\alpha|\tau|\}\left[\cos\omega_1\tau+\frac{\alpha}{\omega_1}\sin\omega_1|\tau|\right]$, где $\omega_1=\omega_0^2-\alpha^2$, то решение уравнения более громоздко и имеет следующий вид:

$$h_{\vec{\lambda}}(t)=\frac{1}{2\sigma_n^2\alpha_0\omega_0^2}\left[s^{IV}(\vec{\lambda},t)+(2\omega_0^2-\alpha_0^2)s''(\vec{\lambda},t)+\omega_0^4 s(\vec{\lambda},t)\right]+$$
$$+\frac{1}{\sigma_n^2\alpha\omega_0^2}\left\{\begin{array}{l}\left[s^{III}(\vec{\lambda},t)+(\omega_0^2-\alpha_0^2)s'(\vec{\lambda},t)+\alpha_0\omega_0^2 s(\vec{\lambda},t)\right]\delta(t-T)+\\+\left[s^{II}(\vec{\lambda},0)+\alpha_0 s'(\vec{\lambda},0)+\omega_0^2 s(\vec{\lambda},0)\right]\delta'(t)+\\+\left[-s^{II}(\vec{\lambda},T)+\alpha_0 s'(\vec{\lambda},T)-\omega_0^2 s(\vec{\lambda},T)\right]\delta'(t-T)\end{array}\right\};\ \alpha_0=2\alpha.$$

Штрихами здесь обозначены производные по времени *t*. Дельта-функции $\delta(.)$ и их производные учитывают краевые условия – значения полезного сигнала, поступающего на вход радиолокационного измерителя и его производных на концах интервала наблюдения, то есть в точках $t=0$ и $t=T$.

Если при всех возможных значениях, принимаемых векторным информационным параметром $\vec{\lambda}$, полезный сигнал на концах интервала наблюдения $[0,T]$ равен нулю, то коэффициенты при дельта-функции и их производных равны нулю.

Рассмотрим методы формирования оптимальных оценок частоты ω ее производной $\dot{\omega}$ и фазы φ сигнала $s(\vec{\lambda},T)$, описывающегося выражением (4.13) $n(t)$ в непрерывном времени наблюдения для случая, когда аддитивная помеха имеет экспоненциальную корреляционную функцию:

$$R_n(\tau)=\sigma_n^2\exp\{-\Omega_n|\tau|\},$$

где Ω_n – ширина полосы частот, занимаемая помехой.

Считаем, что на концах интервала наблюдения $[0,T]$ сигнал равен нулю. Представим $s(\vec{\lambda},T)$ в виде:

$$s(\vec{\lambda},T)=U_m\exp\{i(\lambda_3+\lambda_1 t+\lambda_3 t^2)\};\ \lambda_1=\omega;\lambda_2=\dot{\omega};\lambda_3=\varphi.$$

С учетом (4.42) запишем:

$$h_{\vec{\lambda}}(t) = \frac{\Omega_n}{2\sigma_n^2}\left[s(\vec{\lambda}, T) - \frac{s''(\vec{\lambda}, t)}{\Omega_n^2} \right].$$

Вычислим производные импульсной характеристики по соответствующему информационному параметру, представив полученное выражение в следующем виде:

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \lambda_i} = \left[s^*(t) - \frac{s^{*''}(\vec{\lambda}, t)}{\Omega_n^2} \right]'_{\lambda_i}; \; i = 1,2.3,$$

где $s^*(t) = s^*(\vec{\lambda}, t) = U_m \exp\left\{ -i(\lambda_3 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2) \right\}$.

Обозначив $i(.) = i(\lambda_3 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2)$ и определив вспомогательные производные, запишем:

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \lambda_1} = -ite^{-i(.)} + \frac{e^{-i(.)}}{\Omega_n^2}\left\{ -it\lambda_2 + 2(\lambda_1 + \lambda_2 t) - it(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right\};$$

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \lambda_2} = -\frac{it^2 e^{-i(.)}}{2} + \frac{e^{-i(.)}}{\Omega_n^2}\left\{ -i + \frac{\lambda_2 t^2}{2} + 2t(\lambda_1 + \lambda_2 t) - \frac{it^2}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right\};$$

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \lambda_3} = -ie^{-i(.)} + \frac{e^{-i(.)}}{\Omega_n^2}\left\{ \lambda_2 - i(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right\}.$$

Воспользовавшись соотношением

$$J_{ij} = \frac{\Omega_n U_m^2}{2\sigma_n^2}\int_0^T \frac{\partial h(t)}{\partial \lambda_i} \times \frac{\partial s(\vec{\lambda}\, t)}{\partial \lambda_j} dt,$$

определим параметры информационной матрицы Фишера.

После соответствующих вычислений получим выражения, представленные в табл. 4.1, позволяющие определять элементы информационной матрицы.

Таблица 4.1

Элементы информационной матрицы Фишера

J	Аналитические соотношения
J_{11}	$A\int_o^T \left\{ t^2 + \Omega_n^{-2}(t^2\lambda_2 + 2it(\lambda_1 + \lambda_2 t) + t^2(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2) \right\} dt$
J_{12}	$A\int_o^T \left\{ 0{,}5t^3 + \Omega_n^{-2}(0{,}5t^3\lambda_2 + it^2(\lambda_1 + \lambda_2 t) + 0{,}5t^3(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2) \right\} dt$
J_{13}	$A\int_o^T \left\{ t + \Omega_n^{-2}(t\lambda_2 + 2i(\lambda_1 + \lambda_2 t) + t(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2) \right\} dt$
J_{21}	$A\int_o^T \left\{ 0{,}5t^3 + \Omega_n^{-2}(t + 0{,}5i\lambda_2 t^3 + 2it^2(\lambda_1 + \lambda_2 t) + 0{,}5t^3(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2) \right\} dt$

J_{22}	$A\int_o^T \left\{0{,}25t^4 + \Omega_n^{-2}(0{,}5t^2 + 0{,}25i\lambda_2 t^4 + it^3(\lambda_1 + \lambda_2 t) + 0{,}25t^4(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2)\right\}dt$

Продолжение табл. 4.1

J_{23}	$A\int_o^T \left\{0{,}5t^2 + \Omega_n^{-2}(1 + 0{,}5i\lambda_2 t^2 + 2it(\lambda_1 + \lambda_2 t) + 0{,}5t^2(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2)\right\}dt$
J_{31}	$A\int_o^T \left\{t + \Omega_n^{-2}(i\lambda_2 t + t(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2)\right\}dt$
J_{32}	$A\int_o^T \left\{0{,}5t^2 + \Omega_n^{-2}(0{,}5i\lambda_2 t^2 + 0{,}5t^2(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2)\right\}dt$
J_{33}	$A\int_o^T \left\{1 + \Omega_n^{-2}(i\lambda_2 + (\lambda_1 + \lambda_2 t)^2)\right\}dt$
Примечание: $A = \Omega_n U_m^2 / 2\sigma_n^2$	

Если считать, что $\frac{\lambda_2}{\Omega_n^2} << 1$, то найденные соотношения после несложных, но громоздких выкладок могут быть значительно упрощены и будут иметь вид, представленный в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Элементы информационной матрицы Фишера

J	Аналитические соотношения
J_{11}	$A\left[\frac{1}{2}T^3 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{5}\lambda_2^2 T^5 + \frac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 T^4 + \frac{1}{3}\lambda_1^2 T^3)\right]$
J_{12}	$A\left[\frac{1}{8}T^4 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{12}\lambda_2^2 T^6 + \frac{1}{5}\lambda_1\lambda_2 T^5 + \frac{1}{8}\lambda_1^2 T^4)\right]$
J_{13}	$A\left[\frac{1}{2}T^2 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{4}\lambda_2^2 T^4 + \frac{2}{3}\lambda_1\lambda_2 T^3 + \frac{1}{2}\lambda_1^2 T^2)\right]$
J_{21}	$A\left[\frac{1}{8}T^4 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{12}\lambda_2^2 T^6 + \frac{1}{5}\lambda_1\lambda_2 T^5 + \frac{1}{8}\lambda_1^2 T^4 + \frac{1}{2}T^2)\right]$
J_{22}	$A\left[\frac{1}{20}T^4 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{28}\lambda_2^2 T^7 + \frac{1}{12}\lambda_1\lambda_2 T^6 + \frac{1}{20}\lambda_1^2 T^5 + \frac{1}{6}T^3)\right]$
J_{23}	$A\left[\frac{1}{6}T^3 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{10}\lambda_2^2 T^5 + \frac{1}{4}\lambda_1\lambda_2 T^4 + \frac{1}{6}\lambda_1^2 T^3 + T)\right]$
J_{31}	$A\left[\frac{1}{2}T^2 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{4}\lambda_2^2 T^4 + \frac{2}{3}\lambda_1\lambda_2 T^3 + \frac{1}{2}\lambda_1^2 T^2)\right]$
J_{32}	$A\left[\frac{1}{6}T^3 + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{10}\lambda_2^2 T^5 + \frac{1}{4}\lambda_1\lambda_2 T^4 + \frac{1}{6}\lambda_1^2 T^3)\right]$
J_{33}	$A\left[T + \Omega_n^{-2}(\frac{1}{3}\lambda_2^2 T^3 + \lambda_1\lambda_2 T^2 + \lambda_1^2 T)\right]$
Примечание: $A = \Omega_n U_m^2 / 2\sigma_n^2$	

Искомые оценки того или иного выражения могут быть найдены подстановкой полученных соотношений в (4.15).

Рассмотрим некоторые важные для практики частные случаи.

Пусть $\dot{\omega} = 0$, тогда перепишем сигнал в виде:

$$s(\vec{\lambda}, t) = U_m \cos(\omega t + \varphi),$$

где $\vec{\lambda} = \{\omega, \varphi\}$.

Импульсная характеристика в этом случае будет иметь вид:

$$h_{\vec{\lambda}}(t) = \frac{U_m \Omega_n}{2\sigma_n^2}\left[1 + (\frac{\omega}{\Omega_n})^2\right]\cos(\omega t + \varphi).$$

Отсюда находим:

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \omega} \simeq \frac{U_m \Omega_n}{2\sigma_n^2}\left[1 + (\frac{\omega}{\Omega_n})^2\right] t\sin(\omega t + \varphi);$$

$$\frac{\partial h_{\vec{\lambda}}(t)}{\partial \varphi} = -\frac{U_m \Omega_n}{2\sigma_n^2}\left[1 + (\frac{\omega}{\Omega_n})^2\right]\sin(\omega t + \varphi).$$

Учитывая, что составляющие с удвоенной частотой отфильтровываются в блоке обработки измерителя, после необходимых математических преобразований получим алгоритм совместных оценок частоты и фазы:

$$\hat{\omega} = \frac{2}{U_m T}\int_0^T y(t)\left[\left(1 + \frac{\hat{\omega}^2}{\Omega_n^2}\right) t\sin(\hat{\omega} t + \hat{\varphi}) - \frac{2\hat{\omega}}{\Omega_n^2}\cos(\hat{\omega} t + \hat{\varphi})\right] dt;$$

$$\hat{\varphi} = -arctg\left\{\frac{\int_0^T y(t)\sin\hat{\omega} t dt}{\int_0^T y(t)\cos\hat{\omega} t dt}\right\}.$$

Нижние границы Крамера – Рао для дисперсии несмещенных оценок могут быть найдены из неравенств:

$$\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq \left[J_{ii}\right]^{-1};$$

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 \geq \left[J_{jj}\right]^{-1},$$

где J_{ij} – элементы информационной матрицы Фишера.

Приняв при расчетах длительность обрабатываемого сигнала равной $\tau_c = T$, получим:

$$I = \begin{Vmatrix} \rho\mu_ч & \rho\mu_ч T/2 \\ \rho\mu_ч T/2 & \rho\mu_ч T/3 \end{Vmatrix},$$

где $\rho = U_m^2 / 2\sigma_n^2$ – играет роль обобщенного ОСП; $\mu_ч = \Omega_n(1 + \frac{\omega^2}{\Omega_n^2})$ – коэффициент, учитывающий частотное подавление коррелированной аддитивной помехи.

Обратная матрица будет иметь вид:

$$I^{-1} = \begin{Vmatrix} 4/\rho\mu_ч & -6/\rho\mu_ч T \\ -6/\rho\mu_ч T & 12/\rho\mu_ч T^2 \end{Vmatrix}.$$

С учетом вышеизложенного окончательно запишем:

– для дисперсии оценок частоты

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \frac{12}{\rho\mu_ч T^2} = \frac{24\sigma_n^2}{U_m^2 T^2 \Omega_n (1+\frac{\omega^2}{\Omega_n^2})}, \qquad (4.43a)$$

– для дисперсии оценок фазы

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \frac{4}{\rho\mu_ч} = \frac{\rho\sigma_n^2}{U_m^2 \Omega_n (1+\frac{\omega^2}{\Omega_n^2})}. \qquad (4.43б)$$

Анализируя полученные выражения, видно, что дисперсия оценки частоты и фазы обрабатываемого сигнала зависимы между собой, причем взаимная нормированная корреляция между ними может быть найдена из соотношения

$$r_{\hat{\omega}\hat{\varphi}} = \frac{J_{12}}{(\sigma^2_{\hat{\omega}}\sigma^2_{\hat{\varphi}})^{0.5}},$$

где $J_{12} = J_{21}$ – элементы обратной матрицы.

Заметим, что если аддитивная помеха представляет собой белый шум, то, учитывая, что в этом случае $\omega << \Omega_n$ и $N_o^2 = \sigma_n^2/\Omega_n$, после соответствующих преобразований имеем:

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \frac{12N_o^2}{U_m^2 T^3}; \qquad (4.44a)$$

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \frac{4N_o^2}{U_m^2 T}. \qquad (4.44б)$$

Данные выражения полностью совпадают с известными результатами, полученными при обработке сигнала на фоне гауссовского белого шума.

Сравнивая соотношения (4.43) и (4.44), видно, что учет корреляционных свойств аддитивной помехи позволяет значительно уменьшить потенциально достижимую дисперсию оценки частоты и фазы обрабатываемого сигнала. Причем чем больше отношение ω^2/Ω_n^2, тем более значителен выигрыш, получаемый от учета корреляционных свойств воздействующей помехи.

Если аддитивная помеха $n(t)$ имеет негауссовский характер, то выражение для дисперсий оценки частоты и фазы с учетом ранее изложенного материала и рассмотренной методики примет, соответственно, следующий вид:

$$\sigma^2_{\hat{\omega}} \geq \frac{12}{\rho\mu^2_{o.a}\mu^2_{ч}T^2} = \frac{24\sigma^2_n}{\mu^2_{o.a}U^2_m T^2 \Omega_n (1+\frac{\omega^2}{\Omega^2_n})};$$

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}} \geq \frac{4}{\rho\mu^2_{o.a}\mu^2_{ч}} = \frac{\sigma^2_n}{\mu^2_{o.a}U^2_m \Omega_n (1+\frac{\omega^2}{\Omega^2_n})}, \qquad (4.45)$$

где $\mu^2_{o.a}$ – коэффициент, характеризующий амплитудное подавление негауссовской помехи, зависящий от вида ее ПРВ [13].

Если считать, что вместо непрерывной обработки принятого колебания применяется дискретная обработка с большим числом отсчетов на интервале наблюдения $H \simeq T/\Delta >> 1$ и $\omega\Delta \neq n\pi$, $n = 1,2,3,...,$ то воспользовавшись приближенными равенствами [10],

$$r_n = \exp\{-\Omega_n\Delta\} \simeq 1 - \Omega_n\Delta + 0{,}5(\Omega_n\Delta)^2;$$

$$\cos\omega\Delta \simeq 1 - 0{,}5(\omega\Delta)^2,$$

осуществив необходимые математические преобразования, приведем выражение (4.45) к виду:

$$\sigma^2_{Д.\hat{\omega}} \geq \frac{24\sigma^2_n(1-r^2_n)}{\mu^2_{o.a}U^2_m H^3\Delta^2(1+r^2_n-2r_n\cos\omega\Delta)};$$

$$\sigma^2_{Д.\hat{\varphi}} \geq \frac{\rho\sigma^2_n}{\mu^2_{o.a}U^2_m H(1+r^2_n-2r_n\cos\omega\Delta)}.$$

При $\mu^2_{o.a} = 1$ представленные выражения полностью совпадают с выражениями, полученными для дисперсий совместных оценок частоты и фазы при дискретной обработке сигналов на фоне гауссовского шума с экспоненциальной корреляционной функцией.

Отметим, что при достаточно малом шаге дискретизации Δ с учетом вышеизложенных допущений, согласно [10], можно считать, что

$$0{,}5U^2_m H(1+r^2_n-2r_n\cos\omega\Delta) \simeq (1-r^2_n)(s'_{o.\lambda})^2 + \sum_{h=1}^{H}(s'_{\lambda.h}-r_n s'_{\lambda.h-1})^2,$$

где s_o – значение сигнала в момент отсчета, совпадающего с началом интервала измерения.

Учитывая, что на концах интервала измерения [0, T] сигнал равен нулю, после несложных преобразований, при $\mu^2_{o.a} = 1$, получим выражение для оценки информационного параметра на фоне коррелированной аддитивной гауссовской помехи, которое по своему виду, вплоть до обозначений, совпадает с полученным ранее соотношением (4.37).

Осуществим сравнительную оценку потенциальной точности измерения информационного параметра при непрерывной и дискретной обработке. В качестве оценки примем отношение

$$\frac{\sigma^2_{н.\hat{\lambda}}}{\sigma^2_{Д.\hat{\lambda}}} = \delta^2_{\sigma} = \frac{2(1+\exp\{-2l\}-2\exp\{-l\}\cos\gamma l)}{l(1+\gamma^2)(1-\exp\{-2l\}},$$

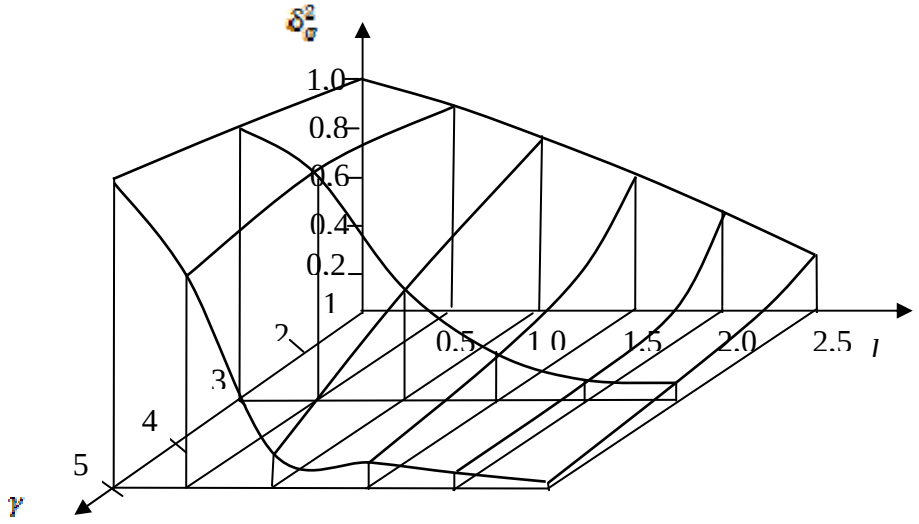
где $\sigma^2_{н.\hat{\lambda}}$ и $\sigma^2_{Д.\hat{\lambda}}$ – соответственно, дисперсия оценки информационного параметра $\lambda = \{\omega, \varphi\}$

при непрерывной и дискретной обработке; $\partial = \Omega_m \Delta$ – нормированный интервал дискретизации по времени; $\gamma = \omega / \Omega_n$ – нормированная частота.

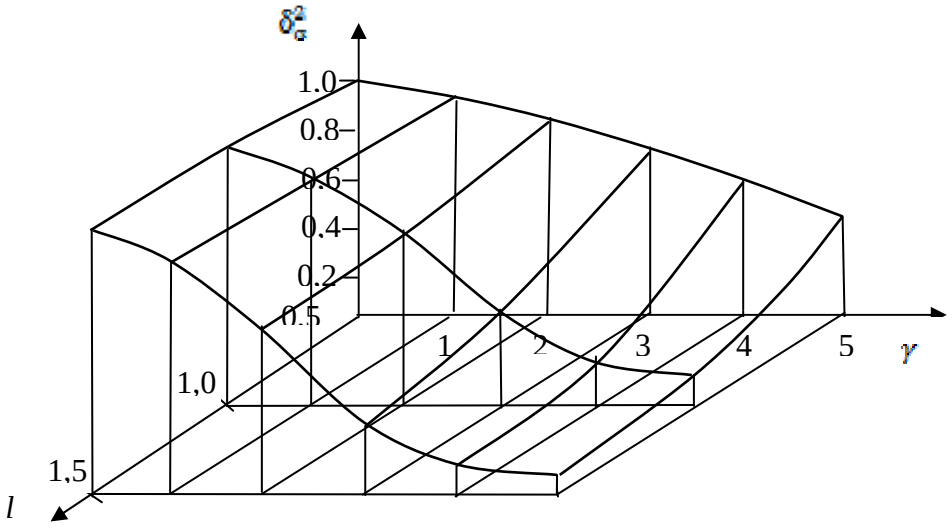
На рис. 4.4 представлены зависимости $\delta_\sigma^2 = f(l, \gamma)$. Из приведенных графиков видно, что если дискретизация по времени имеет малый шаг $\Delta \to 0$, то точность оценки информационных параметров при дискретной обработке незначительно хуже, чем при непрерывной.

С увеличением шага дискретизации проигрыш в точности имеет существенный характер. Кроме того, видно, что дискретная обработка начинает значительно проигрывать по сравнению с непрерывной при увеличении частоты обрабатываемого сигнала, если интервал дискретизации остается неизменным.

Таким образом, получены выражения для оценки точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных, в общем случае негауссовских, аддитивных помех при непрерывной обработке.



а)



б)

Рис. 4.4. *Зависимости: а)* $\delta_\sigma^2 = f(l, \gamma)$; *б)* $\delta_\sigma^2 = f(\gamma, l)$

Показано, что по сравнению с дискретной обработкой непрерывная обработка при прочих равных условиях позволяет получить более точные оценки измеряемых параметров.

4.2. Оценка точности измерения параметров движения в условиях негауссовских мультипликативных помех

Как было показано в [22–24], воздействие мультипликативной помехи на полезный сигнал приводит в общем случае к смещению оценки измеряемых (оцениваемых) параметров. В этом случае математическое ожидание оценки информационного параметра $\hat{\lambda}$ будет смещено относительно λ:

$$m_1\left\{\hat{\lambda} = b(\lambda)\right\} = \int_y b(\lambda) W_\Pi(\lambda) dy = \lambda + \Delta(\lambda),$$

где $b(\lambda)$ – оценка неслучайного параметра λ; $W_n(\lambda)$ – функция правдоподобия, зависящая как от параметра λ, так и от реализации $y = y_1,...,y_h$; $(y \in Y)$, наблюдаемого случайного процесса; $\Delta(\lambda)$ – смещение оценки.

Дисперсия смещенной оценки находится как:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}=b(\lambda)} = m_1\{b(\lambda) - \lambda - \Delta(\lambda)\}^2 = m_1\{b(\lambda) - m_1[b(\lambda)]\}^2. \qquad (4.46)$$

Нижняя граница дисперсии смещенной оценки, определяемая неравенством Крамера – Рао, в этом случае будет иметь вид [1; 25; 26]:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}=b(\lambda)} \geq \frac{\left[\dfrac{db(\lambda)}{d\lambda}\right]^2}{m_1\left\{\dfrac{d \ln W_\Pi(\lambda)}{d\lambda}\right\}^2}, \qquad (4.47)$$

где $b(\lambda) = \lambda + \Delta(\lambda)$.

Следует отметить, что, как правило, для смещенной оценки информационного параметра ее точность определяется не дисперсией, а СКО от оцениваемого параметра [1, 25]:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}=b(\lambda)} = \left[m_1\left\{(b(\lambda) - \lambda)^2\right\}\right]^{0,5}.$$

Представленное выражение показывает полную ошибку измерения (оценивания) информационного параметра, учитывающую смещение оценки, вызванное мультипликативной помехой.

Заметим, что в большинстве случаев определить величину смещения достаточно сложно. Обычно для этого применяют метод вариационного исчисления [26, 27]. Сравнительно просто определить смещение лишь в том случае, если само смещение не

зависит от оцениваемого параметра $\Delta(\lambda) \equiv \Delta$.

В этом случае при определении нижних границ неравенства Крамера – Рао можно перейти к несмещенной оценке информационного параметра $b(\lambda) = \Delta$.

В качестве примера определим величину смещения, вызываемую воздействием на полезный сигнал $s(\lambda, t_h)$ мультипликативной помехи $\eta(t_h)$, описываемой ПРВ Накагами:

$$W(U) = \left(2/\Gamma(m)\right)(m/\Omega)^m U^{2m-1} \exp\left\{-mU^2/\Omega\right\}, U \geq 0;$$

$$m_u{}^{\nu} = \Gamma\left(m + \nu/2\right)/\Gamma(m)\,(\Omega/m)^{-\nu/2},$$

где $m = \Omega^2 \Big/ \left\langle (U^2 - \Omega^2)^2 \right\rangle \geq 0.5, \Omega = \left\langle U^2 \right\rangle$, – параметры распределения; $\Gamma(.)$ – гамма функция.

Считаем, что помеха и оцениваемый параметр между собой независимы. В этом случае величина смещения определяется математическим ожиданием модулирующей помехи и будет зависеть лишь от параметров ее распределения:

$$\Delta = m_1 = \frac{\Gamma(m + 0.5)(\Omega/m)^{0,5}}{\Gamma(m)}. \qquad (4.48)$$

Отметим, что параметр распределения m в этом случае может служить мерой глубины флюктуаций интенсивности мультипликативной помехи, определяемый как отношение квадрата средней мощности воздействующей помехи $\Omega = m_1\left\{\eta^2\right\} = \left\langle \eta^2 \right\rangle$ к ее дисперсии [28, 29]:

$$m = \frac{\left[m_1\left\{\eta^2\right\}\right]^2}{m_1\left\{\eta^4\right\} - \left[m_1\left\{\eta^2\right\}\right]^2},$$

где $m_1\left\{\eta^n\right\}$ – начальный момент n-го порядка интенсивности мультипликативной помехи.

На рис. 4.5 приведены зависимости $\Delta = f(m, \Omega)$, характеризующие величину смещения от параметров распределения мультипликативной помехи.

Как видно из выражения (4.48) и приведенных графиков, с увеличением параметра Ω, характеризующего среднюю мощность мультипликативной помехи, величина смещения также возрастает. При изменении глубины флюктуации интенсивности мультипликативной помехи, определяемой значением параметра m, в диапазоне от 0,5 до 1 смещение практически не меняется.

Таким образом, если известны параметры распределения мультипликативной помехи, то можно определить вносимую ею величину смещения, после чего, как это было показано выше, если смещение не зависит от оцениваемого параметра, легко перейти к несмещенной оценке информационного параметра.

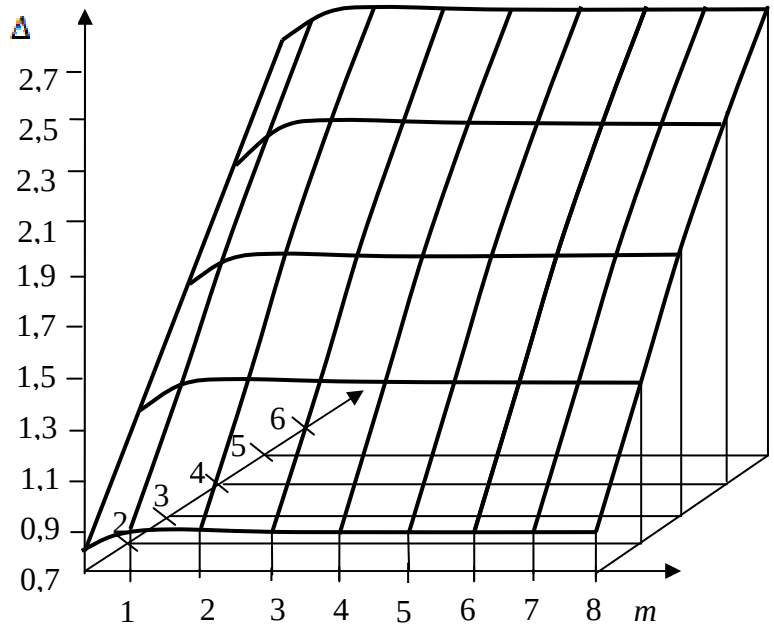


Рис. 4.5. *Зависимости* $\Delta = f(m, \Omega)$

4.2.1. Оценка точности измерения скалярного информационного параметра на фоне мультипликативной помехи с независимыми значениями

Конкретизируем оценку точности измерения параметров движения лоцируемого объекта в условиях мультипликативных негауссовских помех, имеющих независимый характер.

Считаем, что на вход радиолокационного измерителя поступает мультипликативная смесь $y(t_h)$ полезного сигнала $s(\lambda, t_h)$ несущего информацию об одном из параметров движения объекта $(\lambda = \omega, \dot{\omega}, \varphi)$ и мультипликативной негауссовской помехи $\eta(t_h)$

$$y(t_h) = \eta(t_h) s(\lambda_h, t_h).$$

Логарифм функции правдоподобия существует и имеет вид [21]:

$$B_\eta(\eta) = \ln W_\eta \{ y(t_h) / s(\lambda, t_h) \} \left| s^{-1}(\lambda, t_h) \right|,$$

где $W_\eta\{.\}$ – ПРВ мультипликативной негауссовской помехи с независимыми значениями.

Первые и вторые производные от ЛФП по информационному параметру запишутся [12]:

$$B'^{\lambda}_{\eta.h} = -\eta_h \frac{d}{d\eta_h} W_\eta(\eta) \frac{s'_\lambda(\lambda, t_h)}{s(\lambda, t_h)} - \frac{s'_\lambda(\lambda, t_h)}{s(\lambda, t_h)} = \eta_h B'^{\eta}_{\eta.h} - s'_\lambda(\lambda, t_h);$$

$$B_{\eta.h}^{\lambda''} = \eta_h{}^2 \frac{d^2}{d\eta_h^2} W_\eta(\eta)\left[\frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)}\right]^2 - 2\eta_h \frac{d}{d\eta_h} W_\eta(\eta)\frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)} - \frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)} +$$

$$+ \frac{s''_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)} = \eta_h{}^2 B_{\eta.h.h}^{\eta''}\left[\frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)}\right]^2 - 2\eta_h B_{\eta.h}^{\eta'}\left[\frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)}\right]^2 +$$

$$+ \eta_h B_{\eta.h}^{\eta'} \frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)} - \frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)} + \frac{s''_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)}.$$

Произведем усреднение по времени и по множеству вторых производных от ЛФП. Воспользовавшись результатами, полученными во второй главе (2.52), сделав необходимые математические преобразования, получим:

$$\widetilde{\widetilde{B}}_{\eta.h.h}^{\lambda''} = \sigma_k^2\left[I_D^\eta - 1\right],$$

где $\sigma_k^2 = \widetilde{K}^2 = \lim_{H\to\infty} H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left[\frac{s'_\lambda(\lambda,t_h)}{s(\lambda,t_h)}\right]^2$.

Здесь K – коэффициент, учитывающий форму полезного сигнала,

$I_D^\eta = -m_1\left\{\eta_h{}^2 \frac{\partial^2}{\partial\eta_h^2} W_\eta(\eta)\right\}$ – Фишеровская динформация, заключенная относительно мультипликативной помехи в одномерной ПРВ $W_\eta(\eta)$.

Неравенство Крамера – Рао (4.47) при оценке параметра по максимуму апостериорной ПРВ с учетом вышесказанного будет определяться:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.\eta}^2 \geq \frac{\{db(\lambda)/d\lambda\}^2}{\left\{\sigma_k^2\left[I_D^\eta - 1\right] + I_\phi^\lambda\right\}}. \qquad (4.49)$$

Заметим, что в случае несмещенной оценки информационного параметра, при воздействии на полезный сигнал мультипликативной помехи выражение (4.49) примет вид:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.\eta}^2 \geq \left\{\sigma_k^2\left[I_D^\eta - 1\right] + I_\phi^\lambda\right\}^{-1}. \qquad (4.50)$$

Если оценка информационного параметра осуществляется методом максимального правдоподобия, то (4.50) запишется:

$$\sigma_{\hat{\lambda}.\eta}^2 \geq \left\{\sigma_k^2\left[I_D^\eta - 1\right]\right\}^{-1}. \qquad (4.51)$$

Как было показано в работе [12], использование в демодуляторе канала оценки мультипликативной помехи позволяет повысить потенциальную точность демодулируемого процесса. Считая, что в радиолокационном измерителе применен такой канал, осуществим количественную оценку повышения точности измерения информационного параметра за счет учета негауссовского характера распределения как самого измеряемого процесса, так и воздействующей мультипликативной помехи.

Для удобства оценки получаемого выигрыша построим зависимости для приведенной

дисперсии оценки информационного параметра $\delta^2_{\hat{\lambda}.\text{M}} = \dfrac{\sigma^2_{\hat{\lambda}.\eta}}{\sigma^2_{\hat{\lambda}.\Gamma.\eta}}$, где $\sigma^2_{\hat{\lambda}.\Gamma.\eta}$ – дисперсия погрешности, рассчитанная при измерении (оценки) гауссовского информационного параметра при воздействии мультипликативной помехи с независимыми значениями, описываемой одномерной, односторонней гауссовской ПРВ [30].

Отметим, что для случайного процесса с гауссовской ПРВ $I_\phi(W) = 1$, а $I_D(W) = 3$ [21].

Для упрощения расчетов с сохранением полученных результатов примем, что $\sigma^2_k = 1$ [12], а оценка измеряемого информационного параметра является несмещенной.

На рис. 4.6 приведены графики зависимости $\delta^2_{\hat{\lambda}.\text{M}} = f(I^{\eta}_D, I^{\lambda}_{\phi})$.

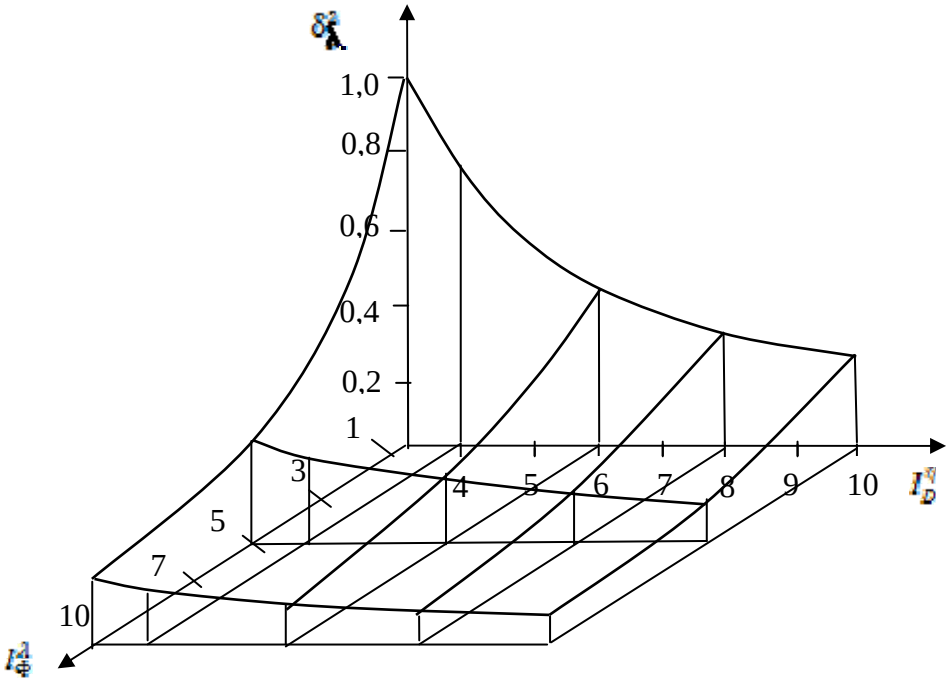


Рис. 4.6. *Зависимости* $\delta^2_{\hat{\lambda}.\text{M}} = f(I^{\eta}_D, I^{\lambda}_{\Phi})$

Из представленных графиков и выражения (4.50) видно, что точность измерения (оценки) информационного параметра возрастает с увеличением отличия ПРВ оцениваемого параметра и воздействующей мультипликативной помехи от гауссовской. При этом выигрыш в точности измерения (оценки) при наличии канала оценки мультипликативной помехи может иметь существенный характер. Так, при $I_D = 6$ потенциальная точность измерения увеличивается в два раза.

Проанализируем более подробно, как влияет учет негауссовского характера воздействующей мультипликативной помехи на точность измерения информационного параметра.

В качестве примера рассмотрим случай измерения (оценки) фазы ФМ полезного сигнала

$$s(\lambda, t_h) = U_m(t_h)\cos(\omega_o t_h + M_{\phi\text{M}}\lambda),$$

при воздействии мультипликативной помехи $\eta(t_h)$, описывающейся одномерной ПРВ Накагами.

Считаем, что флюктуация амплитуды не зависит от флюктуации фазы, причем флюктуация фазы носит симметричный характер. В этом случае, согласно [27], оценка фазы $\Theta(t_h) = \text{M}_{\phi\text{M}}\lambda$ имеет несмещенный характер. Осуществим оценку фазы методом максимального правдоподобия.

Воспользовавшись выражением для описания Фишеровской дисперсионной информации (динформация) [12, 21]:

$$I_{\Phi.D}(W) = m\left\{n^2\left(\frac{W'(n)}{W(n)}\right)^2\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} n^2\left(\frac{d\ln W(n)}{dn}\right)^2 dn,$$

с учетом выражения, описывающего одномерную ПРВ Накагами, после необходимых преобразований получим выражение Фишеровской динформации, которая в этом случае будет иметь вид:

$$I_D^{\eta} = m_1\left\{\eta^2(B_{\eta.h}^{\eta})^2\right\} = m_1\left\{\eta^2\left(\frac{2m-1}{\mu} - \frac{2m}{\Omega}\eta\right)^2\right\} = 4m+1, \qquad (4.52)$$

где m и $\Omega = \left\langle \eta^2 \right\rangle$ – параметры распределения Накагами.

Учитывая, что составляющие двойной радиочастоты в измерителе отфильтровываются, проведя усреднение ФМ-сигнала, получим:

$$\sigma_k^2 = \text{M}_{\Phi\text{M}}^2.$$

Подставив найденное выражение в (4.51), запишем окончательное выражение для неравенства Крамера – Рао

$$\sigma_{\hat{\varphi}.\eta}^2 = \left\{\text{M}_{\Phi\text{M}}^2(4m)\right\}^{-1}. \qquad (4.53)$$

Заметим, что в данном случае произведение $\text{M}_{\Phi\text{M}}^2(4m) = \rho$ играет роль ОСП.

Как видно из неравенства (4.53) при $\rho \to \infty, \sigma_{\hat{\varphi}.\eta}^2 \to 0$, то есть с увеличением ОСП точность оценки измерения фазы возрастает, что полностью совпадает с известными результатами [21, 31].

На рис. 4.7 представлены зависимости приведенной погрешности измерения фазы ФМ-сигнала $\delta_{\hat{\varphi}.\eta}^2 = \sigma_{\hat{\varphi}.\eta}^2 \big/ \sigma_{\hat{\varphi}.m=1,0}^2$.

Здесь $\sigma_{\hat{\varphi}.m=1,0}^2$ – нижняя граница погрешности измерения фазы сигнала при воздействии мультипликативной помехи с ПРВ Накагами, когда параметр $m = 1{,}0$ (ПРВ Накагами переходит в ПРВ Релея).

Из неравенства (4.53) и представленных графиков видно, что чем больше ПРВ мультипликативной помехи отличается от Релеевской, тем более точно можно оценить фазу полезного сигнала.

Отметим, что с ростом величины фазовой модуляции $M_{фм}$ точность измерения (оценки) также возрастает.

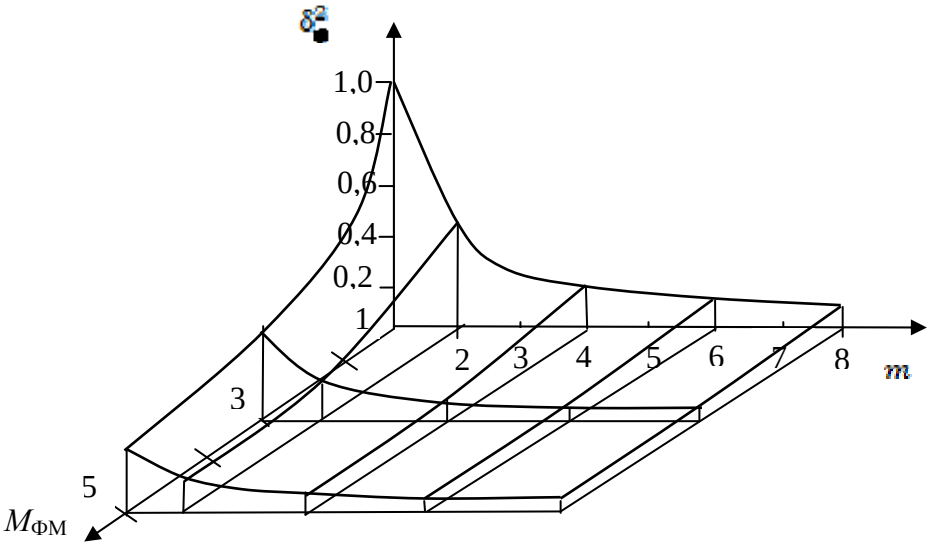


Рис. 4.7. *Зависимости* $\delta^2_{\phi.\eta} = f(m, M_{ФМ})$

4.2.2. Оценка точности измерения векторного информационного параметра на фоне мультипликативной помехи с независимыми значениями

Рассмотрим теперь оценку векторного информационного параметра $\vec{\lambda} = \{\lambda_1,...,\lambda_m\}$, полезного сигнала на фоне воздействия мультипликативной помехи с независимыми значениями. В этом случае, так же как и при воздействии аддитивной помехи, выражение нижней границы неравенства Крамера – Рао для оценки совместных параметров полезного сигнала по максимуму апостериорной ПРВ будет иметь вид (4.15). Однако элементы информационной матрицы Фишера, в общем случае, с учетом смещения оцениваемых параметров $b(\lambda_i) = \lambda_i + \Delta(\lambda_i), i = 1,..., m$ будут определяться:

$$J_{ij} = \left\{\frac{db(\lambda_i)}{d\lambda_i} \times \frac{db(\lambda_j)}{d\lambda_j}\right\}\left\{\sigma^2_{k.i.j}\left[I_D^{\eta} - 1\right] + I^{\lambda}_{\Phi.ij}\right\}^{-1}, \qquad (4.54)$$

где $\sigma^2_{k.ij} = \tilde{K}_i \tilde{K}_j = \lim_{H\to\infty} H^{-1} \sum_{h=1}^{H}\left[\frac{s'_{\lambda.i}(\vec{\lambda}, t_h) s'_{\lambda.j}(\vec{\lambda}, t_h)}{s^2(\vec{\lambda}, t_h)}\right]$; $I^{\lambda}_{\Phi.ij}$ – составляющая информационной матрицы Фишера относительно оцениваемых (измеряемых) информационных параметров, заключенная в совместной ПРВ измеряемых параметров

$W_{\bar{\lambda}}(\vec{\lambda})$.

Заметим, что если оцениваемые параметры не смещены $\Delta(\lambda_i) = 0$, то (4.54) примет вид:

$$J_{ij} = \left\{\sigma^2_{k.ij}\left[I_D^{\eta} - 1\right] + I^{\lambda}_{\Phi.ij}\right\}^{-1}. \tag{4.55}$$

Если информационные параметры оцениваются по методу максимального правдоподобия, то (4.55) запишется:

$$J_{ij} = \left\{\sigma^2_{k.ij}\left[I_D^{\eta} - 1\right]\right\}^{-1}. \tag{4.56}$$

Отметим, что если смещение, вносимое мультипликативной помехой, известно и не зависит от оцениваемых параметров, то так же как и при оценке одного параметра можно перейти к несмещенным оценкам

$$b(\lambda_i) - \Delta = \hat{\lambda}_i.$$

В качестве примера рассмотрим случай измерения $\omega, \dot{\omega}$ и φ сигнала (4.13). Так же как и в предыдущем случае будем считать, что на полезный сигнал воздействует мультипликативная помеха, описываемая ПРВ Накагами. Оценка параметров осуществляется на интервале наблюдения *[0, T]*, начало и конец которого точно известны и совпадают с моментами времени, соответствующими началу и концу полезного сигнала.

Считаем, что на интервале измерения оцениваемые параметры остаются неизвестными, а их величина равна значениям, принимаемым в момент окончания интервала измерения. Число отсчетов на интервале наблюдения велико $H \simeq T/\Delta >> 1$, при этом $\omega T >> 1$. Примем, что оцениваемые параметры являются несмещенными.

Воспользовавшись результатами [12] с учетом (4.16), (4.17), (4.52), после необходимых математических преобразований получим выражение для определения элементов информационной матрицы Фишера (4.15):

$$J_{ij} = \left\{4m(-1)^{i+j-2}T^{i+j-1}(i + j - 1)^{-1} + I^{\lambda}_{\Phi.ij}\right\}. \tag{4.57}$$

Информационная матрица Фишера будет иметь вид:

$$\|J\| = \left\{ 4m \begin{Vmatrix} T & -0{,}5T^2 & \frac{1}{3}T^3 \\ -0{,}5T^2 & \frac{1}{3}T^3 & -0{,}25T^4 \\ \frac{1}{3}T^3 & -0{,}25T^4 & -0{,}2T^5 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} I^{\lambda}_{\Phi.11} & I^{\lambda}_{\Phi.12} & I^{\lambda}_{\Phi.13} \\ I^{\lambda}_{\Phi.21} & I^{\lambda}_{\Phi.22} & I^{\lambda}_{\Phi.23} \\ I^{\lambda}_{\Phi.31} & I^{\lambda}_{\Phi.32} & I^{\lambda}_{\Phi.33} \end{Vmatrix} \right\}.$$

Если оценка измеряемых параметров осуществляется методом максимального правдоподобия, то корреляционная матрица ошибок упрощается

$$\left\|J\right\| = 4m\begin{Vmatrix} T & -0{,}5T^2 & \frac{1}{3}T^3 \\ -0{,}5T^2 & \frac{1}{3}T^3 & -0{,}25T^4 \\ \frac{1}{3}T^3 & -0{,}25T^4 & -0{,}2T^5 \end{Vmatrix}. \qquad (4.58)$$

Определитель такой матрицы равен

$$\left|J\right| = (4m)^3 T^9 / 2160 .$$

Подставив (4.57) и (4.58) в (4.15) с учетом известных правил работы с матрицами [15], получим выражение для нахождения нижних границ неравенства Крамера – Рао информационных параметров сигнала (4.13) при воздействии мультипликативной помехи, описывающейся одномерной ПРВ Накагами.

Так, для оценки частоты

$$\sigma^2_{\hat{\omega}.\eta} \geq \left\{4mT^3/192\right\}^{-1}; \qquad (4.59a)$$

– для производной частоты

$$\sigma^2_{\hat{\dot{\omega}}.\eta} \geq \left\{4mT^5/720\right\}^{-1}; \qquad (4.59б)$$

– для фазы

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}.\eta} \geq \left\{4mT/9\right\}^{-1}. \qquad (4.59в)$$

При движении лоцируемого объекта с постоянной скоростью

$$\sigma^2_{\hat{\omega}.\eta} \geq \left\{4mT^3/12\right\}^{-1}; \qquad (4.60a)$$

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}.\eta} \geq \left\{4mT/4\right\}^{-1}. \qquad (4.60б)$$

Если известна начальная фаза полезного сигнала, а $\omega = const$, то

$$\sigma^2_{\hat{\omega}.\eta} \geq \left\{4mT^3/3\right\}^{-1}.$$

Если необходимо измерить только фазу обрабатываемого сигнала при известной частоте (лоцируемый объект неподвижен)

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}.\eta} \geq \left\{4mT\right\}^{-1}.$$

В том случае, если значения $\omega, \dot{\omega}$ и φ принимаются равными в середине интервала измерения, выражение (4.57) примет вид:

$$J_{ij} = \left\{4m(-1)^{i+j-2}\left[\frac{(0{,}5T)^{i+j-1} - (-0{,}5T)^{i+j-1}}{i+j-1}\right] + I^{\lambda}_{\Phi.ij}\right\}.$$

Информационная матрица Фишера $\left\|J\right\|$ при оценке параметров методом максимального правдоподобия запишется

$$\|J\| = 4m \begin{Vmatrix} T & 0 & T^3/12 \\ 0 & T^3/12 & 0 \\ T^3/12 & 0 & T^5/80 \end{Vmatrix}.$$

Тогда $|J| = (4m)^3 T^9 / 2160$. В этом случае:

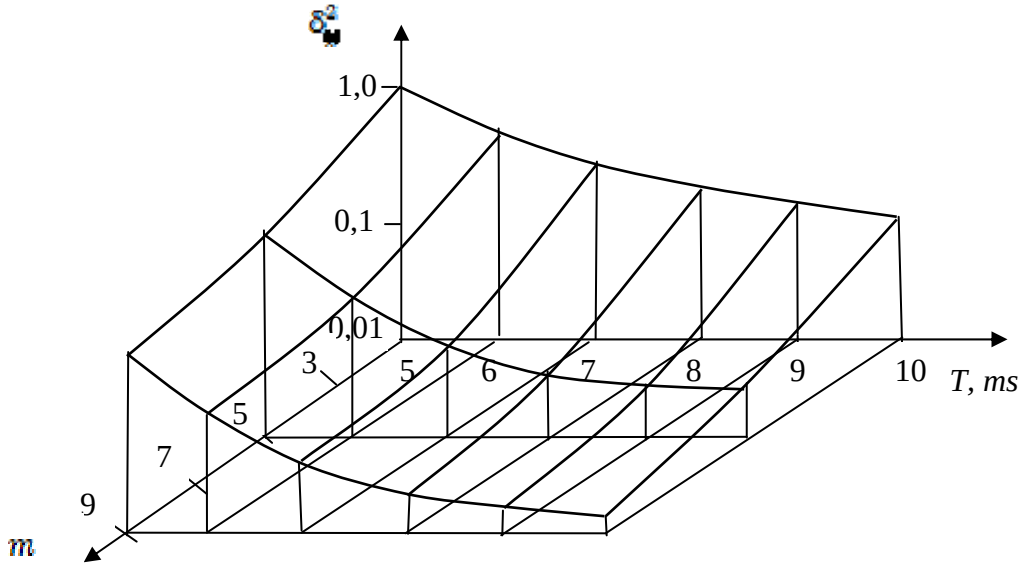
$$\sigma^2_{\hat{\omega}.\eta} \geq \left\{4mT^3/12\right\}^{-1}; \qquad (4.61a)$$

$$\sigma^2_{\hat{\dot{\omega}}.\eta} \geq \left\{4mT^5/720\right\}^{-1}; \qquad (4.61б)$$

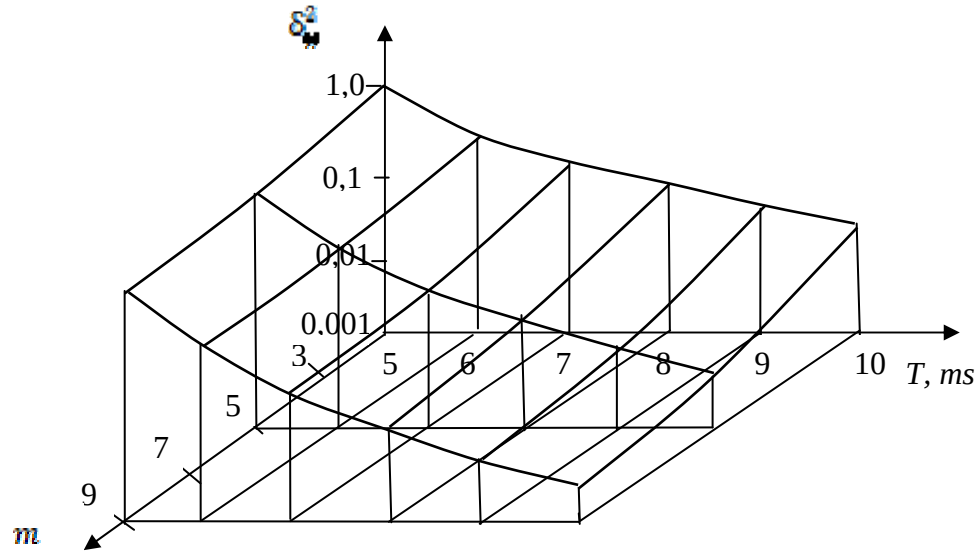
$$\sigma^2_{\hat{\varphi}.\eta} \geq \left\{4mT/9\right\}^{-1}. \qquad (4.61в)$$

Сравнивая (4.59) и (4.61), видно, что так же как и при оценке информационных параметров обрабатываемого сигнала на фоне аддитивных негауссовских помех с независимыми значениями, за счет того, что кроме j_{13} и j_{31} недиагональные элементы равны нулю, дисперсия оценок ω и φ значительно меньше, если привязка измерения осуществляется к середине интервала наблюдения.

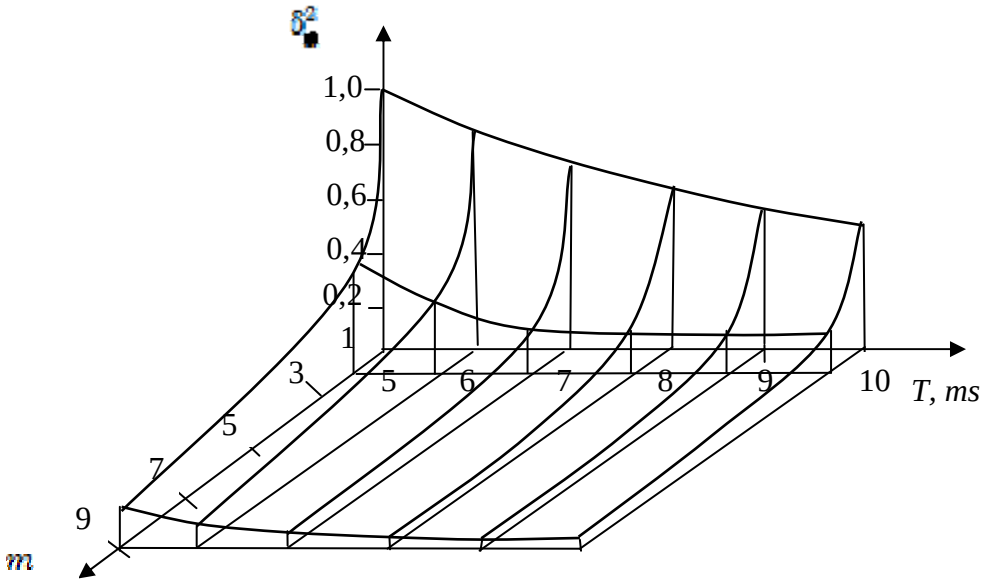
На рис. 4.8 показаны зависимости иллюстрирующие значения приведенных погрешностей $\delta^2_{\hat{\lambda}.\eta} = \sigma^2_{\hat{\lambda}.\eta} / \sigma^2_{\hat{\lambda}.m=1}$ измерения $\hat{\lambda} = \omega, \dot{\omega}, \varphi$ обрабатываемого сигнала при воздействии мультипликативной помехи, описывающейся одномерной ПРВ Накагами, для различных значений параметра распределения *m* и интервала времени измерения *T*.



а)



б)



в)

Рис. 4.8. *Зависимости* $\delta^2_{\hat{\lambda}_{\text{изм}}} = f(T, m)$, где *а)* $\hat{\lambda} = \hat{\omega}$; *б)* $\hat{\lambda} = \hat{\dot{\omega}}$; *в)* $\hat{\lambda} = \hat{\varphi}$

Из выражений (4.59) и представленных графиков видно, что с увеличением m и T приведенная погрешность уменьшается. Следовательно, точность оценки информационных параметров $\omega, \dot{\omega}$ и φ, характеризующих параметры движения лоцируемых объектов, увеличивается.

4.2.3. Оценка точности измерения информационных параметров на фоне коррелированной мультипликативной помехи

Рассмотрим оценку информационного параметра на фоне коррелированной мультипликативной помехи. Для упрощения расчетов с сохранением получаемых результатов примем, что оценка имеет несмещенный характер. Считаем, что помеха описывается переходной ПРВ $W_\eta\left(\eta_h|\eta_{h-1}\right)$. Измерение (оценка) информационного параметра на интервале [0, T] ведется в дискретном времени, причем $\lambda = \lambda_h = \lambda_{h-1}$. Логарифм функции правдоподобия существует и определяется выражением:

$$B_\eta(\eta) = \ln W_\eta\left\{y(t_h)/s(\hat{\lambda},t_h)\middle|\, y(t_{h-1})/s(\hat{\lambda},t_{h-1})\right\}\left|s^{-1}(\hat{\lambda},t_h)\right|, \qquad (4.62)$$

где $\dfrac{y(t_{h-i})}{s(\hat{\lambda},t_{h-i})} = \eta_{h-i}; i = 0{,}1$.

Считаем, что функция правдоподобия удовлетворяет условиям регулярности:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial\lambda} B_\eta(\eta)\right\rangle = 0;$$

$$\left\langle \frac{\partial^2}{\partial\lambda^2} B_\eta(\eta)\right\rangle = \left\langle \left[\frac{\partial}{\partial\lambda} B_\eta(\eta)\right]^2\right\rangle.$$

Воспользовавшись методикой, подробно рассмотренной при выводе апостериорной погрешности измерения информационных параметров на фоне коррелированных аддитивных негауссовских помех, опуская громоздкие математические выкладки, с учетом результатов [12], запишем:

$$\widetilde{\widetilde{B}}_\lambda^{\Pi''} = tr[IP] = \sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2} I_{\alpha\beta}P_{\alpha\beta}; \alpha,\beta = 1{,}2, \qquad (4.63)$$

где $I_{\alpha\beta}$ – составляющие информационной матрицы, элементы которой равны:

при $\alpha = \beta: I_{11} = I_{22} = \left[I^\eta_{D.\alpha\beta} - 1\right]$;

при $\alpha \neq \beta: I_{12} = I_{21} = I^\eta_{D.\alpha\beta}; \alpha,\beta = 1{,}2$.

Здесь $I^\eta_{D.\alpha\beta}$ – составляющие матрицы Фишеровской динформации относительно мультипликативной помехи, заключенные в переходной ПРВ $W_\eta\left(\eta_h|\eta_{h-1}\right)$; P_{ij} – элементы матрицы $\|P\|$:

при $\alpha = \beta: P_{\alpha\alpha} = \sigma^2_{k.i} = \widetilde{K}_i^2 = H^{-1}\sum_{i=1}^{H}\left[s'_\lambda(\hat{\lambda}_{h-i})s^{-1}(\hat{\lambda}_{h-i})\right]^2$;

при $\alpha = \beta: P_{\alpha\beta} = \sigma^2_{k.i} = R_k = \widetilde{K}_i\widetilde{K}_j = \sum_{i=1}^{H} s'_\lambda(\hat{\lambda}_h)s^{-1}(\hat{\lambda}_h)s'_\lambda(\hat{\lambda}_{h-1})s^{-1}(\hat{\lambda}_{h-1})$.

Выражение для определения нижней границы неравенства Крамера – Рао при несмещенной оценке будет иметь такой же вид, как и в случае оценки на фоне аддитивной коррелированной помехи. При оценке по максимуму апостериорной ПРВ:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k\eta} \geq \left[tr[IP] + I^{\lambda}_{\Phi}\right]^{-1}.$$

При оценке по максимуму правдоподобия:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k\eta} \geq \left[tr[IP]\right]^{-1}.$$

Так как [21]

$$I_{\Phi.\mathrm{H}}\{W_{\Pi}(\Pi_h) \leq I_{\Phi.k}\{W_{\Pi}(\Pi_h|\Pi_{h-1}),$$

где $I_{\Phi.\mathrm{H}}$ и $I_{\Phi.k}$ – соответственно, количество информации по Фишеру, содержащейся в одномерной и переходной ПРВ помехи, то можно показать, что

$$\left|\widetilde{\widetilde{B}}^{\Pi''}_{\lambda.k}\right| > \left|\widetilde{\widetilde{B}}^{\Pi''}_{\lambda.\mathrm{H}}\right|.$$

Здесь $\widetilde{\widetilde{B}}^{\Pi''}_{\lambda.k}$ и $\widetilde{\widetilde{B}}^{\Pi''}_{\lambda.\mathrm{H}}$ – соответственно, вторые производные ЛФП по информационному параметру при воздействии коррелированной мультипликативной помехи и помехи с независимыми значениями.

Тогда с учетом (4.62) можно записать, что:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.k\eta} < \sigma^2_{\hat{\lambda}.\eta}.$$

Таким образом, как видно из (4.63), при учете корреляции мультипликативной помехи апостериорная погрешность измерения информационных параметров уменьшается, что ведет к увеличению точности их оценки.

Нетрудно видеть, что повторив вышеизложенные рассуждения для случая одновременной оценки нескольких информационных параметров на фоне коррелированных мультипликативных помех, приходим к одному и тому же выводу, что при наличии в радиолокационном измерительном устройстве канала оценки мультипликативной помехи учет корреляции модулирующей помехи позволяет повысить потенциальную точность измеряемых параметров.

Таким образом, рассмотрены граничные значения неравенства Крамера – Рао для совместной и раздельной оценки информационных параметров полезного сигнала на фоне мультипликативных помех, имеющих как коррелированный, так и независимый характер.

Показано, что в общем случае мультипликативная помеха ведет к смещению оцениваемых информационных параметров, причем чем больше величина смещения, тем точность измерения хуже. Учет смещения, вызванный модулирующей помехой, позволяет перейти к несмещенным оценкам.

Показано, что в случае наличия в радиолокационном измерительном устройстве канала оценки мультипликативной помехи погрешность измерения информационных параметров может быть существенно уменьшена за счет учета Фишеровской динформации о модулирующей помехе. Показано, что с увеличением величины Фишеровской динформации точность измерения возрастает. Так, при $I_D = 6$ приведенная потенциальная точность измерения информационных параметров увеличивается в 2 раза.

Показано, что учет корреляции мультипликативной помехи ведет к уменьшению

погрешности измерения оцениваемых параметров.

4.3. Оценка точности измерения параметров движения в условиях одновременного воздействия мультипликативных и аддитивных негауссовских помех

Рассмотрим случай, когда на вход измерительного радиолокационного устройства, имеющего канал оценки мультипликативной помехи [12], поступает аддитивно-мультипликативная смесь полезного сигнала $s(\vec{\lambda},t_h)$, несущего информацию о параметрах движения лоцируемого объекта, аддитивной $n(t_h)$ и мультипликативной $\eta(t_h)$, в общем случае негауссовских помех

$$y(t_h)=\eta(t_h)s(\vec{\lambda},t_h)+n(t_h).$$

Считаем, что логарифм функции правдоподобия, записанной относительно аддитивной помехи, существует и имеет вид [12]:

$$B_n=\ln W_n(y(t_h)-\eta(t_h)s(\vec{\lambda},t_h))\left|s(\vec{\lambda},t_h)\right|^{-1}.$$

Для простоты проанализируем случай, когда воздействующие аддитивная и мультипликативная помехи являются процессами с независимыми значениями, а оценке подлежит всего один несмещенный информационный параметр. Оценка осуществляется методом максимального правдоподобия.

При анализе мультипликативных помех возможны, по крайней мере, два подхода.

При первом мультипликативная помеха может рассматриваться как детермированный (квазидетермированный) процесс, так что [12]:

$$\eta(t_h)s(\hat{\lambda},t_h)=\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s(\hat{\lambda},t_h).$$

Здесь m_η – среднее значение процесса $\eta(t_h)$, а $\eta^*(t_h)$ – центрированный квазидетерминированный случайный процесс.

Тогда, первые и вторые производные от ЛФП могут быть найдены, соответственно, из выражений:

$$\begin{aligned}B_\lambda^{\Pi'}&=\frac{d}{d\lambda}\ln W_n\left\{y(t_h)-\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s(\hat{\lambda},t_h)\right\}=\\&=-\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s'(\hat{\lambda},t_h)\frac{d}{dn}\ln W_n(n_h)=\\&=-\left[m_\eta+\eta^*(t_h)\right]s'(\hat{\lambda},t_h)B_n^{n'}(n_h).\end{aligned}$$

Откуда

$$B_{\lambda}^{\Pi'} = \frac{d^2}{d\lambda^2}\ln W_n\left\{y(t_h) - \left[m_\eta + \eta^*(t_h)\right]s(\hat{\lambda}, t_h)\right\} =$$

$$= \left[\left(m_\eta + \eta^*(t_h)\right)s'(\hat{\lambda}, t_h)\right]^2 \frac{d^2}{dn^2}\ln W_n(n_h) +$$

$$+ \left[m_\eta + \eta^*(t_h)\right]s''_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h)\frac{d}{dn}\ln W_n(n_h) =$$

$$= \left[\eta(t_h)\right]^2\left[s'_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h)\right]^2 B_n^{n''}(n_h) + \left[\eta(t_h)\right]\left[s''_{\lambda}(\hat{\lambda}, t_h)\right]B_n^{n'}(n_h).$$

Воспользовавшись методикой и результатами, полученными в [12], усреднив вторую производную ЛФП, запишем

$$\widetilde{\overline{B}}_{\lambda}^{\Pi''} = P_\eta P_{s'} I_\Phi^n,$$

где $P_\eta = \left\langle \eta^2(t_h)\right\rangle = H^{-1}\sum_{i=1}^{H}\left[\eta(t_h)\right]^2$ – характеризует среднюю мощность мультипликативной помехи.

С учетом сделанных замечаний неравенство Крамера-Рао примет вид:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta} \geq \left[P_\eta P_{s'} I_\Phi^n\right]^{-1}. \qquad (4.64)$$

Используя (4.6), введем новую переменную

$$\rho_{n\eta} \geq P_\eta P_{s'}\sigma_n^{-2},$$

играющую роль обобщенного ОСП при оценке информационного параметра на фоне аддитивной и мультипликативной негауссовских помех с независимыми значениями, когда модулирующую помеху можно рассматривать как детерминированный или квазидетерминированный процесс.

С учетом введенной переменной перепишем (4.64) в виде:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta} \geq \left[\mu_n^2\rho_{n\eta}\right]^{-1}. \qquad (4.65)$$

Если оценка параметра осуществляется по методу максимума апостериорной ПРВ, выражение для неравенства Крамера – Рао запишется:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta} \geq \left[P_\eta P_{s'} I_\Phi^n + I_\Phi^\lambda\right]^{-1} = \left[\mu_n^2\rho_{n\eta} +\right]^{-1}. \qquad (4.66)$$

Заметим, что в случае отсутствия мультипликативной помехи неравенства (4.65), (4.66) переходят, соответственно, в (4.10) и (4.5).

Следует отметить, что если $P_\eta < 1$, то всегда

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta} < \sigma^2_{\hat{\lambda}.n}.$$

Это означает, что при наличии в радиолокационном измерительном устройстве канала оценки мультипликативной помехи, в случае если модулирующая помеха рассматривается как детерминированный или квазидетерминированный процесс, из нее может быть выделена дополнительная информация, позволяющая уменьшить дисперсию оценки измеряемого параметра.

На рис. 4.9 представлены графики, отражающие зависимость

$$\delta^2_{\lambda.д.п} = \frac{\sigma^2_{\lambda.пп}}{\sigma^2_{\lambda.п}} = f\left(\mu^2_п, P_\eta\right).$$

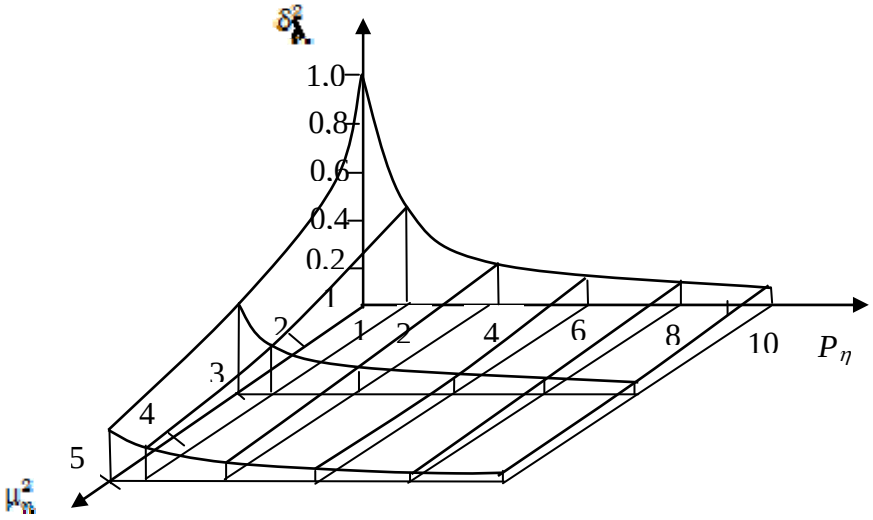


Рис. 4.9. Зависимость $\delta^2_{\lambda.дп} = f(P_\eta, \mu^2_п)$

Из графиков видно, что при рассмотрении мультипликативной помехи в виде детерминированного или квазидетерминированного процесса на точность измерения информационного параметра влияет как негауссовский характер аддитивной помехи, так и средняя мощность мультипликативной помехи.

При $P_\eta < 1$ и $\mu^2_n = 5$ учет негауссовского характера воздействующей аддитивной помехи позволяет увеличить потенциальную точность оцениваемого информационного параметра в 5 раз. При $\mu^2_n = 1$ и $P_\eta = 10$ учет негауссовского характера воздействующей мультипликативной помехи, имеющей детерминированный или квазидетерминированный характер, позволяет уменьшить потенциальную приведенную погрешность измерения в 10 раз.

Следует отметить, что с увеличением средней мощности мультипликативной помехи влияние учета негауссовского характера аддитивной помехи на точность измерения снижается.

Рассмотрим второй подход, при котором мультипликативная помеха рассматривается как случайный процесс. В этом случае [12]:

$$\begin{aligned} y(t_h) &= \left[m_\eta + \eta^*(t_h)\right] s\left(\hat{\lambda}, t_h\right) + n(t_h) = \\ &= m_\eta s\left(\hat{\lambda}, t_h\right) + \eta^*(t_h) s\left(\hat{\lambda}, t_h\right) + n(t_h). \end{aligned} \qquad (4.67)$$

Здесь сомножитель $\eta^*(t_h) s\left(\hat{\lambda}, t_h\right)$ может рассматриваться как дополнительная

аддитивная помеха $\eta_{доп}(t_h)$ Тогда, предположив, что ПРВ ее мгновенных значений $W_{доп}(t_h)$ может быть найдена, представим (4.67) в виде:

$$y(t_h) = m_\eta s(\hat{\lambda}, t_h) + \eta_{доп}(t_h) + n(t_h).$$

Заменяя $\eta_{доп}(t_h) + n(t_h) = \eta_э(t_h)$ некоторой эквивалентной аддитивной помехой, ПРВ которой находится из свертки

$$W_n(n_э) = \int_{-\infty}^{\infty} W_n(n) W_{доп}(n_э - n) dn,$$

представим входную смесь в виде:

$$y(t_h) = m_\eta s(\hat{\lambda}, t_h) + n_э(t_h).$$

Функция правдоподобия, записанная относительно аддитивной эквивалентной помехи, будет иметь вид:

$$B_n(n_э) = In W_э\{y(t_h) - m_\eta s(\hat{\lambda}, t_h)\}.$$

В этом случае можно записать, что:

$$B^{п'}_{\lambda.э} = \frac{d}{d\lambda} \ln W_э\{y(t_h) - m_\eta s(\hat{\lambda}, t_h)\} = -m_\eta s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) \frac{d}{dn_э} \ln W_э(n_э) =$$

$$= -m_\eta s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h) B^{n'}_n(n_э);$$

$$B^{п''}_{\lambda.э} = \frac{d^2}{d\lambda^2} \ln W_э\{y(t_h) - m_\eta s(\hat{\lambda}, t_h)\} =$$

$$= [m_\eta s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h)]^2 \frac{d^2}{dn_э^2} \ln W_э(n_э) + [m_\eta s''_\lambda(\hat{\lambda}, t_h)] \frac{d}{dn_э} \ln W_э(n_э) =$$

$$= [\eta(t_h)]^2 [s'_\lambda(\hat{\lambda}, t_h)]^2 B^{n''}_{n.э}(n_э) + [\eta(t_h)][s''_\lambda(\hat{\lambda}, t_h)] B^{n'}_{n.э}(n_э).$$

Сделав усреднение по множеству и по времени, получим:

$$\tilde{\tilde{B}}^{п''}_{\lambda.э} = m^2_\eta P_{s'} I^n_{ф.э'}$$

Неравенство Крамера-Рао, в этом случае, примет вид:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.э} \geq [m^2_\eta P_{s'} I^n_{ф.э}]^{-1} \qquad (4.68)$$

По аналогии с рассмотренным случаем введем новую переменную

$$\rho_э = m^2_\eta P_{s'} \sigma^{-2}_{n.э},$$

характеризующую обобщенное ОСП при оценке информационного параметра на фоне аддитивно-мультипликативных негауссовских помех, имеющих независимый характер, когда мультипликативная помеха рассматривается в качестве случайного процесса.

С учетом введенной переменной представим (4.68) в виде:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.э} \geq [\eta^2_{n.э} \rho_э]^{-1},$$

где $\mu^2_{n.э}$ – коэффициент, учитывающий отличие ПРВ эквивалентной аддитивной помехи от гауссовской.

При оценке информационного параметра по максимуму апостериорной ПРВ (4.68) получаем:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.э} \geq \left[m^2_{n.э} P_{s'} I^n_{\phi.э} + I^{\lambda}_{\phi}\right]^{-1} = \left[\mu^2_{n.э}\rho_э + \mu^2_{\lambda}\sigma^{-2}_{\lambda}\right]^{-1}. \quad (4.69)$$

Заметим, что так же как и в предыдущем случае, при отсутствии мультипликативной помехи неравенства (4.68), (4.69) переходят, соответственно, в (4.10) и (4.5).

Сравним внешне похожие выражения (4.65) и (4.68). С этой целью определим соотношения величин $I^n_{\phi.э}$ и I^n_{ϕ}.

Как известно [31], если ПРВ $W_э(n_э)$ представляет собой свертку с произвольной плотностью, то

$$I^n_{ф.э}\{W_э(n_э)\} \leq I^n_{ф}\{W_n(n)\}.$$

Учитывая, что

$m^2_{\eta} < \left[m_{\eta} + \eta^*(t_h)\right]^2$, получаем:

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.э} > \sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta}. \quad (4.70)$$

Как видно из рис. 4.10, отражающего зависимость $\delta^2_{\hat{\lambda}.м} = \dfrac{\sigma^2_{\hat{\lambda}.э}}{\sigma^2_{\lambda.n\eta}} = f\left(\dfrac{P_{\eta}}{m^2_{\eta}}\right)$ при $I^n_{\phi.э} = I^n_{\phi}$, с увеличением соотношения $\left(P_{\eta} / m^2_{\eta}\right)$ погрешность измерения информационного параметра при таком подходе представления мультипликативной помехи также увеличивается.

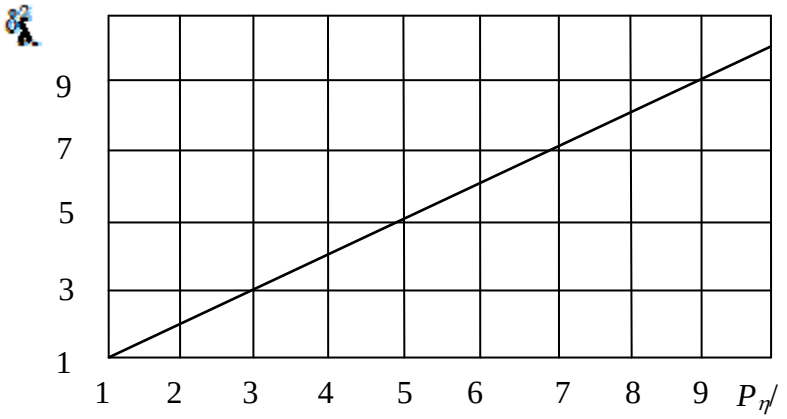


Рис. 4.10. Зависимость $\delta^2_{\hat{\lambda}.м} = f\left(P_{\eta} / m^2_{\eta}\right)$

Если осуществить нормировку амплитуды полезного сигнала, считая, что в отсутствии мультипликативной помехи $U_m = 1$, то, приняв $m_n = 1$, получаем

$$\sigma^2_{\hat{\lambda}.э} > \sigma^2_{\hat{\lambda}.n}\,. \qquad (4.71)$$

Как видно из полученных неравенств (4.70), (4.71), второй подход анализа мультипликативной помехи приводит к тому, что часть модулирующей помехи следует рассматривать как дополнительную аддитивную помеху, которая ведет к уменьшению обобщенного ОСП. Это, в свою очередь, приводит к ухудшению точности измерения информационного параметра.

Сказанное рассмотрим на примере, когда дополнительная помеха $n_{доп}(t_h)$, образованная сомножителем $\eta^*(t_h)$, является квазидетерминированным процессом. Тогда можно считать, что ПРВ его мгновенных значений – гауссовское с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2_{доп}$.

Для удобства дальнейшего анализа с сохранением полученного результата примем, что аддитивная помеха, воздействующая на полезный сигнал, также является гауссовской с дисперсией σ^2_n. В этом случае можно записать, что дисперсия эквивалентной аддитивной помехи равна сумме:

$$\sigma^2_{э.n} = \sigma^2_{доп} + \sigma^2_n.$$

Тогда обобщенное ОСП будет определяться как:

$$\rho_э = \frac{m^2_\eta P_{s'}}{\sigma^2_{доп} + \sigma^2_n}\,. \qquad (4.72)$$

На рис. 4.11 представлен график $\delta^2_\rho = \frac{\rho_э}{\rho_n} = f\left(\frac{\sigma^2_{доп}}{\sigma^2_n}\right)$, где ρ_n – обобщенное ОСП при отсутствии мультипликативной помехи.

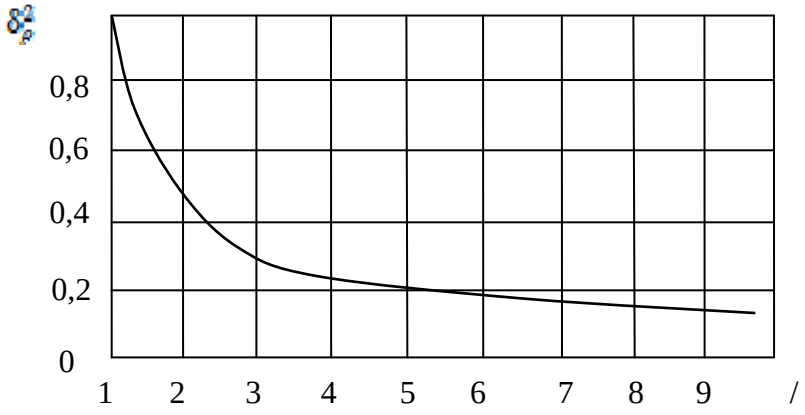


Рис. 4.11. *Зависимость* $\delta^2_\rho = f\left(\sigma^2_{экв}/\sigma^2_n\right)$

В общем случае график отражает влияние мультипликативной помехи на величину обобщенного ОСП, а следовательно, и на величину погрешности измерения оцениваемого параметра.

Из выражения (4.72) и приведенной зависимости видно, что если $\sigma^2_{\text{доп}} << \sigma^2_n$, то мультипликативная помеха практически не оказывает влияния на точность измерения информационного параметра. В этом случае при анализе погрешности измерения ею можно просто пренебречь.

По мере увеличения дисперсии дополнительной аддитивной помехи $\sigma^2_{\text{доп}}$ происходит уменьшение величины обобщенного ОСП, приводящее, в свою очередь, к ухудшению точности оцениваемого параметра. Так, при $\dfrac{\sigma^2_{\text{доп}}}{\sigma^2_n} = 5$ величина δ^2_{ρ} уменьшается в 5 раз.

Если $\sigma^2_{\text{доп}} >> \sigma^2_n$, то погрешность измерения будет определяться только мультипликативной помехой. При этом аддитивная помеха на точность измерения практически не влияет.

Заметим, что приведенный анализ справедлив и для случаев, когда аддитивная и дополнительная аддитивная помехи являются негауссовскими процессами. В этом случае для отыскания ПРВ эквивалентной аддитивной помехи и ее начальных моментов целесообразно воспользоваться результатами, полученными в работах [32, 33], где рассмотрены статистические характеристики смесей различных случайных процессов, часто встречающихся в разнообразных задачах статистической радиотехники.

На рис. 4.12 показаны графики $\delta^2_{\hat{\lambda}.\text{сл}} = \dfrac{\sigma^2_{\hat{\lambda}.n\eta}}{\sigma^2_{\lambda.n}} = f\left(\mu^2_{\text{э}}, \sigma^2_{\text{э}}\right)$, отражающие зависимости, когда эквивалентная помеха, образованная аддитивной и частью мультипликативной помехами, является негауссовским процессом.

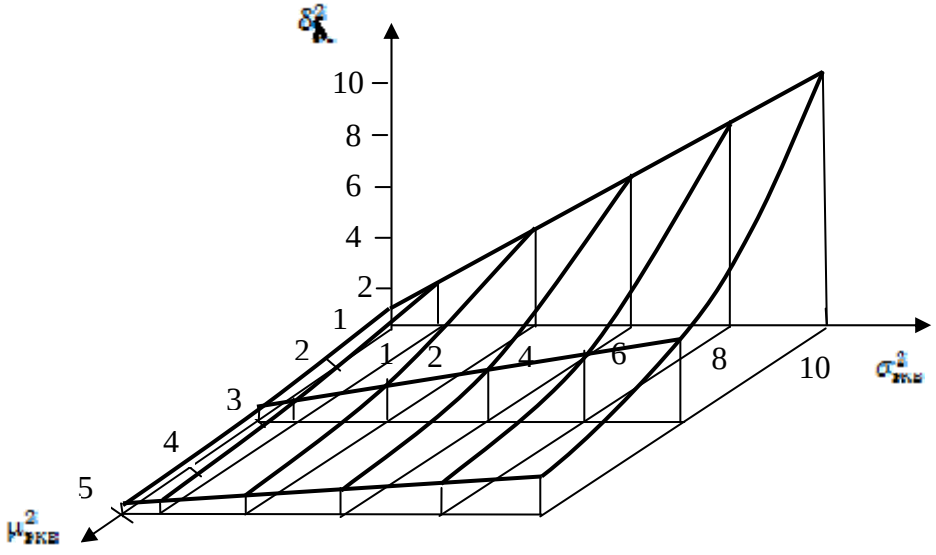


Рис. 4.12. *Зависимость* $\delta^2_{\hat{\lambda}.\text{сл}} = f\left(\sigma^2_{\text{экв}}, \mu^2_{\text{экв}}\right)$

Как видно из графиков, на точность измерения влияют два параметра эквивалентной помехи $\sigma^2_{\text{э}}$ и $\mu^2_{\text{э}}$. Причем, если увеличение дисперсии эквивалентной помехи $\sigma^2_{\text{э}}$ ведет к

значительному ухудшению потенциальной точности, то увеличение коэффициента $\mu_э^2$, учитывающего отличие ПРВ эквивалентной помехи от гауссовской, приводит к ее повышению.

Так, при $\mu_э^2 = 1$ и $\sigma_э^2 = 10$ приведенная потенциальная точность ухудшается в 10 раз. При $\sigma_э^2 = 10$ и $\mu_э^2 = 5$ точность уменьшается всего в два раза.

Таким образом, оценивая точность измерения информационных параметров полезного сигнала, при одновременном воздействии мультипликативных и аддитивных негауссовских помех проанализированы два подхода представления мультипликативной помехи.

Показано, что при рассмотрении мультипликативной помехи в виде детерминированного или квазидетерминированного процесса на точность измерения влияет как негауссовский характер аддитивной помехи, так и средняя мощность мультипликативной. При этом за счет учета этих характеристик потенциальная точность измерителя может быть повышена более чем в 10 раз.

Показано, что если мультипликативная помеха является случайным процессом, то потенциальная точность измерения при ее воздействии может уменьшиться более чем на порядок. Однако если учесть негауссовский характер эквивалентной помехи, образуемой аддитивной помехой и частью мультипликативной, то потери потенциальной точности измерения, вызванные модулирующей помехой, могут быть уменьшены более чем в 5 раз.

4.4. Выводы

1. Получены инженерные оценки информационных параметров сигнала на фоне аддитивных негауссовских помех, имеющих как коррелированный, так и независимый характер, позволяющие анализировать потенциальную точность и потери в измерении параметров движения при работе радиолокационных измерителей на малых расстояниях от лоцируемых объектов. Показано, что учет негаусовского характера аддитивной помехи приводит к значительному повышению потенциальной точности измерения параметров сигнала. Так, при $\rho = 1$, $T = 10mS$ для аддитивной помехи с $\mu_n^2 = 2$ потенциальная точность при совместном измерении параметров сигнала увеличивается для частоты в 5 раз, для производной частоты – в 10 раз, для фазы – в 2 раза.

Показано, что в случае коррелированных аддитивных негауссовских помех увеличение коэффициента корреляции ведет к увеличению обобщенного ОСП, что в свою очередь повышает потенциальную точность измеряемых параметров.

Получены выражения для оценки точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных, в общем случае негауссовских, аддитивных помех при непрерывной обработке.

Показано, что по сравнению с дискретной обработкой, непрерывная обработка при прочих равных условиях позволяет получить более точные оценки измеряемых информационных параметров.

2. Получены инженерные выражения для совместных и раздельных оценок информационных параметров сигнала на фоне мультипликативных негауссовских помех, имеющих как коррелированный, так и независимый характер.

Показано, что погрешность измерения информационных параметров определяется значением Фишеровской динформации воздействующей мультипликативной помехи, при увеличении которой точность измерения возрастает.

Так, например, при I_D = 6 приведенная погрешность измерения параметров сигнала уменьшается в два раза.

Показано, что учет корреляции мультипликативной помехи увеличивает точность измеряемых информационных параметров.

3. Получены инженерные оценки информационных параметров сигнала, позволяющие получить потенциальную точность измерения радиолокационным измерителем параметров движения лоцируемых объектов в условиях одновременного воздействия аддитивных и мультипликативных негаусовских помех. Показано, что если мультипликативная помеха может быть рассмотрена как детермированный или квазидетермированный процесс, то в случае ее учета потенциальная точность измерения может быть увеличена в 10 раз. Если мультипликативная помеха является случайным процессом, то ее воздействие на обрабатываемый сигнал ухудшает обобщенное ОСП, что ведет к уменьшению потенциальной точности радиолокационного измерителя. Причем погрешность измерения возрастает пропорционально уменьшению обобщенного ОСП.

Список литературы

1. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации : учеб. пособие для вузов. – М. : Радио и связь, 1992. – 304 с.

2. Тузов Г. И. Выделение и обработка информации в доплеровских системах. – М. : Сов. радио, 1967. – 256 с.

3. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. – М. : Радио и связь, 1983. – 536 с.

4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции : в 4 т. Т. 1 : пер. с англ. – М. : Сов. радио, 1972. – 744 с.

5. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценки их параметров на фоне помех. – М. : Радио и связь, 1986. – 264 с.

6. Родимов А. П., Поповских В. В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех. – М. : Радио и связь, 1984. – 272 с.

7. Проблемы радиолокации протяженных объектов. – Свердловск : Изд-во УПИ им. С. М. Кирова, 1983. – 160 с.

8. Фельдман Ю. И., Мандуровский И. А. Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями. – М. : Радио и связь, 1983. – 160 с.

9. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / под ред. С. Е. Фальковича. – М. : Радио и связь, 1989. – 296 с.

10. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. – М. : Радио и связь, 1983. – 320 с.

11. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М. : Сов. радио, 1974. – Т. 1. – 552 с.

12. Артюшенко В. М. Исследование и разработка радиолокационного измерителя параметров движения протяженных объектов : монография. – М. : Изд-во ФТА, 2013. – 214 с.

13. Новоселов О. Н., Фомин А. Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1991. – 336 с.

14. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Сов. радио, 1982. – 624 с.

15. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М. : Наука, 1988. – 552 с.

16. Валеев В. Г. Помехоустойчивость радиотехнических измерительных систем. – Свердловск : Изд-во УПИ, 1987. – 104 с.

17. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 3. – М. : Сов. радио, 1975. – 288 с.

18. Валеев В. Т., Сосулин Ю. Г. Обнаружение слабых когерентных сигналов в коррелированных негауссовских помехах // Радиотехника и электроника. – 1969. – Т. 14. – № 2. – С. 230-238.

19. Валеев В. Г. Оптимальная оценка параметров сигнала при наличии негауссовских помех // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1974. – № 2. – С. 135-146.

20. Вайштейн Л. А. Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. – М. :

Сов. радио, 1960. – 447 с.

21. Шелухин О. И., Артюшенко В. М. Обработка сигналов в аддитивно-мультипликативных негауссовских помехах / под ред. Ю. Н. Маслова. – М. : Изд-во Моск. технол. ин-та, 1992. – 152 с.

22. Кремер И. Я., Владимиров В. И. Модулирующие (мультипликативные) помехи и прием радиосигналов / под ред. И. Я. Кремера. – М. : Сов. радио, 1972. – 480 с.

23. Васильев К. К. Прием сигналов при мультипликативных помехах. – Саратов : Изд-во Саратовского. ун-та, 1983. – 128 с.

24. Рубцов В. Д., Зайцев А. Н. О непараметрических свойствах фазового метода приема квазигармонического сигнала в условиях совместного действия аддитивных и мультипликативных помех // Радиотехника. – 1986. – № 6. – С. 52-64.

25. Левин Б. Р. Теоретические основы статической радиотехники. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Сов. радио, 1989. – 656 с.

26. Бакут П. А. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров / П. А. Бакут, В. П. Логинов, Ю. П. Шумилов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1978. – № 5. – С. 3-36.

27. Tzay Y. Yong, Westerberg R. A. Error bounds for stochastic estimation of signal parameters. IEEET rans. – 1971. – v. IT-17. – P. 549-557.

28. Долуханов М. П. Флуктуационные процессы при распространении радиосвязи. – М. : Связь, 1971. – 360 с.

29. Билетов М. В. Обнаружение радиолокационных сигналов при флуктуациях их интенсивности по закону Накагами / М. В. Билетов, И. С. Вассерштейн, В. В. Рыльский // Радиотехника. – 1976. – Т. 31. – № 1. – С. 16-19.

30. Поздняк С. И., Мелитицкий В. А. Введение в статистическую теорию поляризации радиоволн. – М. : Сов. радио, 1974. – 514 с.

31. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный приём сигналов. – М. : Сов. радио, 1975. – 704 с.

31. Тихонов В. И. Нелинейное преобразование случайных процессов. – М. : Радио и связь. – 1986. – 296 с.

32. Мелитицкий В. А. Статистические характеристики огибающей негауссовского сигнала при наличии негауссовской помехи / В. А. Мелитицкий, Н. С. Акишин, В. В. Мелитицкая // Радиотехника. – 1986. – № 10. – С. 47-51.

33. Акишин Н. С. Статистические характеристики огибающей аддитивной смеси негауссовского периодически нестационарного радиосигнала и негауссовской помехи / Н. С. Акишин, В. Л. Румянцев, А. В. Михайлов // Радиоэлектроника. – 1988. – Т. 31. – № 4. – С. 84-87. – (Изв. высш. учеб. заведений).

ГЛАВА 5

МЕТОДИКА СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ ЧАСТОТНОЙ ВЫБОРКИ

Шакурский М. В.

Синтез любого цифрового фильтра и его последующая реализация направлены на решение конкретной задачи. В самом общем случае свойства фильтра определяются его частотной характеристикой, модуль которой определяет полосы пропускания и подавления (АЧХ фильтра), а аргумент – свойства передачи сигнала (ФЧХ фильтра). На этапе синтеза наибольшее внимание, как правило, уделяется модулю частотной характеристики. Рассмотрим особенности формирования АЧХ фильтра. Синтез фильтра с идеальной АЧХ требует бесконечной длины импульсной характеристики, поэтому при синтезе фильтра определяются допуски по параметрам. На рис. 5.1 приведена система допусков полосного фильтра [1].

К ФЧХ ЦФ, как правило, предъявляется только требование линейности, что обеспечивает передачу и обработку сигналов без искажений [2, 3]. В большинстве задач выполнение этого требования является достаточным. Тем не менее в ряде задач могут предъявляться дополнительные требования к ФЧХ ЦФ [7, 9, 10].

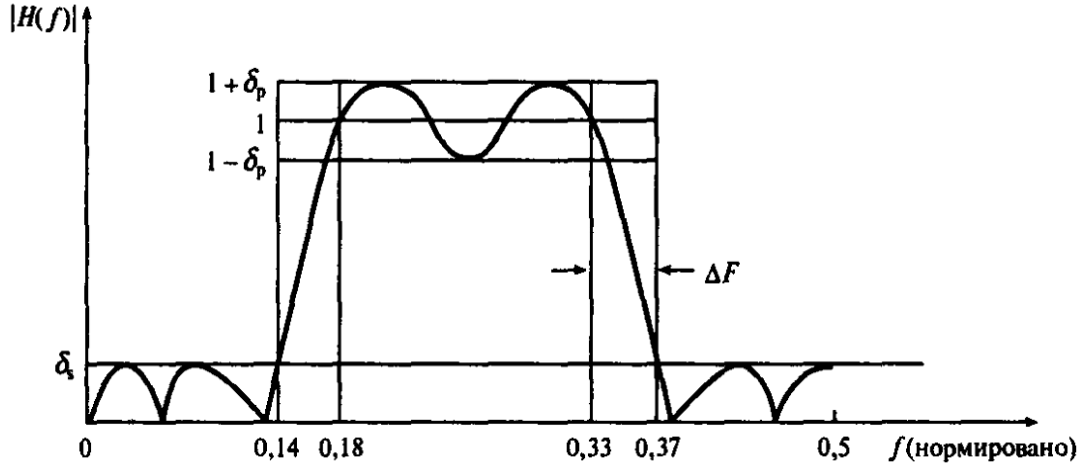


Рис. 5.1. *Допуски АЧХ полосного фильтра*

Задачей синтеза цифрового фильтра является преобразование заданных параметров частотной характеристики с учётом допусков в параметры, необходимые для реализации фильтра [8].

Для фильтров, реализованных на основе метода частотной выборки, такими параметрами являются:

1. Интервал дискретизации Δt.
2. Количество отсчётов в скользящем окне N.
3. Набор ЭЦФ.
4. Амплитудные коэффициенты выходных сигналов ЭЦФ $p(q)$, где q – номера ЭЦФ.

На основе перечисленных параметров может быть синтезирован ЦФ. Если интервал дискретизации определяется конкретными условиями работы системы, в которой предполагается использование синтезируемого ЦФ, то получение остальных параметров является сложной многокритериальной задачей. Варианты решения данной задачи предложены в работах [10, 11]. Известные решения оптимизируют подбор коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ с целью увеличения степени подавления АЧХ вне полосы пропускания. При этом они не учитывают ряд особенностей, таких как явная асимметрия АЧХ первых ЭЦФ, что требует асимметрии амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ. Рассмотрим эти особенности подробнее. Для этого определим общие принципы формирования полосы пропускания.

5.1. Формирование полосы пропускания ЦФ

Согласно методу частотной выборки [1, 5, 6, 7, 9] полоса пропускания формируется суперпозицией ЭЦФ, каждый из которых обладает определённой полосой пропускания. АЧХ ЭЦФ аппроксимируется составляющими ряда Котельникова. Таким образом, АЧХ ЦФ аппроксимируется ограниченным рядом Котельникова. Ширина основания лепестка АЧХ ЭЦФ определяется длительностью скользящего окна, которая равна произведению количества отсчётов скользящего окна на интервал дискретизации. Средняя частота каждого ЭЦФ определится по формуле:

$$f_q = \frac{q}{N \cdot \Delta t}. \tag{5.1}$$

Отметим, что в общем случае под средней частотой подразумевается частота, при которой фазовый сдвиг равен нулю (ФЧХ пересекает ось абсцисс). При этом в случае реализации ЦФ возникают две особенности. Первая особенность: ввиду асимметрии АЧХ относительно средней частоты максимум АЧХ слегка смещён относительно средней частоты. Вторая особенность: это необходимость введения знакопеременных коэффициентов для смеще-

ния ФЧХ нечётных ЭЦФ на π. Таким образом, понятие средней частоты ЭЦФ не учитывает влияния знакопеременных коэффициентов.

Величина интервала дискретизации задаётся на этапе проектирования устройства и является величиной постоянной. В связи с этим определение ширины полосы пропускания ЭЦФ производится изменением количества отсчётов N в скользящем окне. Соответственно определится и количество ЭЦФ. Ширина спада определяется параметрами ЭЦФ [5].

Рассмотрим формирование полосы пропускания за счёт основных ЭЦФ. Под основными ЭЦФ будем понимать ЭЦФ с единичными амплитудными коэффициентами. Остальные ЭЦФ будем рассматривать как дополнительные, необходимые для улучшения свойств АЧХ.

Пример АЧХ третьего ЭЦФ приведён на рис. 5.2. Если структура ЦФ состоит из двух ЭЦФ, происходит наложение АЧХ ЭЦФ. Отметим, что для получения непрерывной АЧХ требуется применять к нечётным ЭЦФ отрицательные единичные амплитудные коэффициенты с целью согласования общей ФЧХ. Таким образом, подбирая количество ЭЦФ в структуре ЦФ, можно получить необходимую ширину полосы пропускания. При этом ширина полосы пропускания ЭЦФ может быть подстроена изменением длительности скользящего окна.

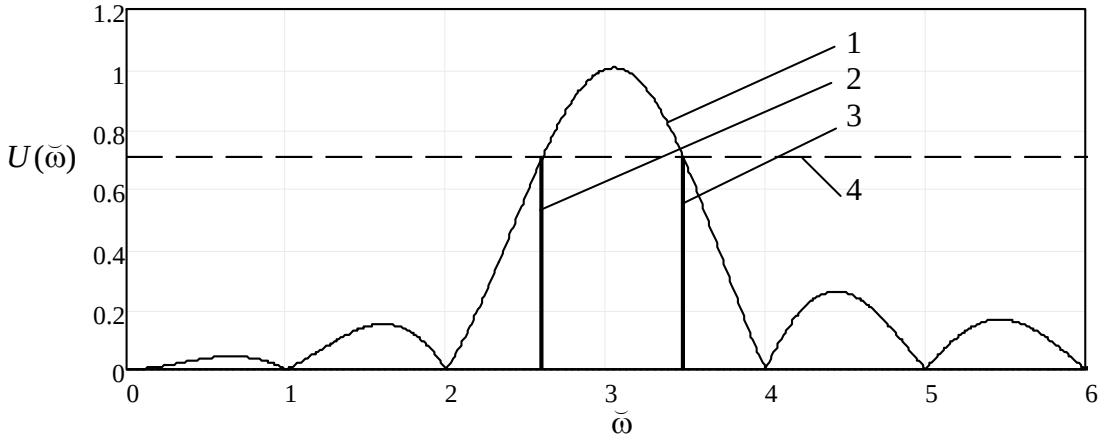


Рис. 5.2. *Частотная характеристика фильтра:*
1) АЧХ фильтра; 2) нижняя частота полосы пропускания;
3) верхняя частота; 4) уровень, определяющий полосу пропускания

Изменение количества отсчётов в скользящем окне в два раза изменит ширину полосы пропускания ЭЦФ и в два раза изменит ширину полосы спада ЭЦФ. Отсюда следует основная задача настройки полосы пропускания – оптимальный подбор количества отсчётов в окне и подбор соответствующих ЭЦФ.

По заданному количеству отсчётов в окне N можно оценить ширину полосы спада:

$$\Delta f_{\text{спада}} \approx \frac{0.3}{N \cdot \Delta t}. \tag{5.2}$$

Полоса пропускания может быть определена как:

$$\Delta f \approx f_{q_B} - f_{q_H} + 0.8 \cdot f_0. \tag{5.3}$$

Появление третьего слагаемого объясняется тем, что полоса пропускания распространяется в обе стороны от средней частоты ЭЦФ на $0.4 \cdot f_0$.

Аналогичным образом определяется и погрешность определения частот пропускания с той лишь разницей, что изменится числитель функции:

$$f_{\text{смещения макс.}} \approx \pm \frac{0.5}{N \cdot \Delta t}. \tag{5.4}$$

Данное выражение следует из дискретности расположения средних частот ЭЦФ на частотной оси, определяемых частотой f_0.

В простейшем случае порядковые номера ЭЦФ, определяемые соответствующими им составляющими ряда Котельникова и соответствующими гармоническими составляющими ряда Фурье, определятся следующим образом:

$$\begin{cases} q_{\text{н}} \approx \text{round}\left(\dfrac{f_н + 0.4 \cdot f_0}{f_0} \right) \\ q_{\text{в}} \approx \text{round}\left(\dfrac{f_в - 0.4 \cdot f_0}{f_0} \right), \end{cases} \tag{5.5}$$

где под функцией round понимается округление в выбранную разработчиком сторону, исходя из степени погрешности и допусков синтеза фильтра в соответствии с поставленной задачей; $f_{\text{н}}$ – низшая частота пропускания; $f_{\text{в}}$ – высшая частота пропускания; $q_{\text{н}}$ – номер ЭЦФ, соответствующий низшей гармонической составляющей ряда Фурье; $q_{\text{в}}$ – номер ЭЦФ, соответствующего высшей гармонической составляющей ряда Фурье.

Возникновение второго слагаемого в числителе функций (5.5) объясняется выражением (5.3).

Рассмотрим пример подбора гармонических составляющих по выражениям (5.2, 5.3, 5.4, 5.5). Допустим, требуется получить полосный ЦФ с полосой пропускания от 3 до 5 кГц, интервалом дискретизации $\Delta t = 1/100000$ с. Определим $N = 100$, тогда ширина спада будет порядка 300 Гц. Погрешность ширины полосы пропускания будет порядка 500 Гц. На рис. 5.3 приведена АЧХ цифрового фильтра, синтезированного по описанному алгоритму тремя ЭЦФ. Стоит отметить, что характеристики фильтра по ширине полосы спада и полосы пропускания достаточно посредственные.

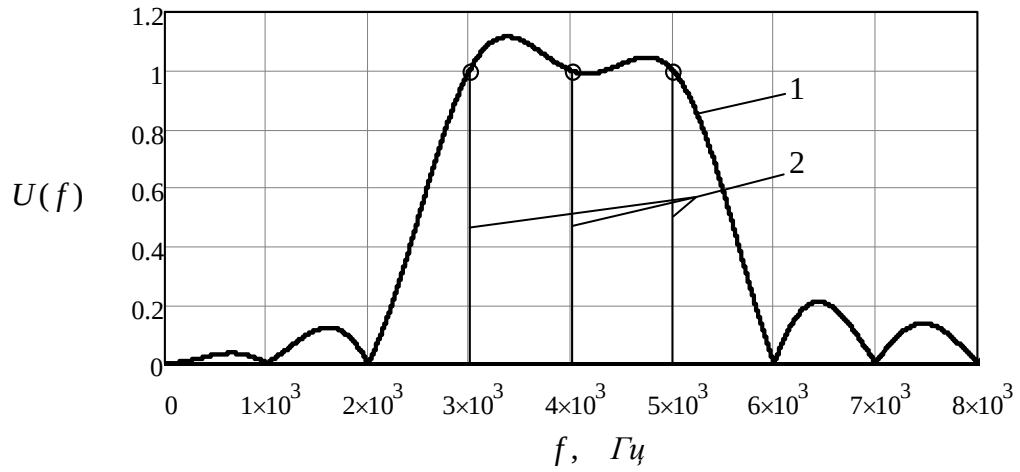


Рис. 5.3. *АЧХ цифрового фильтра:*
1) синтезированная АЧХ; 2) амплитудные коэффициенты ЭЦФ

Для их улучшения увеличим количество отсчётов скользящего окна до $N = 500$, а количество ЭЦФ – до одиннадцати. В результате получим ширину спада порядка 60 Гц, погрешность ширины полосы пропускания получим порядка 100 Гц (рис. 5.4).

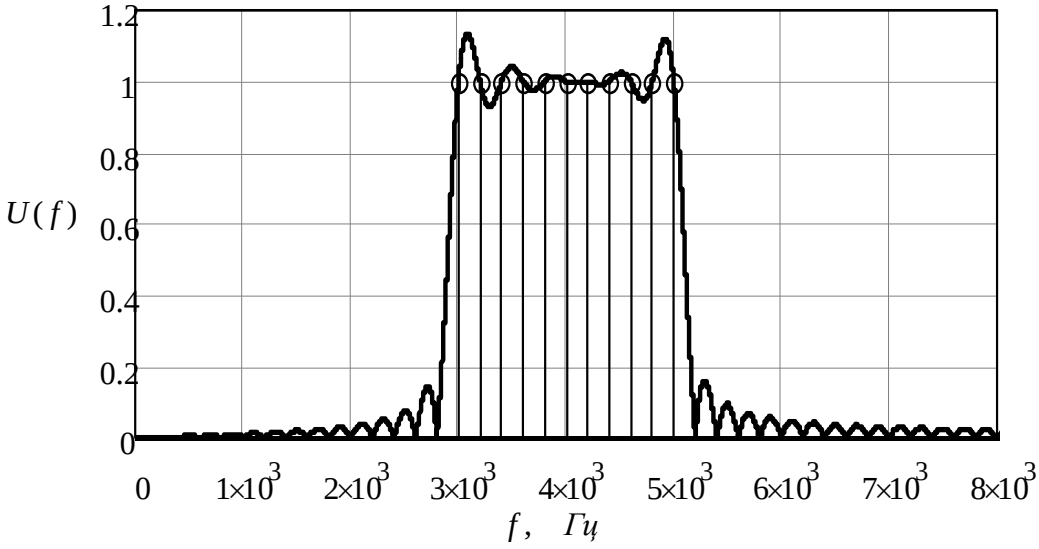


Рис. 5.4. *АЧХ цифрового фильтра*

Видно, что параметры ширины полосы спада значительно улучшились, но увеличилось и количество ЭЦФ, необходимых для реализации ЦФ. При этом амплитуда биений в полосе пропускания осталась значительной. Подавление вне полосы пропускания осталось неудовлетворительным.

5.2. Улучшение подавления вне полосы пропускания ЦФ

Согласно методу частотной выборки увеличение подавления может быть достигнуто за счёт добавления дополнительных ЭЦФ в структуру ЦФ [1]. Каждый дополнительный ЭЦФ соответствует новой составляющей в ряде Котельникова, аппроксимирующем АЧХ ЦФ. Под дополнительными составляющими следует понимать составляющие ряда, не формирующие полосу пропускания фильтра. Иными словами, ЦФ представляет собой суперпозицию ЭЦФ, формирующих полосу пропускания (амплитудные коэффициенты для выходных сигналов, которых больше уровня $1/\sqrt{2}$), и дополнительных ЭЦФ (амплитудные коэффициенты для выходных сигналов, которых меньше $1/\sqrt{2}$).

Рассмотрим процесс формирования боковых лепестков при суперпозиции ЭЦФ. Согласно методу частотной выборки амплитудные коэффициенты ЭЦФ с нечётными номерами должны быть взяты со знаком «минус». Таким образом, АЧХ двух ЭЦФ с соседними номерами в области боковых лепестков вычитаются. На рис. 5.5 представлен пример АЧХ второго и третьего ЭЦФ и эквивалентная АЧХ фильтра, представляющего собой суперпозицию этих ЭЦФ.

Видно, что в области подавления АЧХ ЭЦФ вычитаются. Если количество ЭЦФ в структуре ЦФ чётно, то количество суммирующихся АЧХ и вычитающихся равно. В этом случае подавляющие свойства фильтра лучше, нежели при их нечётном количестве. Более того, если количество ЭЦФ в структуре ЦФ чётно, то наблюдается относительная симметрия амплитуд крайних лепестков, что позволяет использовать симметричные амплитудные коэффициенты для выходных сигналов ЭЦФ с целью улучшений свойств АЧХ ЦФ.

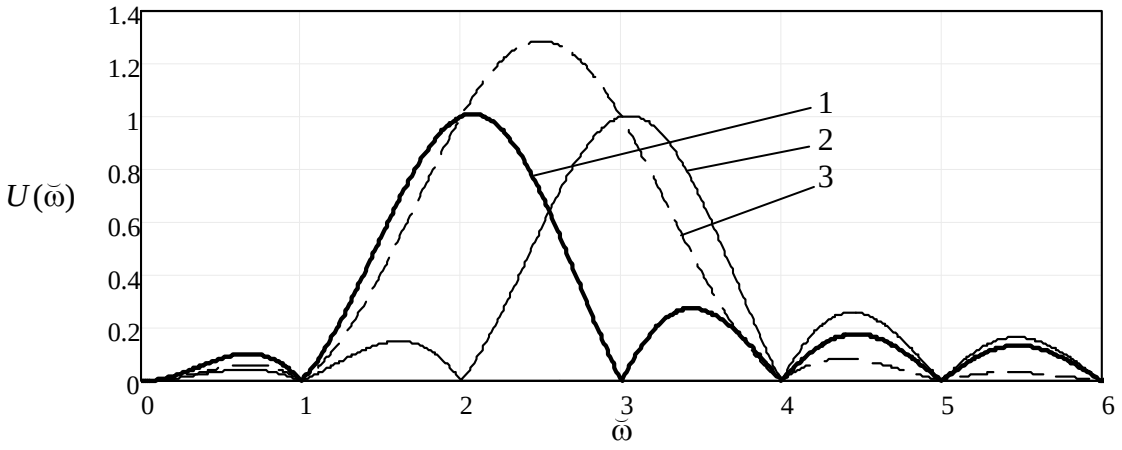


Рис. 5.5. *АЧХ фильтров:*
1) АЧХ второго ЭЦФ; 2) АЧХ третьего ЭЦФ; 3) результирующая АЧХ

На рис. 5.6 приведены АЧХ трёх ЭЦФ и АЧХ эквивалентного ЦФ. Видно, что степень подавления в области ближайших лепестков ЦФ, представленного тремя ЭЦФ, уступает степени подавления ЦФ, представленного двумя ЭЦФ.

Можно сделать вывод, что формирование АЧХ в области подавления определяется совокупностью АЧХ ЭЦФ и их скалярного сложения и вычитания. При этом определяющим является как число ЭЦФ, так и их амплитудные коэффициенты.

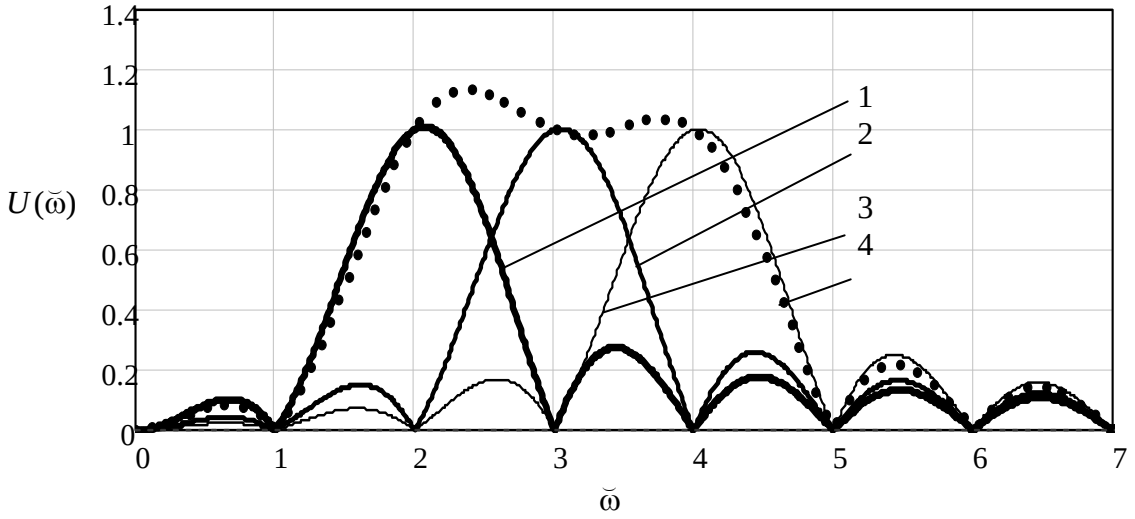


Рис. 5.6. *АЧХ фильтров:*
1) АЧХ второго ЭЦФ; 2) АЧХ третьего ЭЦФ;
3) АЧХ четвёртого ЭЦФ; 4) результирующая АЧХ

Таким образом, при подборе амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ следует учитывать количество ЭЦФ в структуре ЦФ и их порядковый номер, влияющий на асимметрию АЧХ относительно средних частот ЭЦФ.

Рассмотрим влияние дополнительного ЭЦФ на АЧХ цифрового фильтра. Для этого построим в трёхмерной системе координат зависимость АЧХ ЦФ от амплитуды выходного сигнала дополнительного ЭЦФ (рис. 5.7).

На рисунке хорошо виден переход от пяти ЭЦФ в структуре ЦФ к шести ЭЦФ при плавном изменении амплитуды шестого ЭЦФ от нуля до единицы. При этом в области частот от 1100 Гц до 1400 Гц наблюдается область наибольшего подавления. Ориентировочно она соответствует диапазону амплитудного коэффициента дополнительного ЭЦФ от 0,4 до 0,7. На рис. 5.8 представлена область наибольшего подавления. С помощью рисунка её можно уточнить. Более точный диапазон амплитудного коэффициента от 0,45 до 0,55.

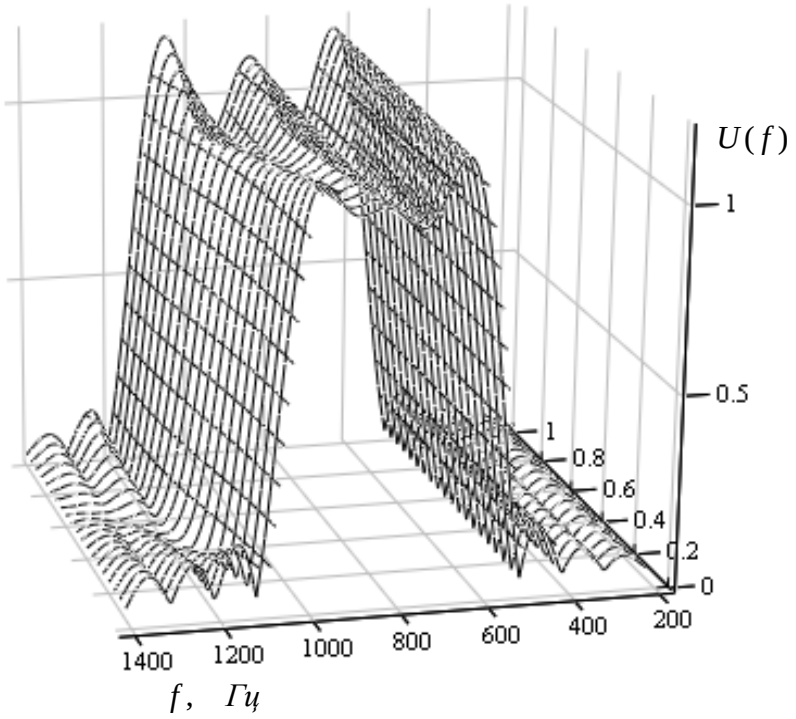


Рис. 5.7. *Зависимость АЧХ ЦФ от амплитуды дополнительного ЭЦФ*

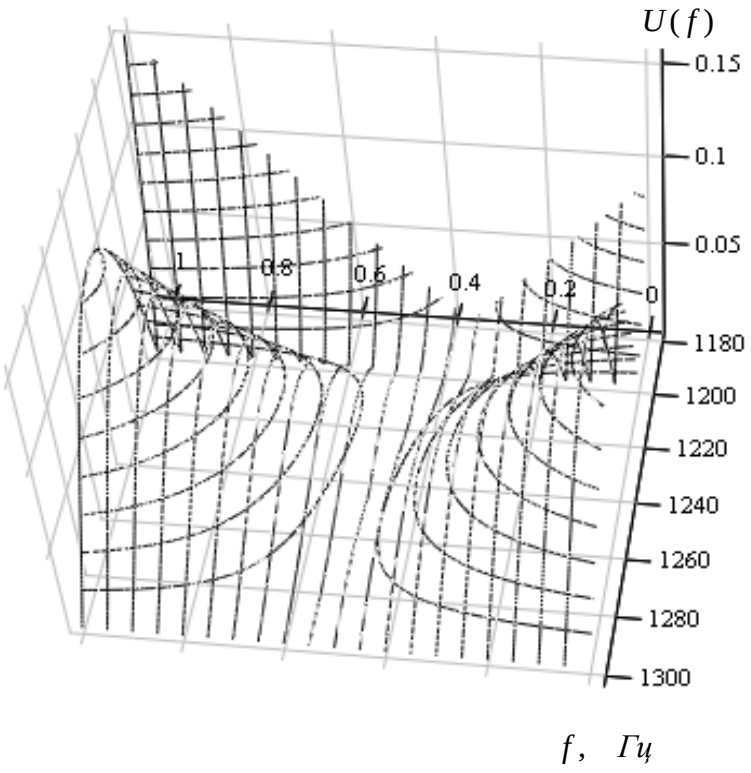


Рис. 5.8. *Область наибольшего подавления*

Стоит отметить, что влияние дополнительного ЭЦФ на АЧХ ЦФ носит характер, близкий к линейному. Рассмотрим сечение по частоте 1240 Гц (рис. 5.9).

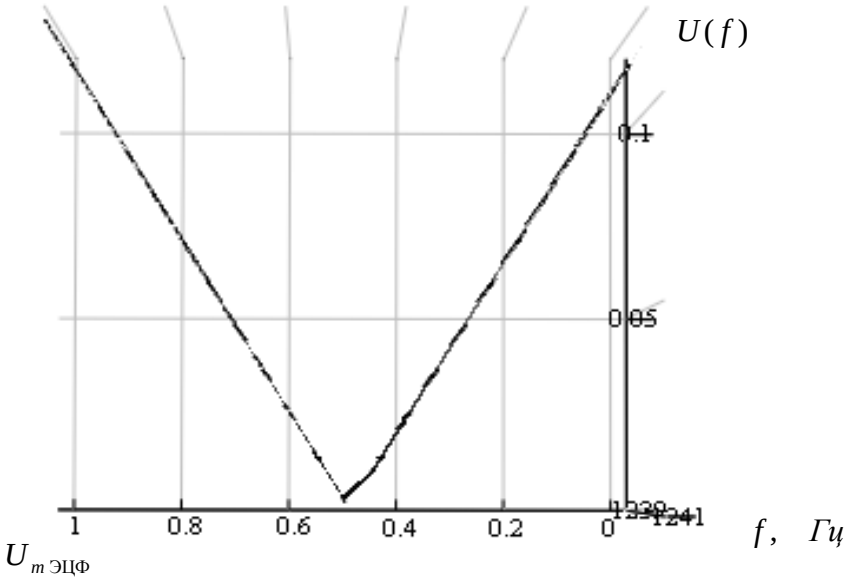


Рис. 5.9. *Сечение поверхности в области наибольшего подавления*

Видно, что наибольшее подавление достигается при амплитудном коэффициенте дополнительного ЭЦФ приблизительно равном 5.

Изменение числа ЭЦФ в структуре ЦФ или смещение их порядковых номеров (для фильтрации иной полосы частот) повлияет на амплитудный коэффициент дополнительного ЭЦФ, при котором будет обеспечиваться наибольшее подавление. На рис. 5.10 приведён пример сечения, аналогичного представленному выше (рис. 5.9), но при увеличенном количестве ЭЦФ до девяти.

Из рисунка видно, что амплитудный коэффициент дополнительного ЭЦФ, при котором обеспечивается наибольшее подавление, изменился до 4.5.

Улучшение свойств АЧХ в области подавления за счёт включения дополнительных ЭЦФ в структуру ЦФ приводит к расширению полосы спада. Поэтому на этапе подбора ширины скользящего окна фильтра следует помнить, что выражение (5.2) не учитывает дополнительные ЭЦФ.

На рис. 5.11 приведены три АЧХ цифровых фильтров: без дополнительных ЭЦФ, с двумя дополнительными ЭЦФ (по одному в области верхних и нижних частот) и с четырьмя дополнительными ЭЦФ. Видно увеличение полосы спада за счёт введения дополнительных ЭЦФ в структуру ЦФ. В самом общем случае для ЦФ без дополнительных ЭЦФ полосу спа-

да можно определить по средней частоте первого ЭЦФ. Для ЦФ с дополнительными ЭЦФ диапазон спада увеличивается в два раза

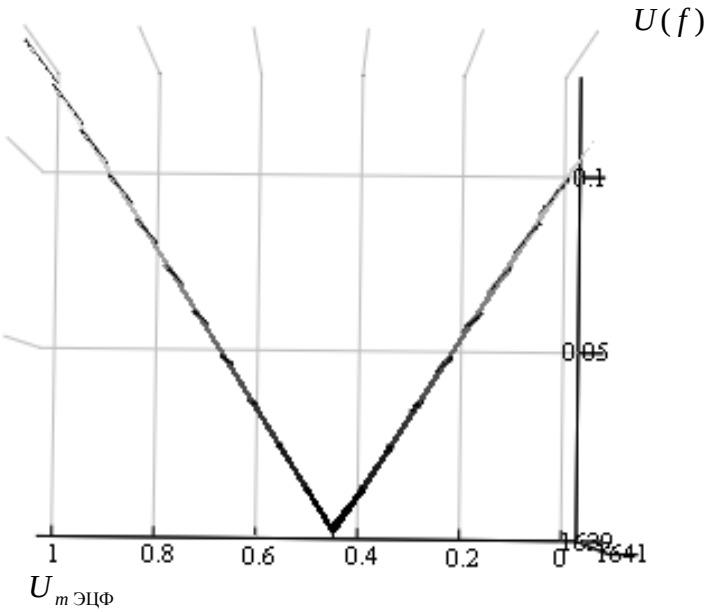


Рис. 5.10. *Сечение поверхности области наибольшего подавления по частоте* $f = 1640 \quad Гц$

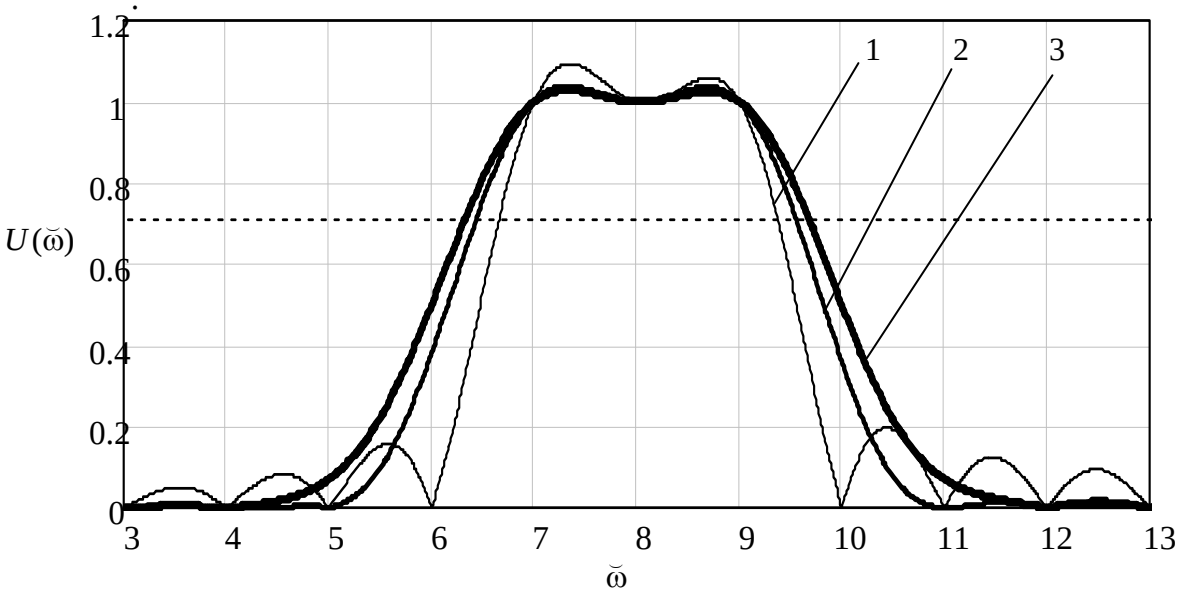


Рис. 5.11. *АЧХ цифровых фильтров: 1) АЧХ без дополнительных ЭЦФ; 2) с двумя дополнительными ЭЦФ; 3) с четырьмя дополнительными ЭЦФ*

Таким образом, выражение (5.3) перепишется следующим образом:

$$\Delta f \approx f_{q_B} - f_{q_H} + K_{\text{опт}} \cdot f_0, \tag{5.6}$$

где $K_{\text{опт}}$ – коэффициент, определяемый количеством дополнительных ЭЦФ и компенсирующий погрешность полосы пропускания, определяющуюся выражением (4).

На основании (5.6) перепишем выражение (5.5):

$$\begin{cases} q_{\text{н}} \approx \text{round}\left(\dfrac{f_{\text{н}} + K_{\text{Н}} \cdot f_0}{f_0} \right) \\ q_{\text{в}} \approx \text{round}\left(\dfrac{f_{\text{в}} - K_{\text{В}} \cdot f_0}{f_0} \right) \end{cases}, \tag{5.7}$$

где $K_{\text{Н}}$ – коэффициент, определяющийся количеством и амплитудами дополнительных ЭЦФ в области нижних частот полосного фильтра; $K_{\text{В}}$ – коэффициент, определяющийся количеством и амплитудами дополнительных ЭЦФ в области верхних частот полосного фильтра.

Коэффициенты $K_{\text{Н}}$ и $K_{\text{В}}$ позволяют улучшить точность подбора гармонических составляющих под каждую конкретную задачу. Выражение (5.7) позволяет рассчитать номера гармонических составляющих ряда Фурье для синтеза соответствующих ЭЦФ.

5.3. Уменьшение пульсаций в полосе пропускания ЦФ

Задача уменьшения пульсаций в полосе пропускания цифрового фильтра может быть решена аналогичным способом за счёт подбора амплитудных коэффициентов для ЭЦФ. Очевидно, что сам факт постановки задачи актуален только для ЦФ, в структуре которых три и более ЭЦФ. Это объясняется тем, что когда ЦФ содержит в себе один или два ЭЦФ, пульсаций в полосе пропускания нет. Из рис. 5.5 видно, что когда ЦФ состоит из двух ЭЦФ, АЧХ в максимальной точке полосы пропускания имеет значение порядка 1.27, что может потребовать нормировки по амплитуде, которая может быть произведена за счёт уменьшения амплитудных коэффициентов обоих ЭЦФ. На рис. 5.12 приведены АЧХ третьего ЭЦФ, АЧХ четвёртого ЭЦФ и эквивалентная АЧХ третьего и четвёртого ЭЦФ, нормированная по амплитуде. Коэффициенты нормировки обоих ЭЦФ равны 0,78.

В предыдущем параграфе было выделено отличие степени подавления между ЦФ, представленными суперпозицией чётного и нечётного количества ЭЦФ. Рассмотрим, как влияет на пульсации чётное и нечётное количество ЭЦФ в структуре ЦФ. Для этого построим АЧХ ЦФ. На рис. 5.13 построены АЧХ ЦФ, состоящих из чётного количества ЭЦФ соответственно нумерации рисунка из четырёх, шести и восьми ЭЦФ. На рис. 5.14 построены АЧХ ЦФ, состоящих из нечётного количества ЭЦФ.

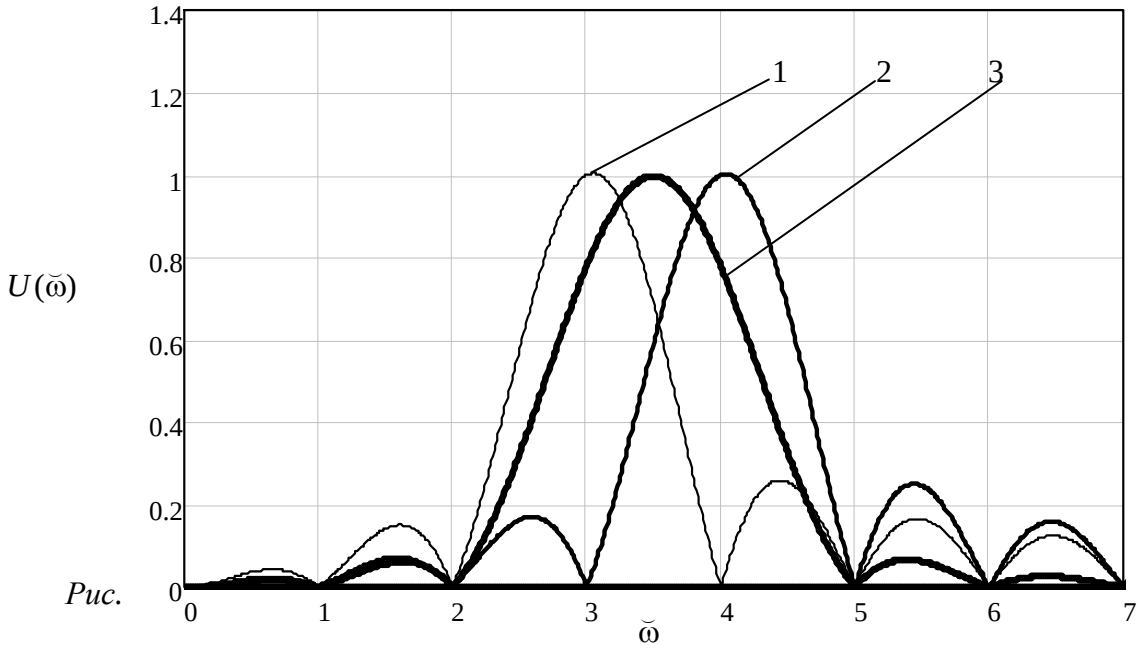


Рис.

Рис. 5.12. *АЧХ цифровых фильтров:*

1) АЧХ первого ЭЦФ; 2) АЧХ второго ЭЦФ;3) нормированная эквивалентная АЧХ ЦФ

Из рисунка видно, что при нечётном количестве ЭЦФ в структуре ЦФ пульсации в боковых областях АЧХ в полосе пропускания увеличены и отличаются по амплитуде, при этом в средней области полосы пропускания пульсации заметно меньше и сохраняются особенности, отмеченные в предыдущем параграфе.

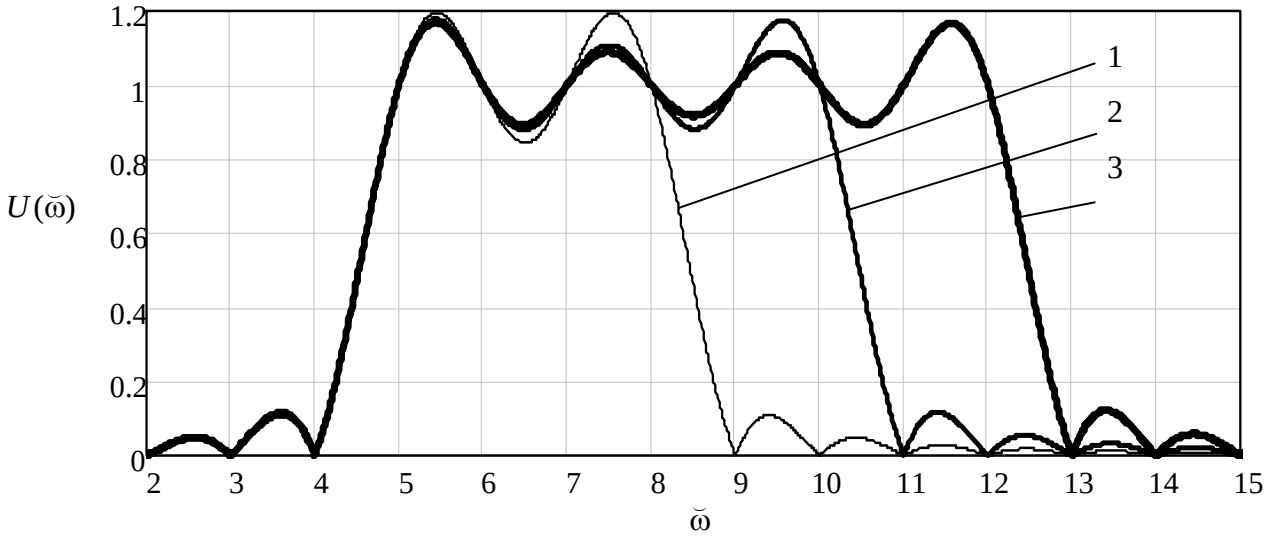


Рис. 5.13. *АЧХ ЦФ с чётным количеством ЭЦФ в структуре:*

1) 4 ЭЦФ в структуре ЦФ; 2) 6 ЭЦФ в структуре; 3) 8 ЭЦФ в структуре ЦФ

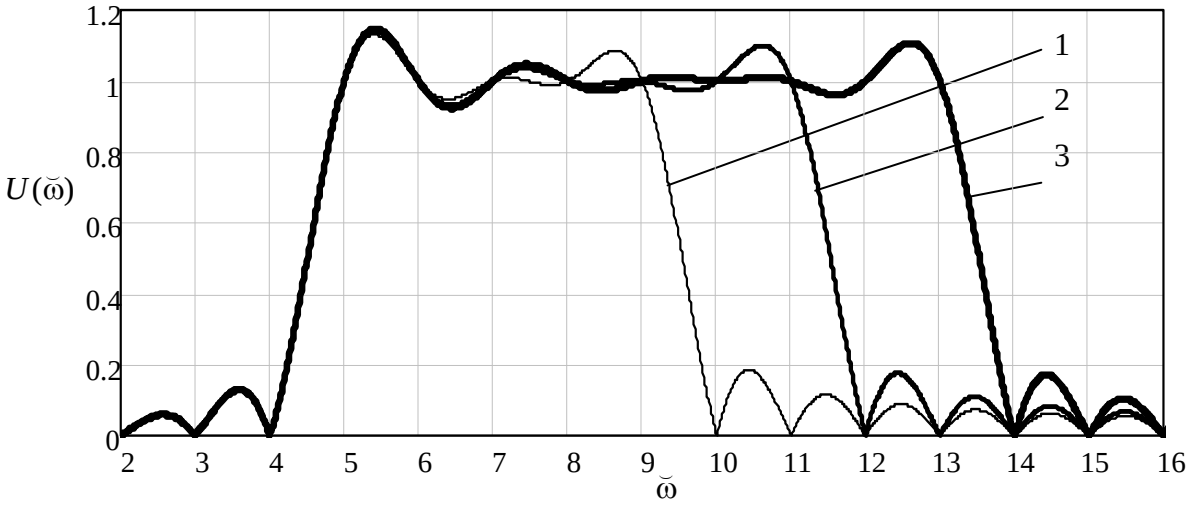


Рис. 5.14. *АЧХ ЦФ с нечётным количеством ЭЦФ в структуре: 1) 5 ЭЦФ в структуре ЦФ; 2) 7 ЭЦФ в структуре ЦФ; 3) 9 ЭЦФ в структуре ЦФ*

Рассмотрим влияние амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ на пульсации в полосе пропускания ЦФ. Исследования показали, что добиться уменьшения пульсаций можно, изменяя амплитудные коэффициенты только крайних основных ЭЦФ. При этом важную роль играет количество ЭЦФ в структуре ЦФ. Из рис. 5.13 видно, что амплитуда пульсаций на краях полосы пропускания ЦФ с чётным количеством ЭЦФ в структуре примерно одинакова даже для области нижних частот. Таким образом, оптимизирующие коэффициенты первого и последнего ЭЦФ могут быть одинаковыми. В то время как для ЦФ, представленных суперпозицией нечётного количества ЭЦФ, обладающих неодинаковой амплитудой пульсаций на краях полосы пропускания, требуется подбор разных амплитудных коэффициентов для первого и последнего основных ЭЦФ.

Рассмотрим процесс подбора амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ при чётном количестве ЭЦФ в структуре ЦФ. Как было показано выше, амплитудные коэффициенты могут быть приняты одинаковыми. На рис. 5.15 показана зависимость АЧХ от значений амплитудных коэффициентов крайних основных ЭЦФ.

На рисунке видна область наименьших пульсаций. Для более точного определения коэффициентов увеличим картинку в области наименьших пульсаций. На рис. 5.16 показана увеличенная область наименьших пульсаций.

По рисунку сложно определить область, в которой пульсации минимальны. Для наглядности развернём поверхность (рис. 5.17). В этом случае можно определить область значений амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ, при которых пульсации в полосе пропускания минимальны: $U_{m\,\text{опт}} \approx 0.605..0.61$.

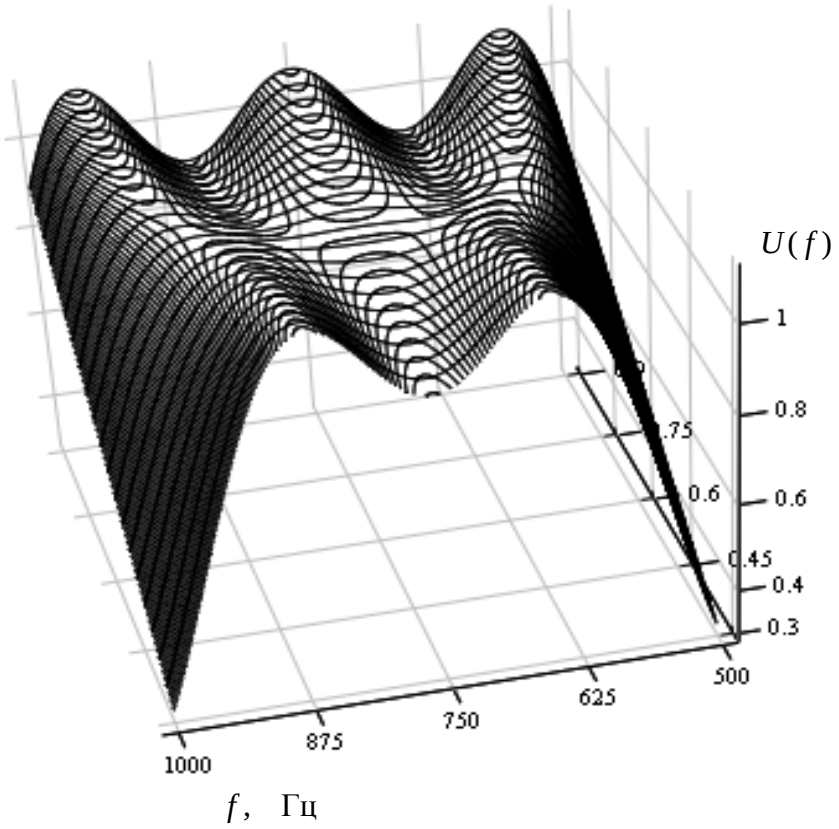


Рис. 5.15. *Зависимость АЧХ от амплитудных коэффициентов крайних ЭЦФ*

В данном случае не рассматривается влияние дополнительных ЭЦФ, которое может привести к дальнейшему уменьшению пульсаций.

В случае, когда количество ЭЦФ в структуре ЦФ нечётно, амплитудные коэффициенты должны быть несимметричными, что осложняет процесс их подбора. Тем не менее с помощью метода последовательного приближения можно добиться более чем удовлетворительных результатов.

Рассмотрим влияние амплитудных коэффициентов выходных сигналов крайних ЭЦФ на пульсации в полосе пропускания. Для этого построим поверхность аналогично рис. 5.15, с той лишь разницей, что переменным будет только один коэффициент. На рис. 5.18 показана поверхность, иллюстрирующая зависимость АЧХ ЦФ, состоящего из пяти ЭЦФ от амплитудного коэффициента пятого ЭЦФ.

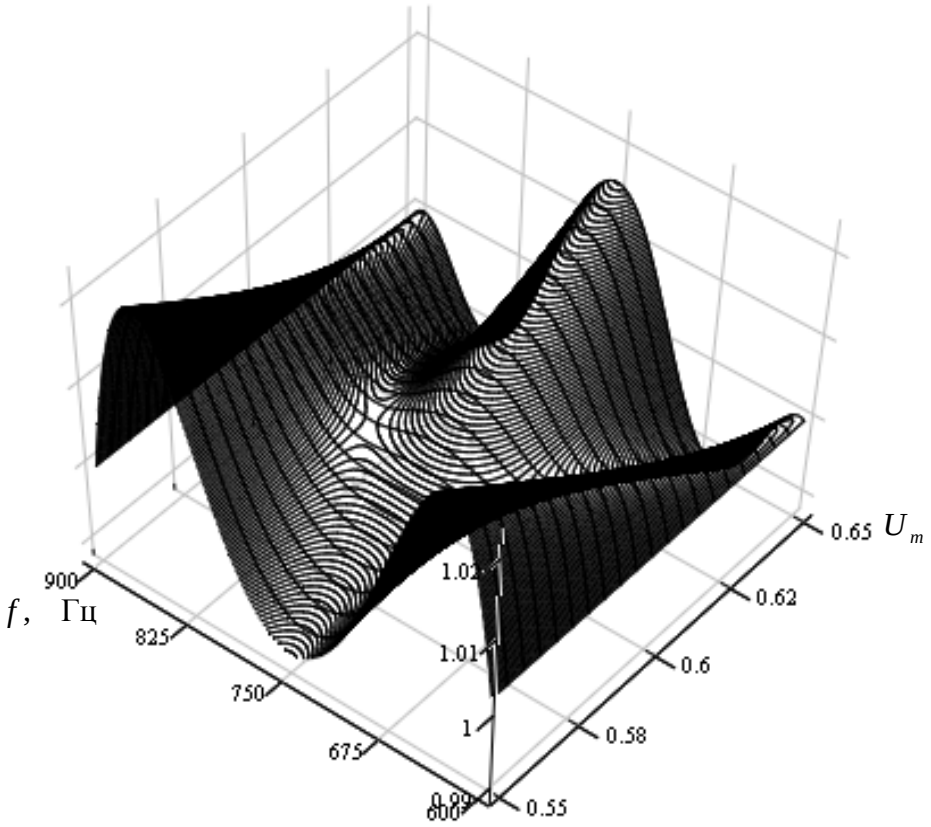


Рис. 5.16. *Область наименьших пульсаций АЧХ*

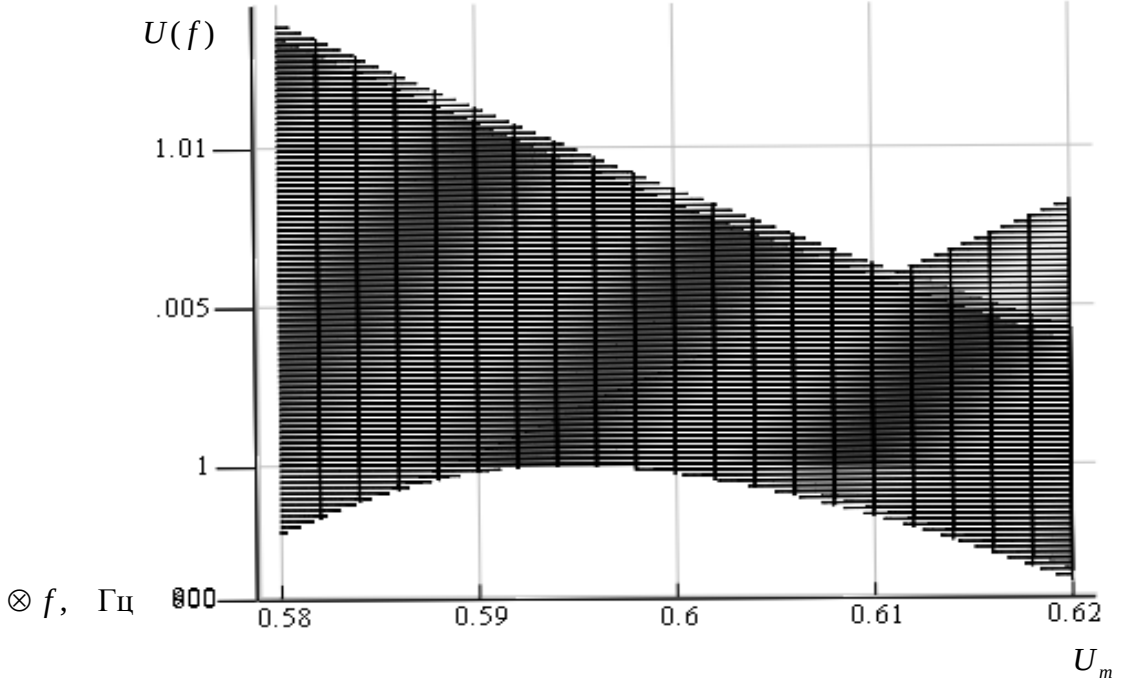


Рис. 5.17. *Область наименьших пульсаций АЧХ*

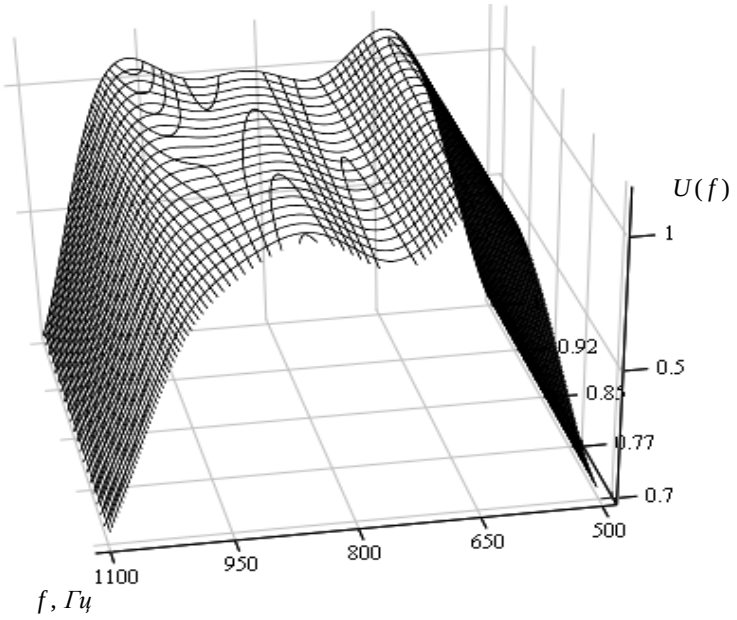


Рис. 5.18. *Зависимость АЧХ ЦФ от амплитудного коэффициента ЭЦФ*

Видно, что для значений амплитудного коэффициента пятого ЭЦФ в диапазоне 0.85..0.95 наблюдается уменьшение пульсаций АЧХ в области высоких частот. На рис. 5.19 построена поверхность зависимости АЧХ от амплитудного коэффициента первого ЭЦФ. Видно, что для значений амплитудного коэффициента пятого ЭЦФ в диапазоне 0.75..0.85 наблюдается уменьшение пульсаций АЧХ в области низких частот.

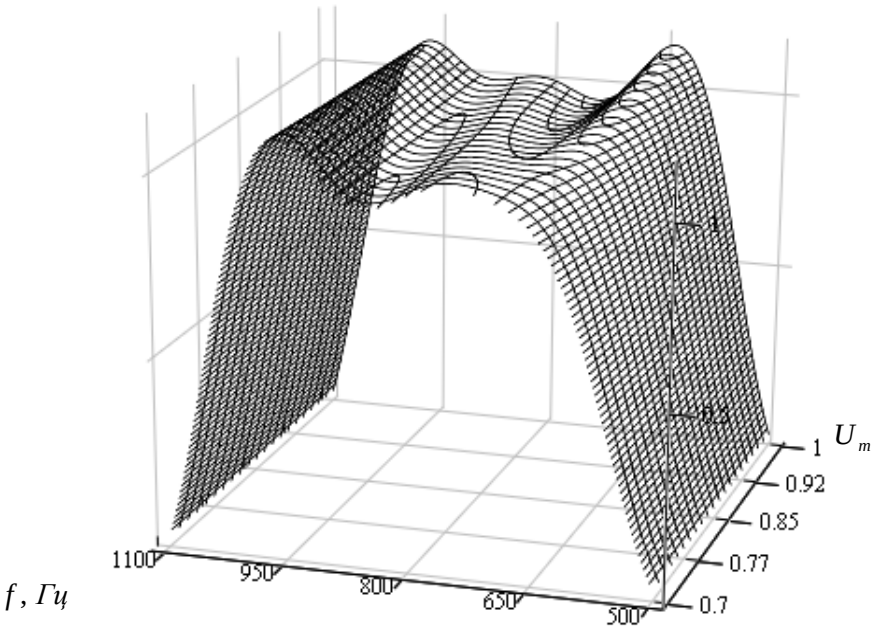


Рис. 5.19. *Зависимость АЧХ ЦФ от амплитудного коэффициента ЭЦФ*

Совместный подбор коэффициентов первого и пятого ЭЦФ методом последовательных приближений позволяет добиться удовлетворительных параметров АЧХ в области полосы пропускания. Для этого можно воспользоваться поверхностью, представленной на рис. 5.18 или на рис. 5.19, и, изменяя один из коэффициентов, подбирать область наибольшего подавления. Тем не менее такой метод достаточно неудобный и неточный. Более того, он не учитывает влияния дополнительных ЭЦФ.

5.4. Настройка полосы пропускания с помощью основных и дополнительных ЭЦФ

Во втором параграфе данной главы рассматривался вопрос определения полосы пропускания с помощью подбора основных ЭЦФ и количества отсчётов в скользящем окне N. При этом указывалось, что за счёт дискретного изменения средних частот ЭЦФ с шагом $f_0 = (N \cdot \Delta t)^{-1}$ предполагается погрешность максимальной и минимальной частот пропускания на величину $0.5 \cdot f_0$. Выше было показано, что изменение амплитудных коэффициентов основных и дополнительных ЭЦФ в той или иной степени влияет на ширину полосы пропускания. Определим эту степень. Рассмотрим ЦФ, состоящий из двух ЭЦФ. На рис. 5.20 приведена АЧХ ЦФ, состоящего из двух ЭЦФ, нормированная по амплитуде. Для этого были введены амплитудные коэффициенты $U_m = 0.78$, одинаковые для обоих ЭЦФ. Если коэффициенты изменять несимметрично, то АЧХ исказится. При этом ФЧХ сохранит свою линейность на участке полосы пропускания ЦФ. На рис. 5.20 приведены АЧХ для ЦФ, представленных двумя ЭЦФ, но с разными амплитудными коэффициентами. Хорошо видна возможность смещения полосы пропускания ЦФ.

Изменение амплитудных коэффициентов иллюстрирует способ точной настройки полосы пропускания. Рассмотрим возможность настройки частот для ЦФ, состоящего из трёх и более ЭЦФ. На рис. 5.21 приведён пример смещённой АЧХ за счёт использования следующих коэффициентов основных ЭЦФ: $U_{m1} = 0.76$; $U_{m2} = 1$; $U_{m3} = 0.94$; и одного дополнительного ЭЦФ с амплитудным коэффициентом: $U_{m4} = 0.3$. Видно, что уменьшение первого коэффициента привело к уменьшению уровня АЧХ в области частоты первого коэффициента и, соответственно, к увеличению нижней частоты пропускания. Уменьшение третьего амплитудного коэффициента и появление дополнительного ЭЦФ позволило увеличить верхнюю частоту полосы пропускания ЦФ. Таким образом, произошло смещение полосы пропускания. Аналогичным образом могут быть подобраны коэффициенты для точной настройки полосы пропускания ЦФ.

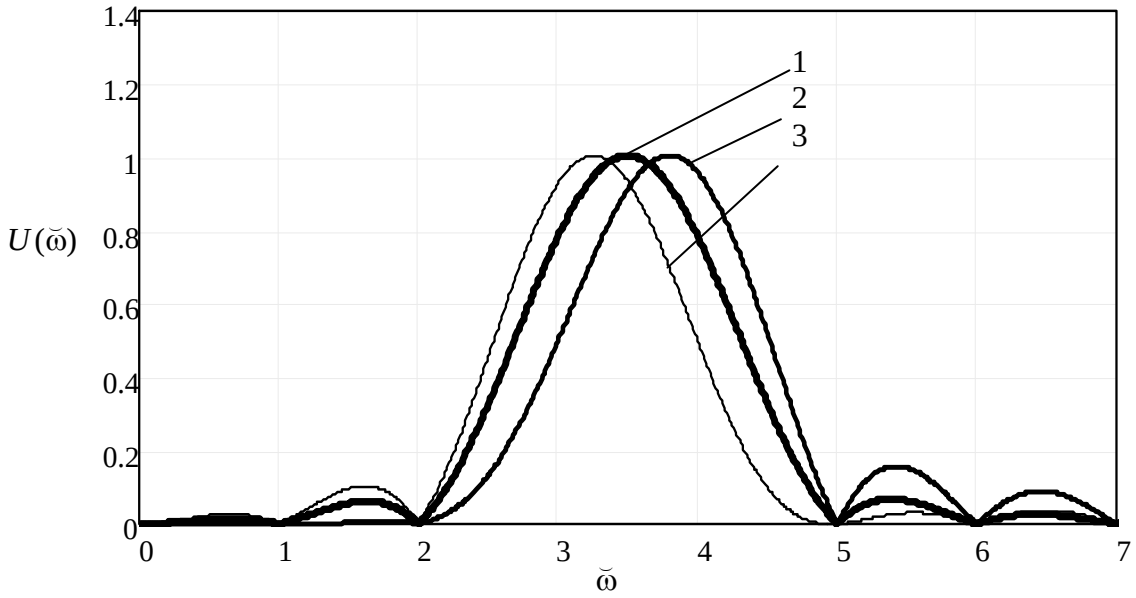


Рис. 5.20. *АЧХ цифрового фильтра*

Коэффициенты ЭЦФ: 1) $U_{m1} = 0.78; U_{m2} = 0.78$ *; 2)* $U_{m1} = 0.5; U_{m2} = 0.96$ *;*

3) $U_{m1} = 0.93; U_{m2} = 0.5$

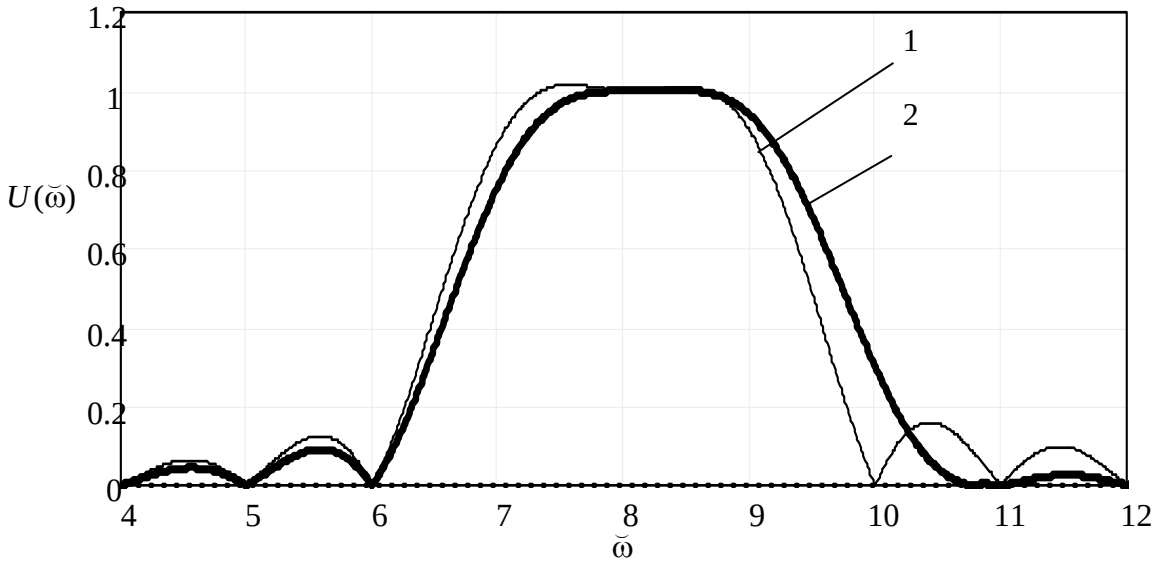


Рис. 5.21. *Смещение АЧХ цифрового фильтра*

Рассмотрим смещение полосы пропускания ЦФ, состоящего из шести ЭЦФ. На рис. 5.22 представлены АЧХ с разной шириной полосы пропускания. Для сравнения приведены АЧХ ЦФ с четырьмя, пятью и шестью ЭЦФ в структуре и уменьшенными пульсациями в полосе пропускания. Показана возможность регулировки ширины полосы пропускания как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Из рисунка видно, что изменение амплитудных коэффициентов ЭЦФ позволяет точно настраивать параметры полосы пропускания

ЦФ. Амплитудные коэффициенты ЭЦФ фильтров, АЧХ которых приведены на рис. 5.22, сведены в табл. 5.1. Проанализируем значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ.

Из таблицы видно, что настройка ширины полосы пропускания осуществляется только за счёт амплитудных коэффициентов крайних ЭЦФ. При этом остальные амплитудные коэффициенты сохраняют свои значения.

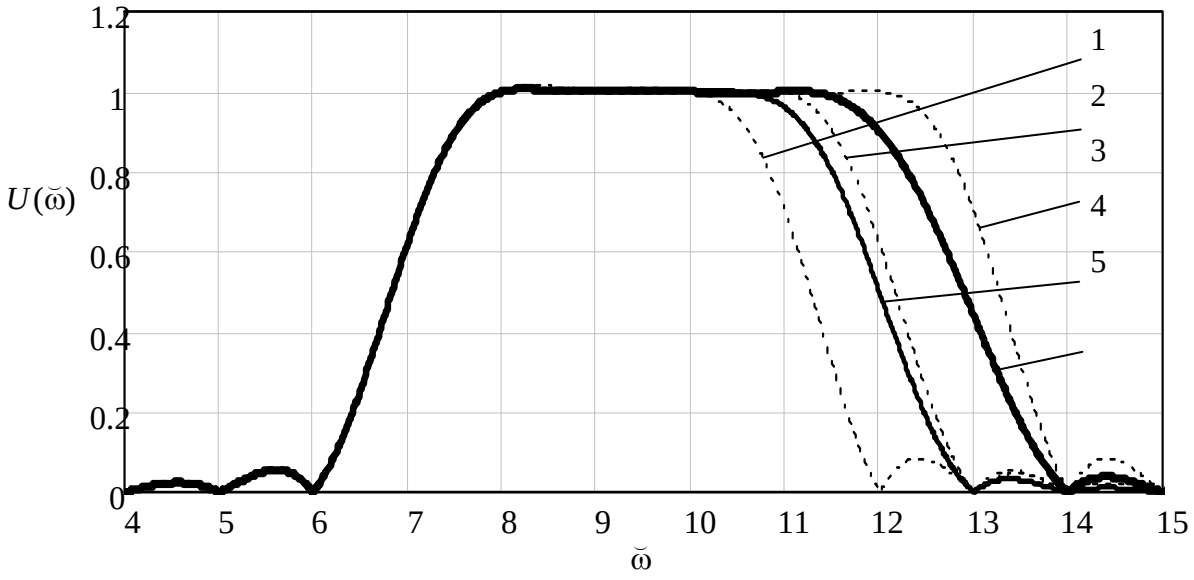


Рис. 5.22. *Настройка АЧХ за счёт амплитудных коэффициентов:*
1) АЧХ ЦФ с четырьмя ЭЦФ в структуре; 2) АЧХ ЦФ с пятью ЭЦФ в структуре;
3) АЧХ ЦФ с шестью ЭЦФ в структуре; 4) АЧХ ЦФ с уменьшенной полосой пропускания;
5) АЧХ ЦФ с увеличенной полосой пропускания

Таблица 5.1

Значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ

№ ЭЦФ	U_{m1}	U_{m2}	U_{m3}	U_{m4}	U_{m5}	U_{m6}	U_{m7}
1	0,62	1	1	1	0,7	-	-
2	0,62	1	1	1	1	0,62	-
3	0,62	1	1	1	1	1	0,7
4	0,62	1	1	1	0,96	0,5	-
5	0,62	1	1	1	1	0,9	0,44

5.5. Методика подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ

Подбор амплитудных коэффициентов с целью улучшения свойств АЧХ ЦФ представляет собой достаточно сложную задачу, так как каждый амплитудный коэффициент влияет на всю АЧХ. Исходя из этого, гораздо проще синтезировать ЦФ, в структуре которого находится чётное количество ЭЦФ, так как амплитудные коэффициенты выходных сигналов ЭЦФ симметричны относительно середины полосы пропускания.

Рассмотрим практичный алгоритм подбора амплитудных коэффициентов для ЦФ, в структуре которого находится чётное количество ЭЦФ. Для улучшения свойств АЧХ предлагается ввести поверхность, по осям абсцисс и ординат которой находятся амплитудные коэффициенты. В качестве оси аппликат выступает улучшаемый параметр или набор улучшаемых параметров в булевом режиме, отвечающих истиной при их совокупном удовлетворении соответствующих заданных условий.

На рис. 5.23 приведена АЧХ ЦФ с указанием величин, выступающих улучшаемыми параметрами. Улучшаемым параметром по степени подавления вне полосы пропускания выступает второй боковой лепесток. Это объясняется тем, что введение дополнительного ЭЦФ вызовет переход первого бокового лепестка в область спада. Это видно из рис. 5.7. Для улучшения параметров АЧХ будем изменять амплитудные коэффициенты крайних основных ЭЦФ, настроенных на нормированные частоты 5 и 8 (U_{m5}, U_{m8}), и дополнительных ЭЦФ, настроенных на нормированные частоты 4 и 9 (U_{m4}, U_{m9}).

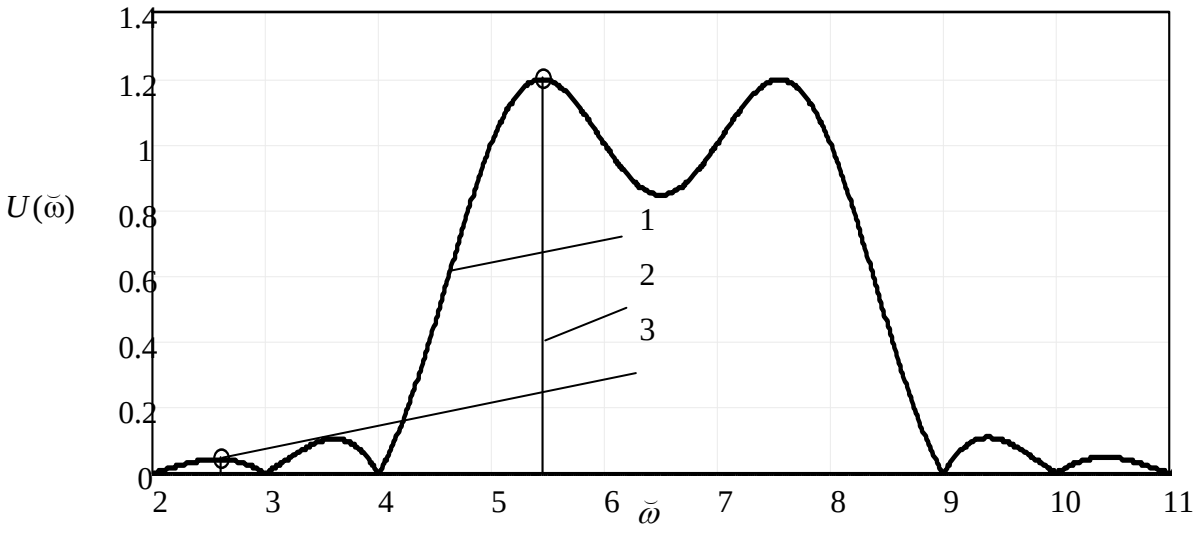


Рис. 5.23. *АЧХ фильтра:*

1) АЧХ ЦФ, состоящего из четырёх ЭЦФ; 2) пульсации в полосе пропускания;

3) пульсации вне полосы пропускания

Построим поверхности, описывающие зависимость указанных параметров от значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ. На рис. 5.24 приведена поверхность, описывающая зависимость подавления в области второго лепестка на нормированной частоте $\breve{\omega}_{k1} = 0.26$.

На рисунке видна прямая линия (провал поверхности), значения улучшаемого параметра на которой наиболее удовлетворительны. Для удобства представления переведём поверхность в вид графика контурных линий. При этом тёмная область соответствует наиболее подходящим значениям улучшаемого параметра.

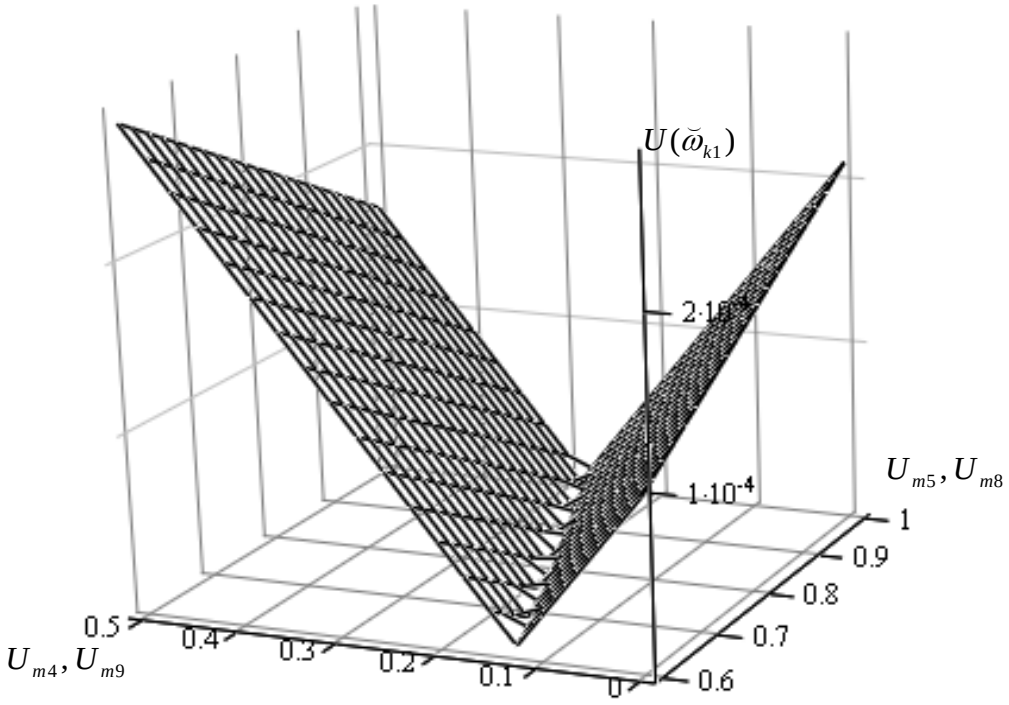


Рис. 5.24. *Поверхность зависимости улучшаемого параметра от амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ*

На рис. 5.25 изображён контурный график с высоким разрешением. Видно, что наиболее подходящие значения параметра лежат на одной прямой.

Таким образом, решение задачи улучшения одного параметра может иметь множество решений. Для выделения области наиболее подходящих значений отбросим все значения, превышающие допустимый критерий согласно следующему условию:

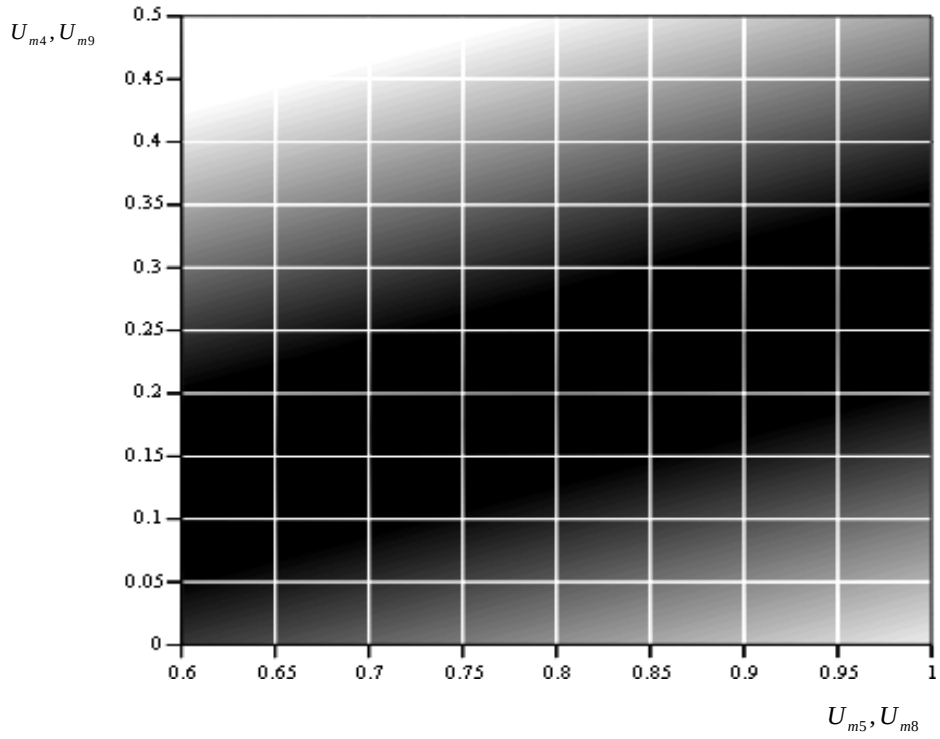


Рис. 5.25. *Контурный график зависимости улучшаемой величины от амплитудных коэффициентов*

$$K(U_{m4}, U_{m5}, U_{m8}, U_{m9}) = \begin{cases} U(\breve{\omega}_{K1}) \text{ если } U(\breve{\omega}_{K1}) < U_{kmin} \\ 1 \quad \text{в остальных случаях} \end{cases}, \qquad (5.8)$$

где $K(U_{m4}, U_{m5}, U_{m8}, U_{m9})$ – значение амплитудных коэффициентов ЭЦФ; $U(\breve{\omega}_{K1})$ – значение улучшаемого параметра (отсчёт АЧХ при заданной частоте); U_{kmin} – минимальный уровень максимально удовлетворяющего значения улучшаемого параметра.

В выражении (5.8) в неудовлетворяющих случаях принято значение единицы для контрастности между удовлетворяющими и неудовлетворяющими значениями улучшаемого параметра на контурном графике. Критерием выбран уровень, при котором значение улучшаемой величины ниже $U_{k1min} = 2 \cdot 10^{-6}$. Результат приведён на рис. 5.26.

На рис. 5.27 приведены результирующие АЧХ для выборки значений $U_{m5}, U_{m8} = 0.6, \quad 0.8, \quad 1.0$. Значения U_{m4}, U_{m9} найдены по рис. 5.26. При этом для демонстрации подавления вне полосы пропускания график построен в линейной и логарифмической осях ординат. Видно, что во всех случаях улучшаемый параметр удовлетворителен. Тем не менее форма АЧХ отличается значительно.

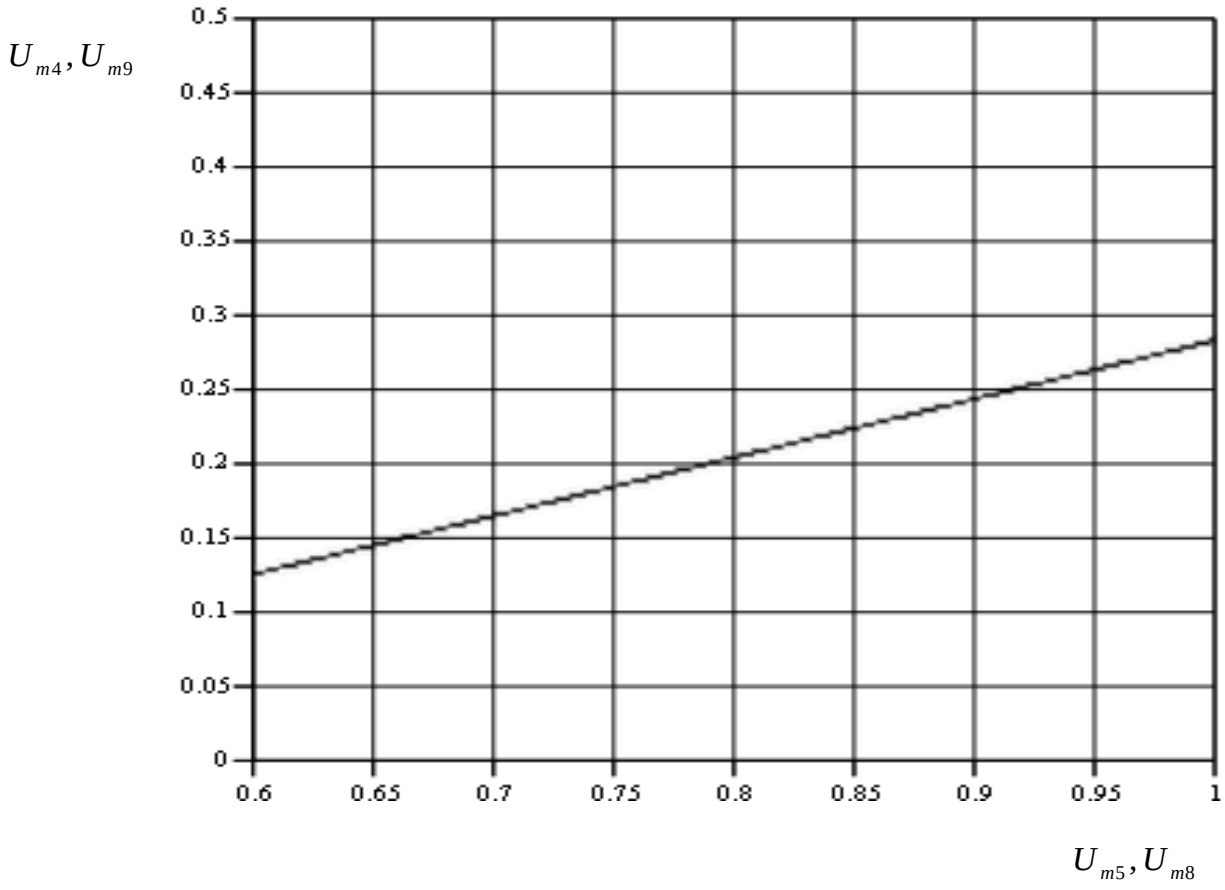


Рис. 5.26. *Контурный график подходящих значений улучшаемых параметров от амплитудных коэффициентов*

В области полосы подавления видно, что улучшаемый параметр обладает меньшим значением по сравнению с уровнем полосы подавления. Таким образом, наиболее подходящий параметр при одном значении амплитудных коэффициентов перестаёт быть таковым при других значениях амплитудных коэффициентов.

Для достижения лучшего результата следует взять выборку трёх параметров в пределах вторых боковых лепестков в области низких и высоких частот. В этом случае выражение (5.8) перепишется в следующем виде:

$$K(U_{m4}, U_{m5}, U_{m8}, U_{m9}) = \begin{cases} 0 \text{ если } U(\breve{\omega}_{K1}, \breve{\omega}_{K2}, \breve{\omega}_{K3}, \breve{\omega}_{K4}, \breve{\omega}_{K5}, \breve{\omega}_{K6}) < U_{k1min} \\ 1 \quad \text{в остальных случаях} \end{cases} . \qquad (5.9)$$

Согласно выражению (5.9) выберем значения частот, соответствующих улучшаемым значениям АЧХ. Для АЧХ, представленной на рис. 5.23, значения нормированных частот будут следующими: $\breve{\omega}_{K1} = 2.3$, $\breve{\omega}_{K2} = 2.6$, $\breve{\omega}_{K3} = 2.8$, $\breve{\omega}_{K4} = 10.2$, $\breve{\omega}_{K5} = 10.4$, $\breve{\omega}_{K6} = 10.6$.

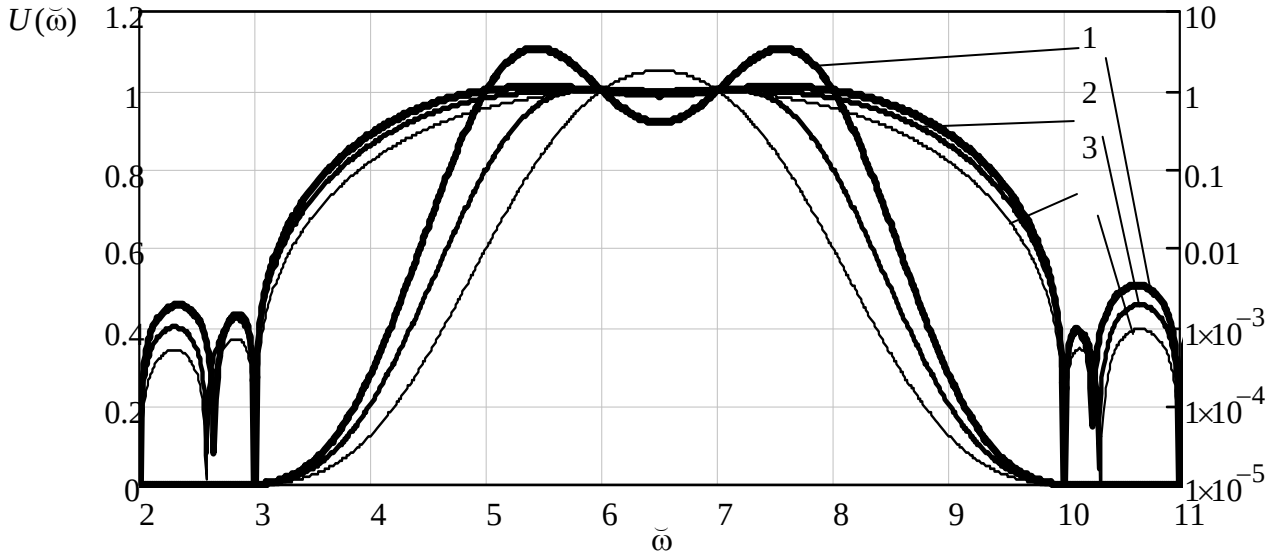


Рис. 5.27. *АЧХ ЦФ с различными значениями амплитудных коэффициентов ЭЦФ:*

1) $U_{m5}, U_{m8} = 0.6$*;* $U_{m4}, U_{m9} = 0.126$*; 2)* $U_{m5}, U_{m8} = 0.8$*;* $U_{m4}, U_{m9} = 0.205$*;*

3) $U_{m5}, U_{m8} = 1.0$*;* $U_{m4}, U_{m9} = 0.28$

На рис. 5.28 построен контурный график в соответствии с выражением (5.9) при $U_{k1min} = 1 \cdot 10^{-5}$.

Сравнивая рис. 5.26 и 5.28 можно сделать вывод о совпадении подходящих значений амплитудных коэффициентов независимо от количества улучшаемых параметров в пределах вторых боковых лепестков. Иными словами, рис. 5.26 даёт достаточную информацию для подбора амплитудных коэффициентов с целью улучшения свойств АЧХ по подавлению.

Из рис. 5.27 видно, что, несмотря на приблизительно одинаковое подавление в области второго лепестка, при подборе коэффициентов согласно формуле (5.8) значительно отличается амплитуда пульсаций в полосе пропускания. Для чётного количества ЭЦФ в структуре ЦФ пульсации имеют симметричный характер, таким образом, критерий оценки амплитуды пульсаций целесообразно помещать в середину полосы пропускания. Для АЧХ, изображённой на рис. 5.23, нормированная частота середины полосы пропускания составляет $\breve{\omega}_{ср} = 6.5$. Таким образом, оценку будем вести по ней. В этом случае выражение (5.8) примет следующий вид:

$$K(U_{m4}, U_{m5}, U_{m8}, U_{m9}) = \begin{cases} 0 \text{ если } U(\breve{\omega}_{K1}) < U_{kmin} \wedge U(\breve{\omega}_{\text{ср}}) < U_{\text{ср}max} \wedge U(\breve{\omega}_{\text{ср}}) > U_{\text{ср}min} \\ 1 \quad \text{в остальных случаях} \end{cases}, \quad (5.10)$$

где $\breve{\omega}_{K1} = 2.6$; $\breve{\omega}_{\text{ср}} = 6.5$; $U_{\text{ср}max}$ – максимальное значение АЧХ в середине полосы пропускания; $U_{\text{ср}\min}$ – минимальное значение АЧХ в середине полосы пропускания.

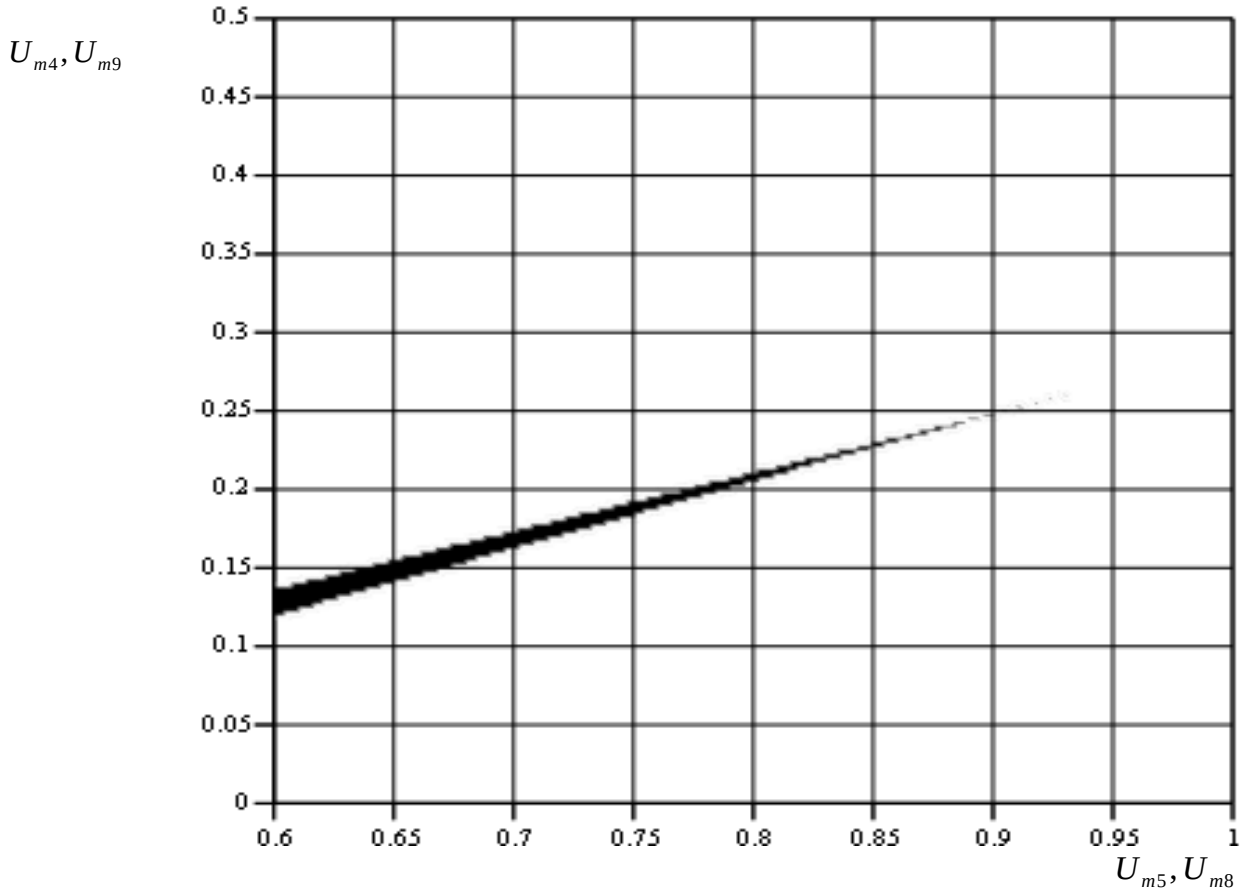


Рис. 5.28. *Контурный график подходящих значений улучшаемых параметров АЧХ в зависимости от амплитудных коэффициентов ЭЦФ*

Результат поиска амплитудных коэффициентов приведён на рис. 5.29. Уменьшая допустимое отклонение АЧХ в точке средней частоты, получена область наиболее подходящих значений амплитудных коэффициентов. Значения допусков определялись как: $U_{kmin} = 0.0001$; $U_{\text{ср}max} = 1.0001$; $U_{\text{ср}min} = 0.9999$.

Результирующая АЧХ для $U_{m5}, U_{m8} = 0.754$; $U_{m4}, U_{m9} = 0.187$ приведена на рис. 5.30. По рисунку виден результат подбора коэффициентов – уменьшение пульсаций в полосе пропускания и достаточное подавление в области второго лепестка.

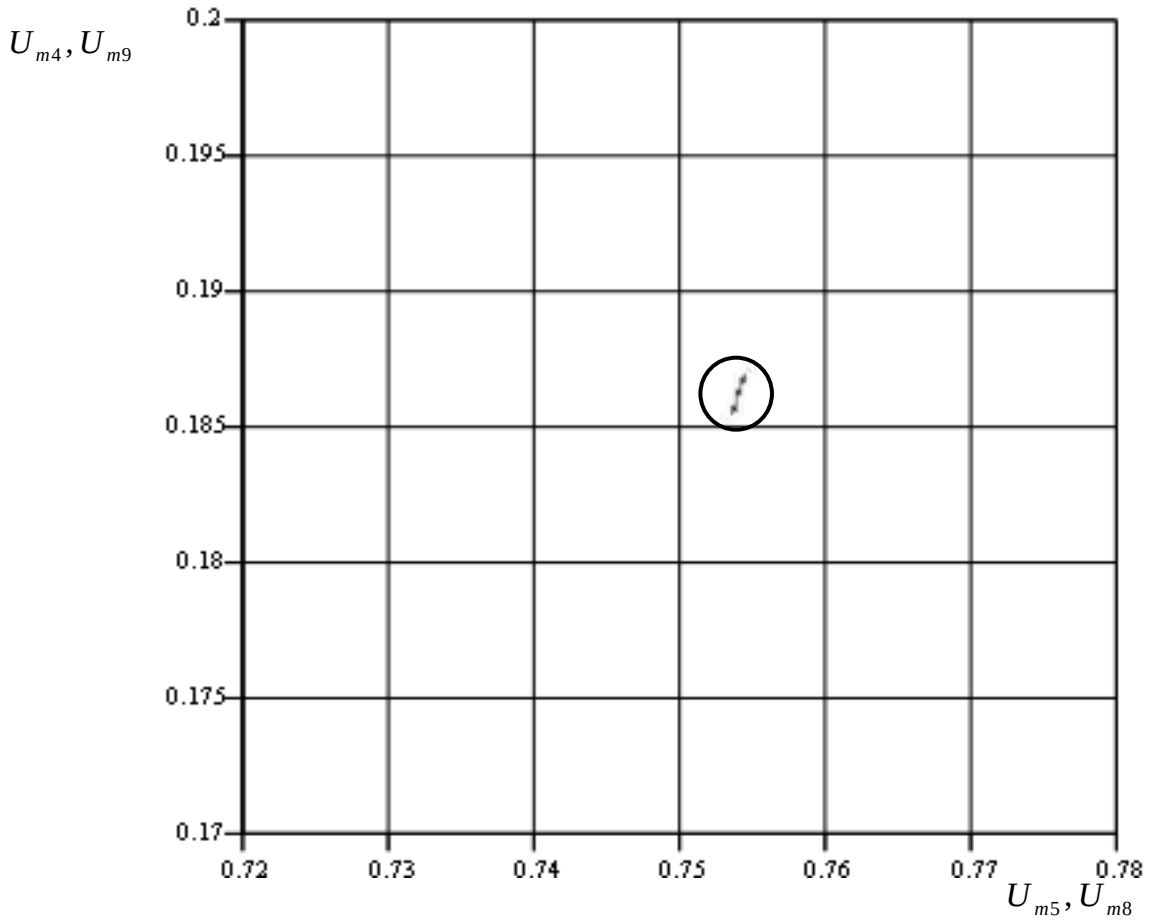


Рис. 5.29. *Контурный график подходящих значений улучшаемых параметров АЧХ в зависимости от амплитудных коэффициентов ЭЦФ*

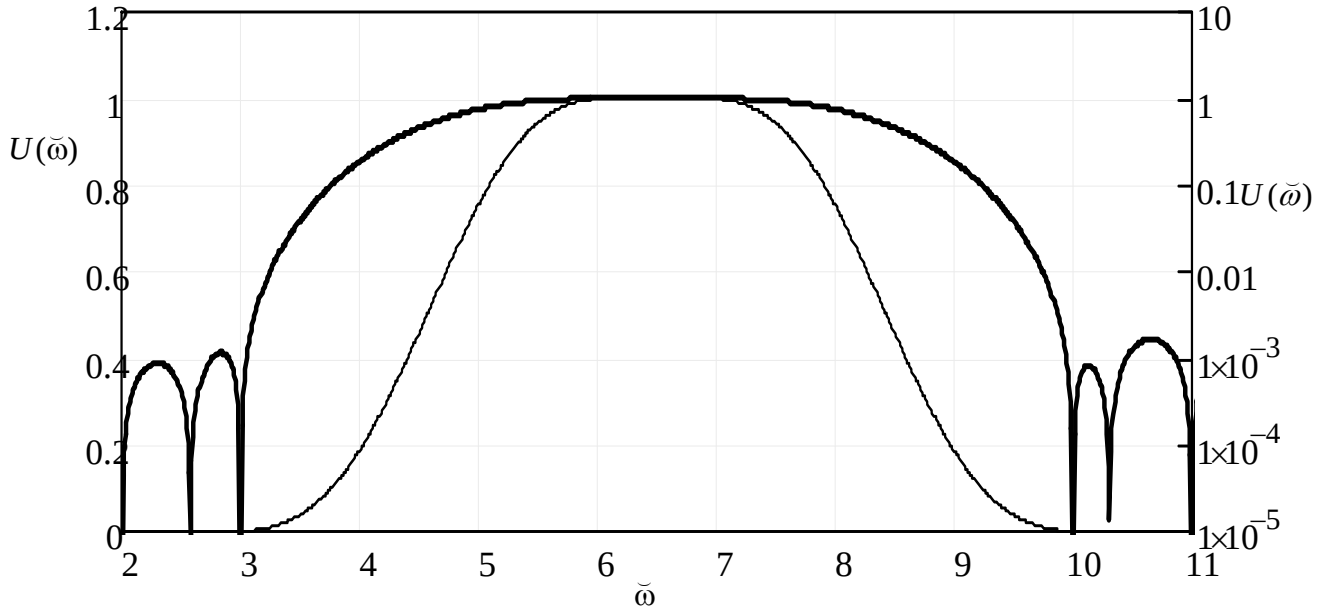


Рис. 5.30. *Улучшенная АЧХ*

Таким образом, используя формулу (5.10) и поверхность, аналогичную приведённой на рис. 5.29, можно подобрать значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ с целью улучшения параметров АЧХ синтезируемого ЦФ.

Тем не менее они не учитывают возможность регулировки ширины полосы пропускания. Следовательно, необходимо решить задачу разработки простого алгоритма для поиска оптимальных значений амплитудных коэффициентов ЭЦФ с учётом заданной ширины полосы пропускания. При этом количество подбираемых амплитудных коэффициентов может превышать число 2, что ограничивает возможность использования поверхности. В данном случае предлагается использовать метод последовательных приближений с промежуточным подбором коэффициентов с помощью формул (5.8, 5.10). Аналогично можно подойти и к подборке амплитудных коэффициентов дополнительных ЭЦФ [5].

В случае, когда ЦФ представлен нечётным количеством ЭЦФ, его АЧХ несимметрична относительно середины полосы пропускания. При этом стоит отметить, что асимметрия АЧХ ощутима только для ЭЦФ с низкими номерами. Это объясняется затуханием второго слагаемого в выражении (5.2). Таким образом, метод, описанный выше, может быть применён и для нечётного количества ЭЦФ в структуре ЦФ, если номера ЭЦФ велики или требования к АЧХ не поставлены жёстко.

В ряде задач может возникнуть проблема синтеза ЦФ с нечётным количеством ЭЦФ первых номеров в структуре. В этом случае асимметрия АЧХ должна быть учтена при подборе амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ. Ещё одним важным моментом является количество ЭЦФ в структуре. Очевидно, что при большом количестве ЭЦФ в структуре взаимное влияние изменения амплитудных коэффициентов крайних основных и дополнительных ЭЦФ в области низших частот и высших частот пропускания будет незначительным и им можно пренебречь. В общем случае асимметрия должна быть учтена.

Рассмотрим метод подбора коэффициентов с учётом асимметрии АЧХ.

Исследования показали, что на предварительном этапе проектирования можно пренебречь асимметрией в полосе пропускания. Для этого требуется увеличить амплитудный коэффициент последнего ЭЦФ.

В качестве примера подберём амплитудные коэффициенты для ЦФ, состоящего из 5 ЭЦФ. АЧХ фильтра с единичными коэффициентами приведена на рис. 5.31.

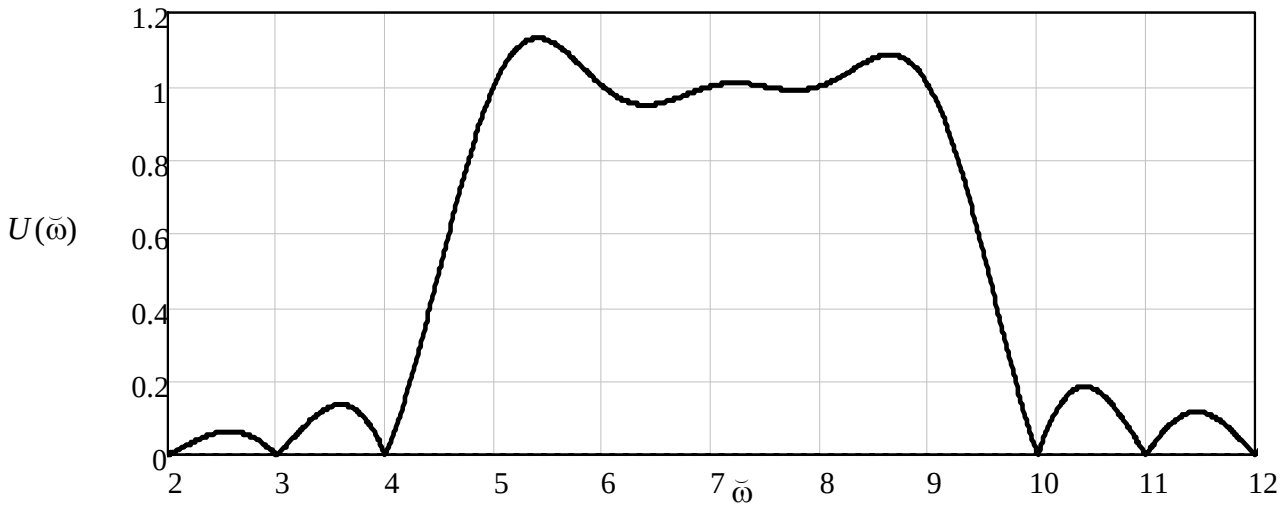


Рис. 5.31. *АЧХ цифрового фильтра*

Согласно проведённым исследованиям амплитудный коэффициент для последнего ЭЦФ ($\breve{\omega} = 9$) определяется следующим образом:

$$U_{m\,9} = \frac{U_{\breve{\omega}1}}{U_{\breve{\omega}2}}, \tag{5.11}$$

где $U_{\breve{\omega}1}$ – максимальная амплитуда пульсации в области нижних частот полосы пропускания ($\breve{\omega}_1 = 5.4$); $U_{\breve{\omega}2}$ – максимальная амплитуда пульсации в области верхних частот полосы пропускания ($\breve{\omega}_2 = 8.6$). Для АЧХ, изображённой на рис. 5.31, выражение (5.11) при подстановке числовых значений приобретает следующий вид: $U_{m\,9} = \frac{1.13}{1.085} = 1.042$. Подстановка полученного амплитудного коэффициента даёт результат, изображённый на рис. 5.32.

Имея одинаковую амплитуду пульсаций в области низших и высших частот полосы пропускания, можно сделать предположение, что при подборе амплитудных коэффициентов для АЧХ, изображённой на рис. 5.32, значения амплитудных коэффициентов крайних основных ЭЦФ будут одинаковыми. При этом сохраняется асимметрия боковых лепестков. Дальнейшие действия аналогичны описанным выше для улучшения АЧХ при чётном количестве ЭЦФ в структуре ЦФ, с той лишь разницей, что для компенсации асимметрии АЧХ вводится дополнительный амплитудный коэффициент для дополнительного ЭЦФ в области верхних частот, подбор которого осуществляется методом последовательных приближений.

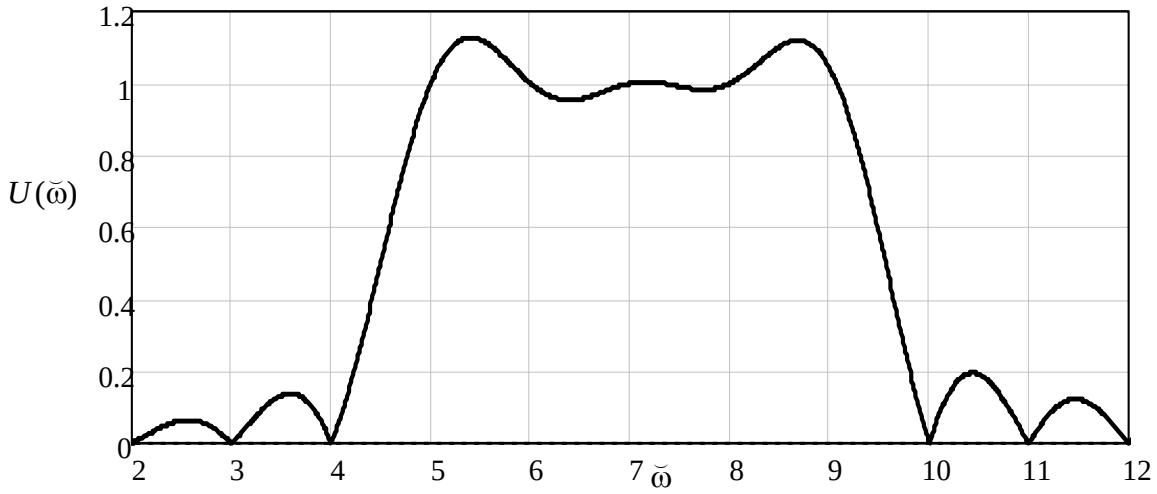


Рис. 5.32. *АЧХ цифрового фильтра*

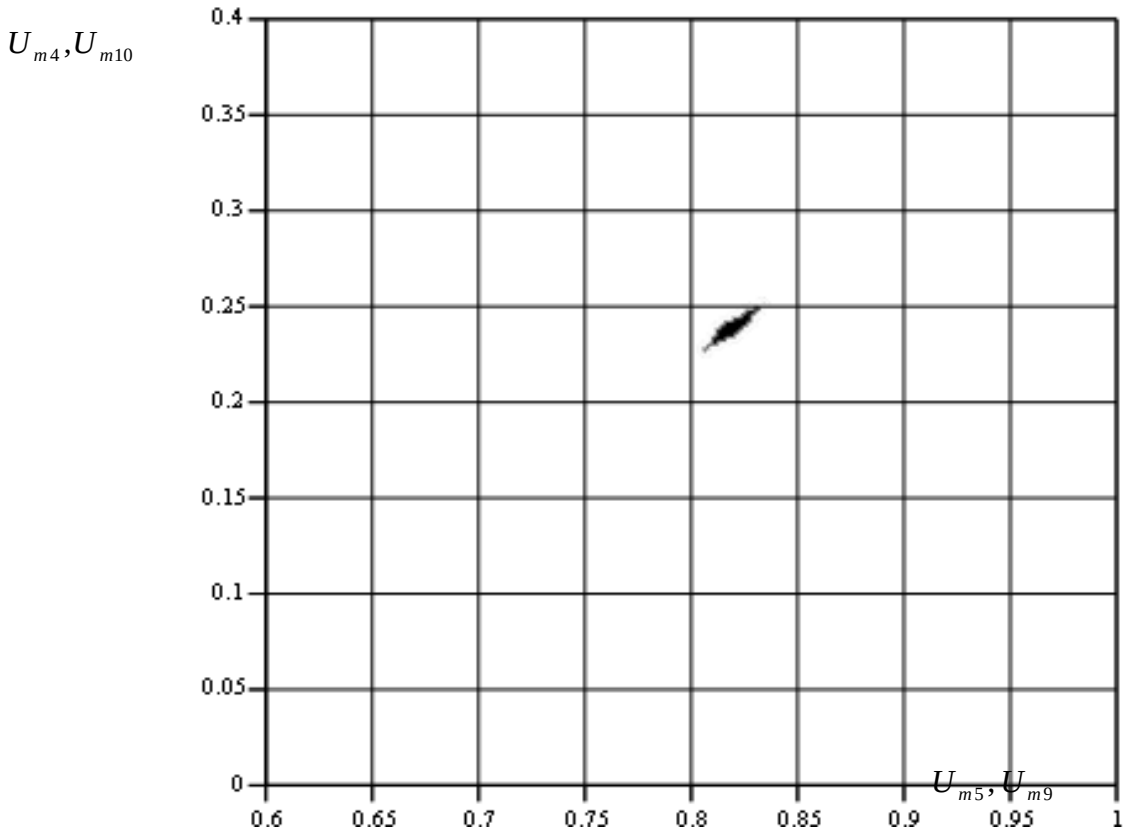


Рис. 5.33. *Контурный график подходящих значений амплитудных коэффициентов*

На первом этапе примем дополнительный амплитудный коэффициент дополнительного ЭЦФ в области верхних частот равным единице. Построение поверхности допустимых значений даёт следующие результаты (рис. 5.33). По полученной поверхности были выбраны следующие значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ: $U_{m4} = 0.24$; $U_{m5} = 0.825$;

$U_{m9} = 1.042 \cdot 0.825 = 0.86$; $U_{m10} = 0.24$. Результирующая АЧХ представлена на рис. 5.34. При этом построение велось в двух координатных системах – в линейной и логарифмической. По рисунку видно, что подавление вблизи полосы пропускания области верхних частот уступает подавлению вблизи полосы пропускания в области нижних частот в связи с асимметрией АЧХ. Для компенсации асимметрии требуется ввести дополнительный амплитудный коэффициент для дополнительного ЭЦФ в области верхних частот полосы пропускания. Примем его равным $A_{\text{доп}10} = 1.1$.

Контурный график подходящих значений улучшаемых критериев от амплитудных коэффициентов ЭЦФ с учётом дополнительного коэффициента представлен на рис. 5.35. Видно, что значения подходящих амплитудных коэффициентов изменились.

По полученному контурному графику были выбраны следующие значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ: $U_{m4} = 0.23$; $U_{m5} = 0.8$; $U_{m9} = 1.042 \cdot 0.8 = 0.834$; $U_{m10} = 0.23 \cdot 1.1 = 0.253$. Результирующая АЧХ представлена на рис. 5.36.

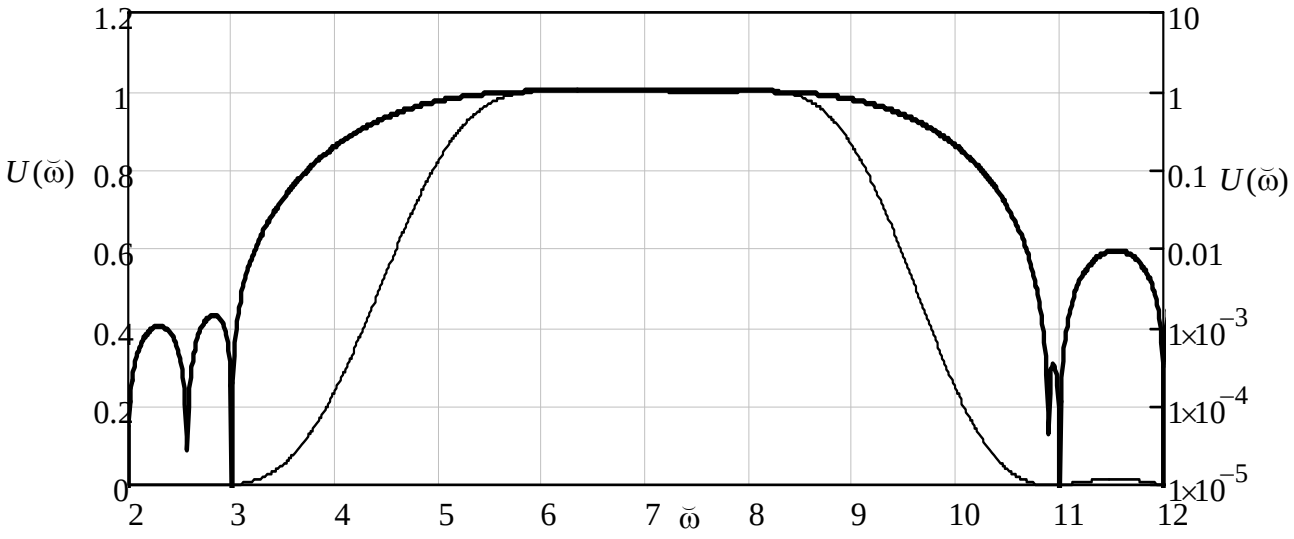


Рис. 5.34. *АЧХ цифрового фильтра*

Из рисунка видно, что увеличение дополнительного амплитудного коэффициента привело к улучшению подавления. Дальнейший подбор коэффициента показал, что наиболее подходящим значением является $U_{\text{m}10} = 1.18$. В этом случае контурный график наиболее оптимальных значений улучшаемых критериев в зависимости от амплитудных коэффициентов будет выглядеть следующим образом (рис. 5.37).

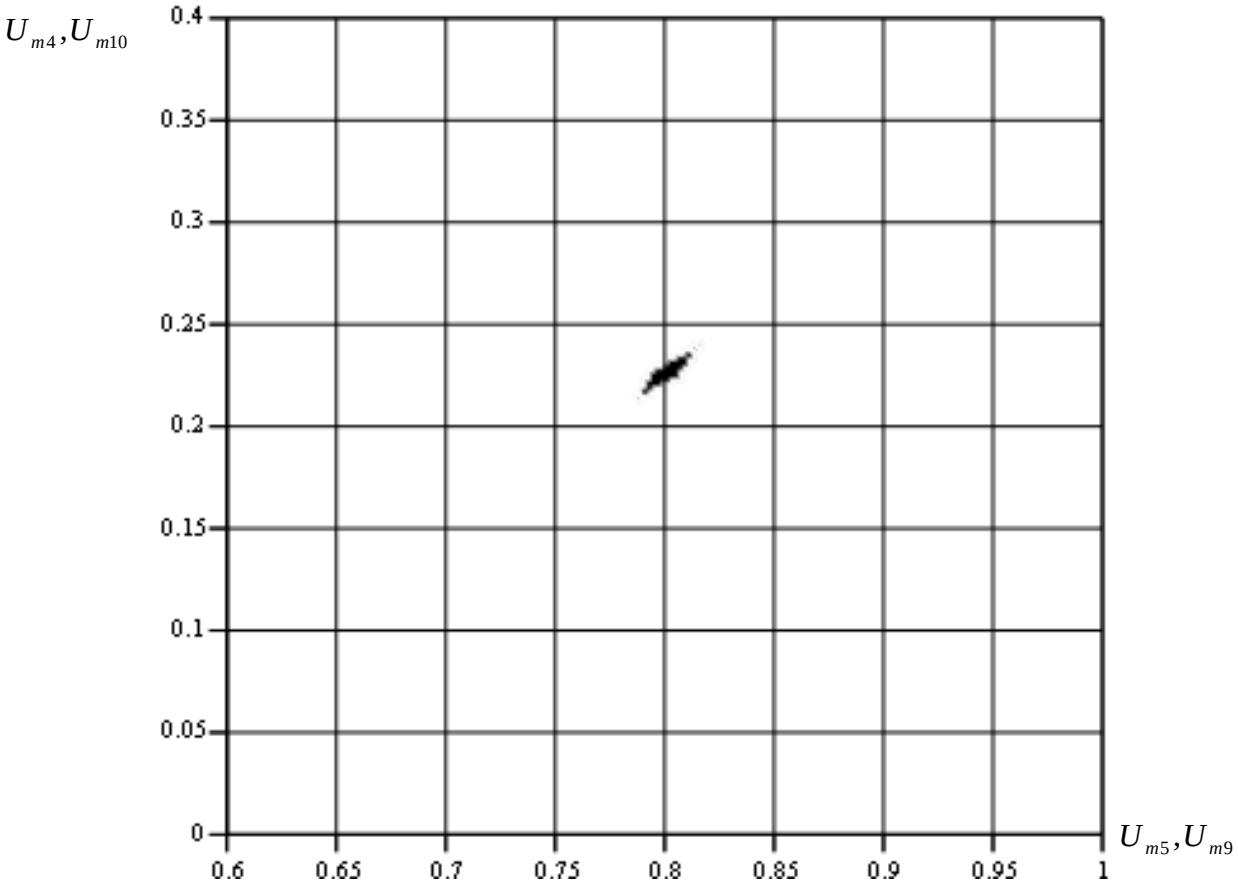


Рис. 5.35. *Контурный график подходящих значений амплитудных коэффициентов*

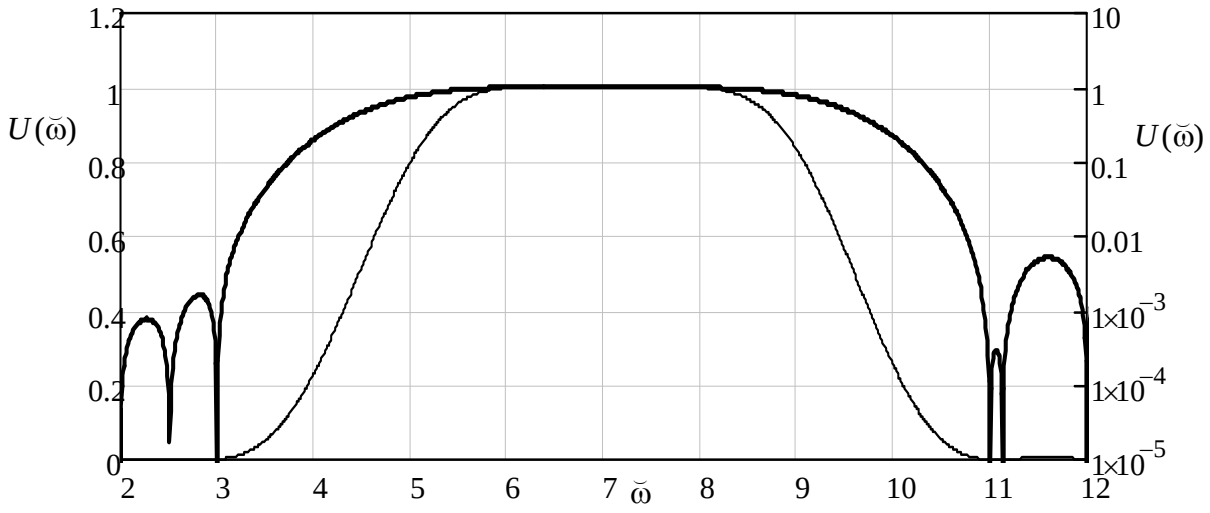


Рис. 5.36. *АЧХ цифрового фильтра*

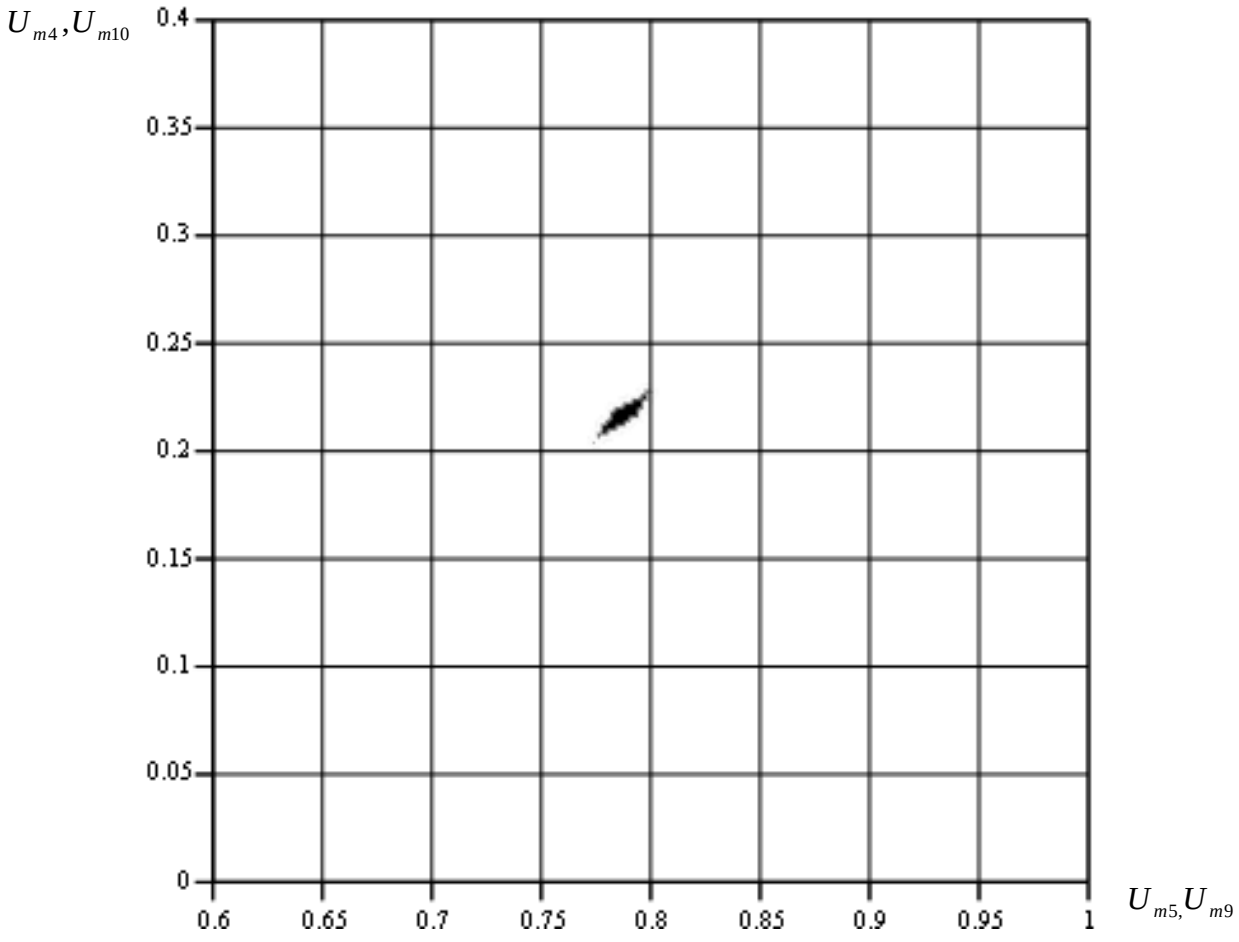


Рис. 5.37. *Контурный график подходящих значений амплитудных коэффициентов*

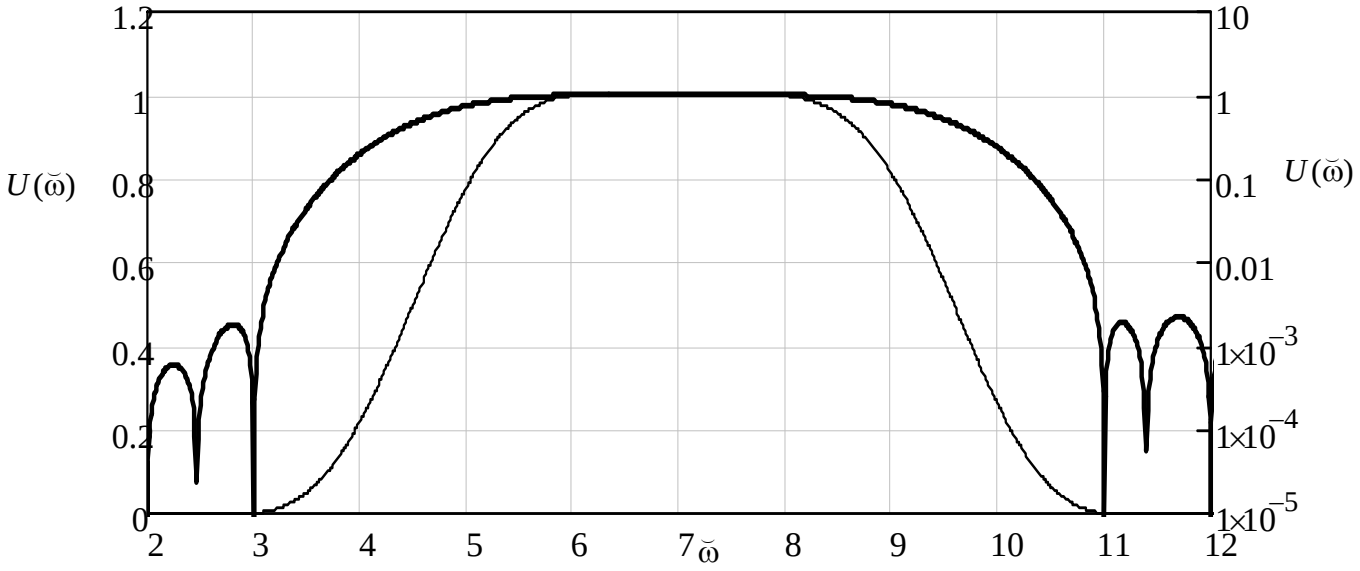


Рис. 5.38. *АЧХ цифрового фильтра*

По полученному контурному графику были выбраны следующие значения амплитудных коэффициентов ЭЦФ: $U_{m4} = 0.22$; $U_{m5} = 0.78$; $U_{m9} = 1.042 \cdot 0.78 = 0.81$; $U_{m10} = 0.22 \cdot 1.18 = 0.26$. Результирующая АЧХ представлена на рис. 5.38. Из рисунка видно относительное равенство боковых лепестков по амплитуде.

Таким образом, можно сделать вывод о возможности использования данной методики подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ с целью улучшения параметров АЧХ ЦФ.

5.6. Синтез цифрового фильтра по заданным параметрам

Рассмотрим процесс синтеза ЦФ с линейной ФЧХ по заданным параметрам АЧХ. Пусть заданы следующие исходные параметры:

Частота дискретизации $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}$ c.

Нижняя граница полосы пропускания: $\omega_1 = 3$ кГц.

Верхняя граница полосы пропускания: $\omega_2 = 4{,}35$ кГц.

Степень подавления: 40 дБ.

Пульсации в полосе пропускания в пределах ± 1%.

Полоса спада: 0,3 кГц.

Так как полоса спада ЦФ определяется шириной полосы спада ЭЦФ и с учётом дополнительных ЭЦФ соответствует утроенной частоте f_0, минимальная длительность скользящего окна находится из следующего выражения:

$$1/3 \cdot f_{\text{сп}} = (N \cdot \Delta t)^{-1}. \qquad (5.12)$$

В данном случае полоса пропускания задаётся исходя из среднего значения допустимых пульсаций, то есть уровень $1/\sqrt{2}$ находится в области полосы спада. Из выражения (5.12) примем число N=10000. В соответствии с этим подберём номера ЭЦФ с 29 по 44. Соответствующая АЧХ представлена на рис. 5.39. Все амплитудные коэффициенты выходных сигналов ЭЦФ приняты равными единице. На рисунке обозначены предполагаемые допуски. Из рисунка видно, что на данном этапе АЧХ является неудовлетворительной. Проведём подбор амплитудных коэффициентов согласно методике. В результате подбора коэффициентов АЧХ приобрела вид, представленный на рис. 5.40. В табл. 5.2 приведены подобранные амплитудные коэффициенты.

Видно, что АЧХ выходит за пределы указанных допусков в области высших частот. Согласно методике подберём амплитудные коэффициенты для выходных сигналов ЭЦФ та-

ким образом, чтобы результирующая АЧХ удовлетворяла указанным допускам. На рис. 5.41 приведена результирующая АЧХ, а соответствующие амплитудные коэффициенты приведены в табл. 5.3.

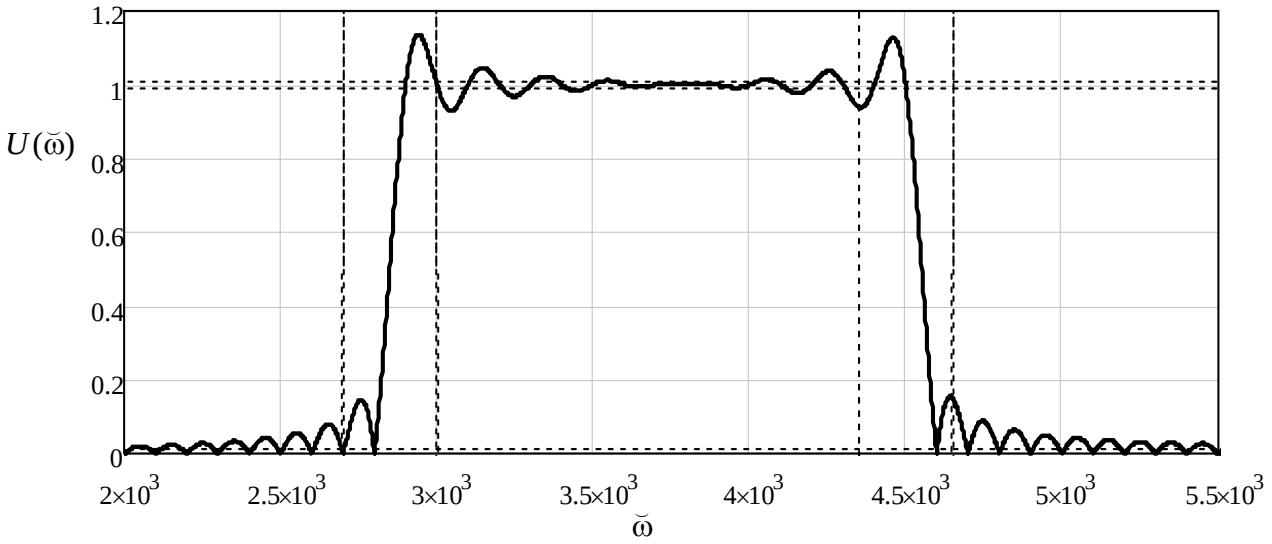


Рис. 5.39. *АЧХ цифрового фильтра*

Таблица 5.2

Коэффициенты ЭЦФ

Номер ЭЦФ	27	28	29	30-43	44	45	46
Значение амплитудного коэффициента	0,02	0,28	0,8	1	0,8	0,28	0,02

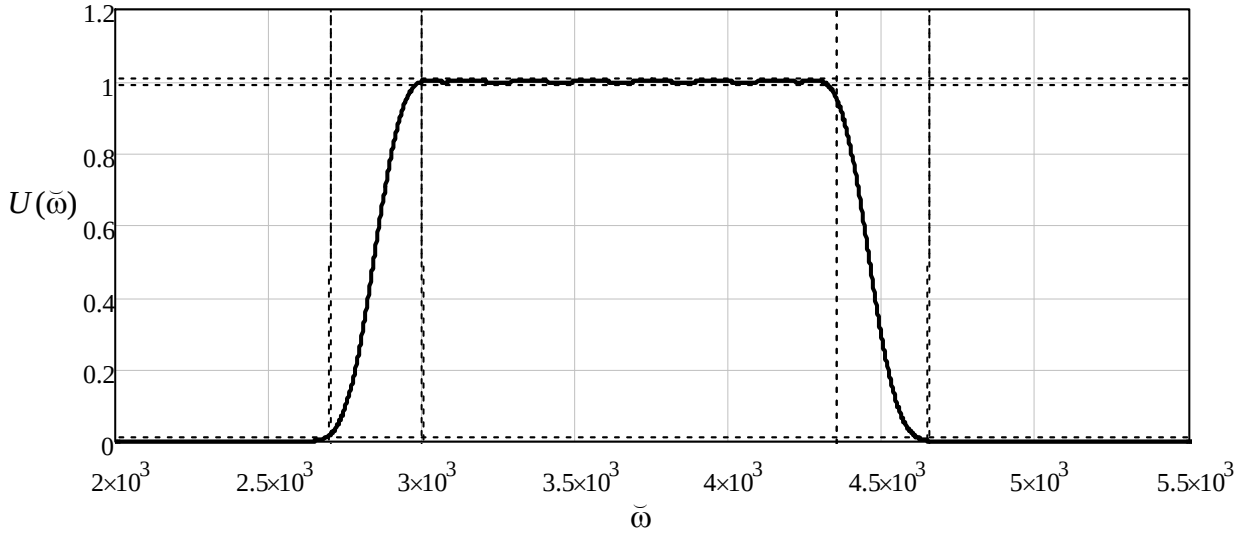


Рис. 5.40. *АЧХ цифрового фильтра*

Рис. 5.41 не отображает пульсации в полосе пропускания и степень подавления. На рис. 5.42 приведена область полосы пропускания в другом масштабе. Видно, что пульсации удовлетворяют заданному критерию, а АЧХ не выходит за пределы допусков. На рис. 5.43 приведена АЧХ в логарифмических координатах и соответствующая ей ФЧХ. По рисункам видно, что синтезированный фильтр полностью удовлетворяет поставленной задаче.

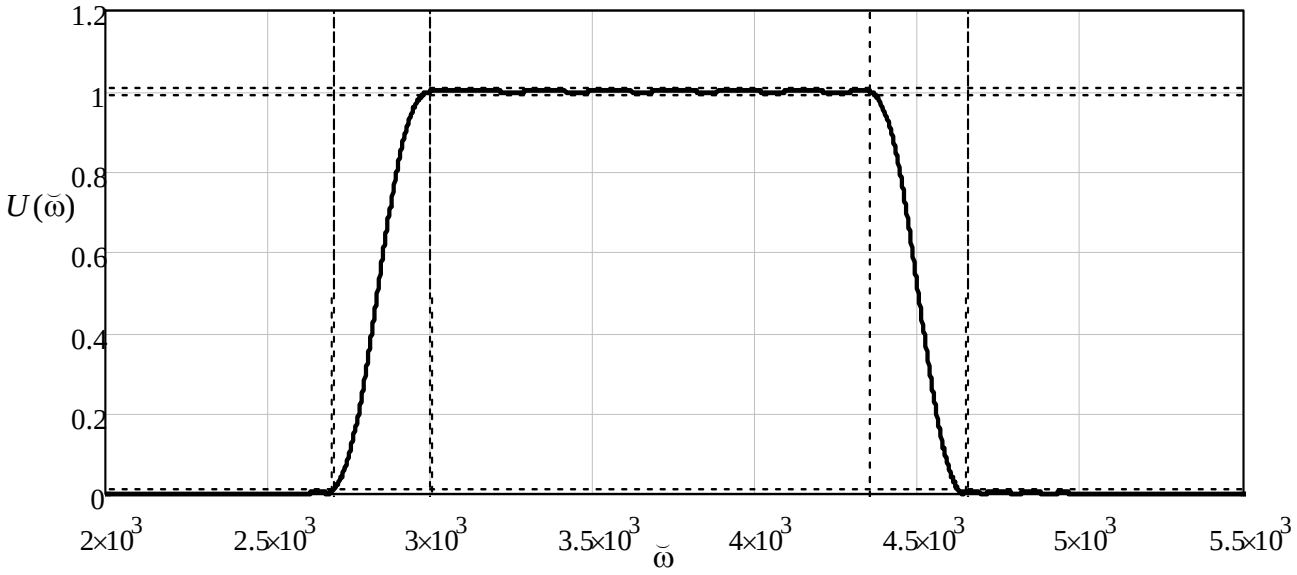


Рис. 5.41. *Результирующая АЧХ цифрового фильтра*

Таблица 5.3

Коэффициенты ЭЦФ

Номер ЭЦФ	27	28	29	30-43	43	45	46
Значение амплитудного коэффициента	0,01	0,3	0,82	1	0,94	0,5	0,05

Таким образом, использование амплитудных коэффициентов выходных сигналов ЭЦФ позволяет осуществлять настройку АЧХ ЦФ с большой точностью. Алгоритм подбора коэффициентов осуществляется на основе метода последовательных приближений.

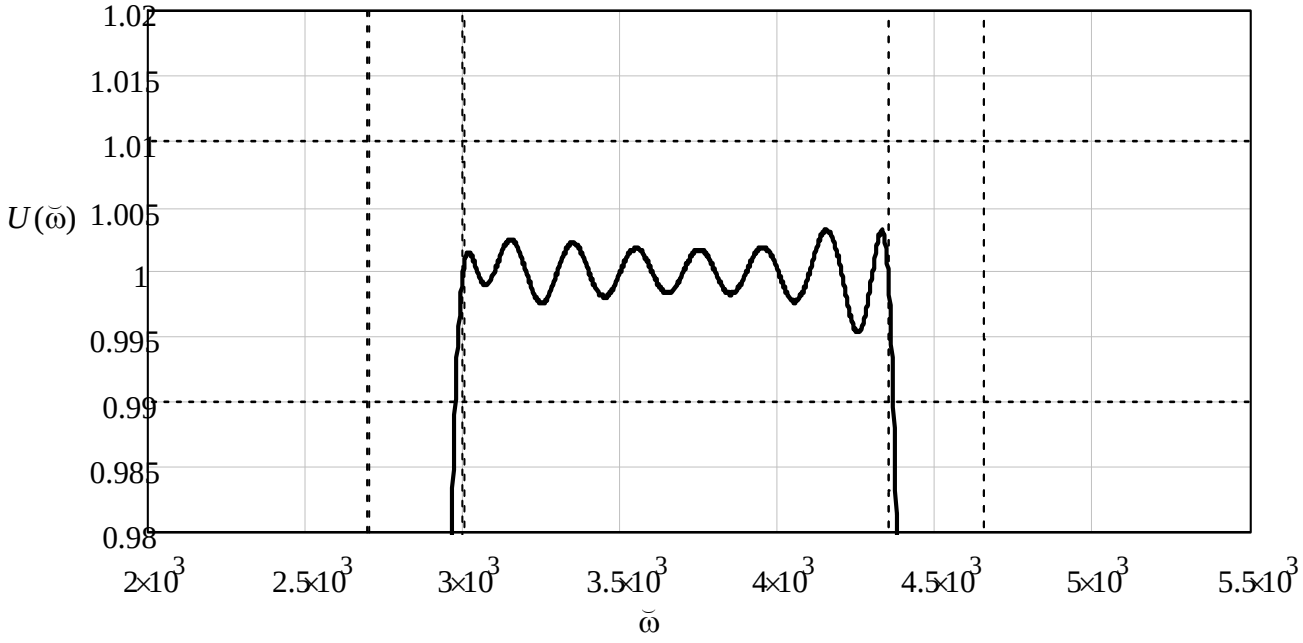


Рис. 5.42. *Пульсации в полосе пропускания*

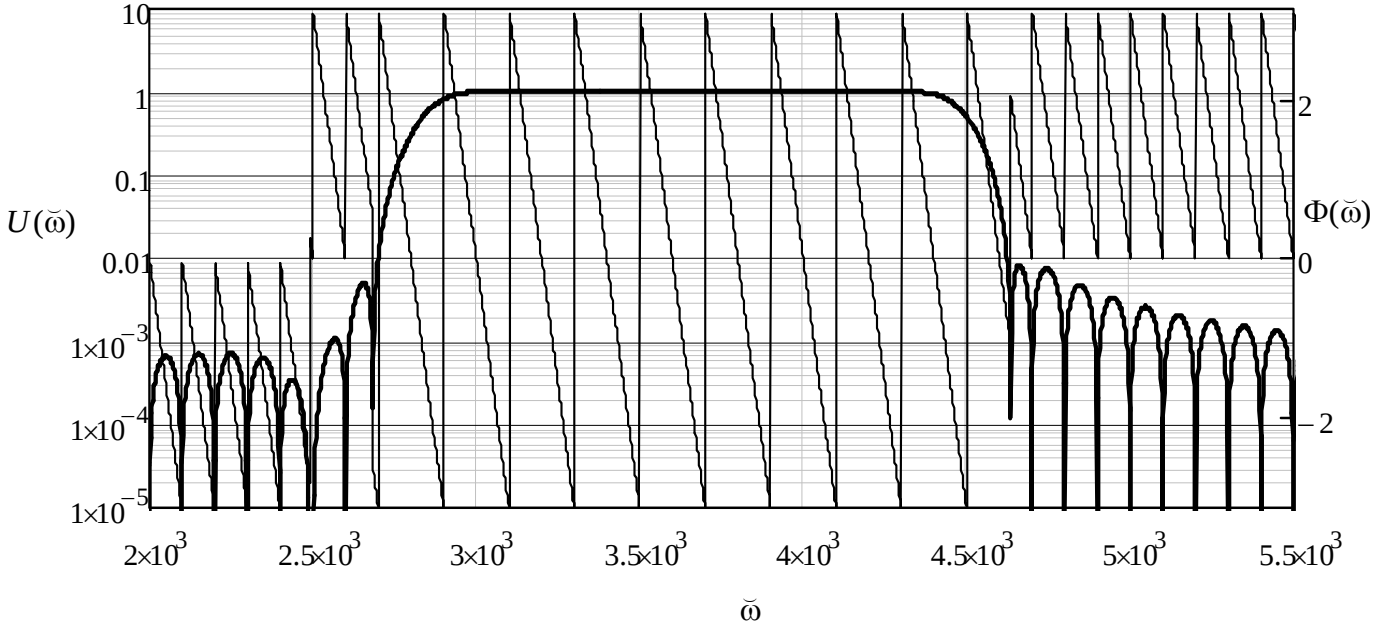


Рис. 5.43. *Результирующие АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра*

5.7. Выводы

Разработана методика синтеза АЧХ ЦФ как совокупности АЧХ ЭЦФ с определением амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ.

Показано, что асимметрией АЧХ ЦФ при чётном количестве ЭЦФ в структуре ЦФ можно пренебречь. Рассмотрены особенности подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ для данного случая.

Показано, что асимметрия АЧХ ЦФ при нечётном количестве ЭЦФ в структуре ЦФ должна учитываться. Рассмотрена методика подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ для данного случая.

Разработана методика точной настройки ширины полосы пропускания за счёт подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ.

Разработан алгоритм подбора амплитудных коэффициентов для выходных сигналов ЭЦФ с целью увеличения подавления вне полосы пропускания и уменьшения пульсаций в полосе пропускания.

Список литературы

1. Айфичер Э. С. Цифровая обработка сигналов: практический подход : пер. с англ. / Э. С. Айфичер, Б. У. Джервис. – М. : Вильямс, 2004. – 990 с.
2. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов : учеб. пособие. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2006. – 751 с.
3. Солонина А. И. Основы цифровой обработки сигналов : курс лекций / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов и др. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.
4. Харкевич А. А. Спектры и анализ. – 4-е изд. – М. : Изд-во ЛКИ, 2007. – 240 с.
5. Шакурский М. В. Алгоритм синтеза цифровых фильтров на основе прямого и обратного преобразования Фурье с промежуточной обработкой спектра // Инфокоммуникационные технологии. – 2010. – № 4. – С. 29-32.
6. Шакурский М. В. Математическая модель цифровых фильтров, реализуемых методом частотной выборки / В. К. Шакурский, М. В. Шакурский // Вектор науки Тольяттинского гос. ун-та. – 2011. – № 2 (16). – С. 94-96.
7. Шакурский М. В. Моделирование виртуальных автоколебательных систем в режиме повышенной чувствительности с использованием цифровых фильтров / В. В. Иванов, В. К. Шакурский, М. В. Шакурский // Школа университетской науки: парадигма развития. – 2011. – № 1 (2). – С. 66-71.
8. Пат. на полезн. модель 108669 Российская федерация, МПК G06F 17/14, H03H 17/00 Цифровой фильтр / М. В. Шакурский (Россия). – № 2011119366/08; заявл. 13.05.2011; опубл. 20.09.2011 Бюл. № 26.
9. Шакурский М. В. Цифровые фильтры частотной выборки : монография / М. В. Шакурский, В. В. Иванов. – Самара : Изд-во СНЦ РАН, 2012. – 106 с.
10. Smith W. S. The scientist and engineer’s guide to digital signal processing // SD.: California Technical Publishing. – 1999. – P. 643.
11. Harris S. P., Ifeachor E. C. Automatic design of frequency sampling filters by hybrid Genetic Algorithm Techniques // IEEE Transactions on Signal Processing, December. – 1998. – P. 3304-3314.
12. Rabiner L. R. An approach to the approximation problem for nonerecursive digital filters / L. R. Rabiner, B. Gold, C. A. McGonegal // IEEE Trans. Audio Electroacoustics. – 1970. – P. 83-106.

ГЛАВА 6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХКАНАЛЬНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Шакурский В. К.

Влияние возмущающих факторов на контролируемый параметр в системах автоматического управления, контроля или в системах измерения и преобразования сигналов приводит к дополнительной погрешности работы указанных систем, которая может быть существенно больше основной погрешности. Для уменьшения дополнительной погрешности используют структурные методы, в основе которых лежит принцип инвариантности. При синтезе инвариантных структур используется принцип двухканальности Б. Н. Петрова.

Одним из методов синтеза двухканальных инвариантных структур является метод контрольного значения [1-4]. В основе метода лежит способ формирования сигналов коррекции, которые являются сигналами обратной связи. Для их формирования используется ошибка выполнения условий контрольной суммы, контрольной разности или контрольного отношения выходных сигналов. Метод позволяет сжать семейства характеристик каналов преобразования к одной характеристике, которая с некоторой погрешностью инвариантна к возмущающему фактору. Таким образом, метод контрольного значения является методом синтеза сжимающих преобразований или алгоритмов сжатия.

Алгоритмы сжатия рассматриваются как математические модели инвариантных преобразователей, которые реализуются аппаратными средствами.

Наличие обратных связей в инвариантных преобразователях требует анализа их динамических характеристик. Наиболее простым способом анализа динамических характеристик преобразователей является компьютерное моделирование. В работе используется графическая среда моделирования аналоговых и дискретных систем Simulink, которая является расширением MATLAB.

6.1. Метод контрольного значения

Сигналы на выходах двух каналов преобразования контролируемого параметра в общем случае представляются системой уравнений:

$$\begin{cases} u_1(x,\theta) = f_1(x) + \varphi_1[f_1(x),\theta]; \\ u_2(x,\theta) = f_2(x) + \varphi_2[f_2(x),\theta], \end{cases} \tag{6.1}$$

где θ – отклонение возмущающего фактора от номинального значения; $f(x)$ – номинальные зависимости, полученные при $\theta = 0$; φ – зависимость дополнительного отклонения.

Примем, что сумма сигналов u_{1C} и u_{2C}, их разность или отношение после сжатия равны константе. Чтобы реализовать данное условие, введём сигналы коррекции u_{1k} и u_{2k}, и сигнал обратной связи $u_{\text{ос}}$, который определяется ошибкой выполнения перечисленных условий.

$$u_{1C} = u_1 - u_{1k}(u_{oc});$$
$$u_{2C} = u_2 - u_{2k}(u_{oc}). \qquad (6.2)$$

Условия контрольного значения определяются выражениями:

$$u_{1C} + u_{2C} = U,\ u_{1C} - u_{2C} = U,\ u_{1C}/u_{2C} = U. \qquad (6.3)$$

Если дополнительные отклонения характеристик аппроксимируются линейными функциями:

$$\varphi_1 = [a_1 + b_1 f_1(x)]\theta; \quad \varphi_2 = [a_2 + b_2 f_2(x)]\theta, \qquad (6.4)$$

то условием инвариантности сигналов u_{1C} и u_{2C} после сжатия, как было показано в [6.1-6.4], является равенство:

$$b_1 = b_2. \qquad (6.5)$$

Задача достижения инвариантности u_{1C} и u_{2C} может быть решена и при несвязанных и нелинейных дополнительных отклонениях характеристик.

Введём коэффициент коррекции

$$k = a/b. \qquad (6.6)$$

При одинаковом значении возмущающего фактора в аппроксимациях дополнительных отклонений для каждого значения x определим линейное уравнение с текущими коэффициентами, которое определяет $k(u_1, u_2)$. Линейное уравнение проходит через точки с координатами [$f_1(x), \Delta u_1$] и [$f_2(x), \Delta u_2$]:

$$L(u) = \frac{f_1(x)\Delta u_2 - f_2(x)\Delta u_1}{f_1(x) - f_2(x)} + \frac{\Delta u_1 - \Delta u_2}{f_1(x) - f_2(x)} u = a(u_1, u_2, \theta) + b(u_1, u_2, \theta)u. \qquad (6.7)$$

Из (6.7) получим выражение для коэффициента коррекции:

$$k(u_1, u_2) = \frac{a(u_1, u_2, \theta)}{b(u_1, u_2, \theta)} = \frac{f_1(x)\Delta u_2 - f_2(x)\Delta u_1}{\Delta u_1 - \Delta u_2}. \qquad (6.8)$$

Полученное выражение не зависит от изменения величины возмущающего фактора, если выполнено условие, указанное выше, и приводится к виду:

$$k[f_1(x), f_2(x)] = \frac{f_1(x)\varphi_2[f_2(x)] - f_2(x)\varphi_1[f_1(x)]}{\varphi_1[f_1(x)] - \varphi_2[f_2(x)]}. \qquad (6.9)$$

Точное значение (6.9) вычисляется методом последовательных приближений. Начальными значениями являются значения выходных сигналов каналов до сжатия.

6.2. Структуры, реализующие условие контрольной суммы, контрольной разности и контрольного отношения

Рассмотрим двухканальную структуру преобразования контролируемого параметра в электрические сигналы. Возмущающий фактор действует на оба канала и создаёт дополнительные отклонения характеристик каналов. Для достижения инвариантности характеристик каналов необходимо ввести дополнительные преобразователи выходных сигналов, реализующие алгоритмы сжатия.

Из уравнений (6.2) следует, что сигналы коррекции формируются с помощью сигнала обратной связи, который определяется ошибкой выполнения выбранного условия, например условия контрольной суммы. Для формирования сигнала обратной связи используем самый простой случай: ПИ-управление.

$$u_{\text{ос}}(t) = k_{\text{ос}} \int_0^t [u_{1C}(t) + u_{2C}(t) - U]dt . \qquad (6.10)$$

Выражения для сигналов коррекции определяются аппроксимациями дополнительных отклонений характеристик каналов. Если дополнительные отклонения являются линейными функциями (6.4) при выполнении условия (6.5), то сигналы коррекции определяются выражениями:

$$u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{ос}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{ос}}(t), \quad u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{ос}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{ос}}(t) , \qquad (6.11)$$

где $k_1 = a_1 b^{-1}$, $k_2 = a_2 b^{-1}$, $b\theta = u_{\text{ос}}$, $a_1\theta = k_1 u_{\text{ос}}$, $a_2\theta = k_2 u_{\text{ос}}$.

Таким образом, математическая модель дополнительного преобразователя, реализующего условие контрольной суммы, при линейной аппроксимации дополнительных отклонений характеристик каналов имеет вид:

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{ос}}(t) = k_{\text{ос}} \int_0^t [u_{1C}(t) + u_{2C}(t) - U]dt . \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{ос}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{ос}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{ос}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{ос}}(t) \end{cases} \qquad (6.12)$$

На рис. 6.1 приведена структурная схема дополнительного преобразователя, синтезированная по математической модели (6.12).

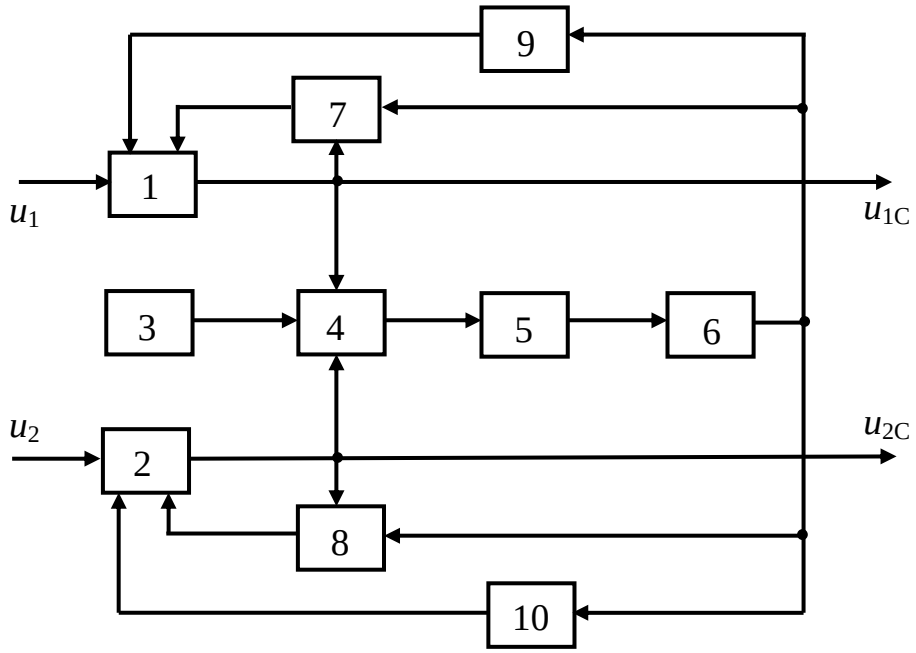


Рис. 6.1. *Структурная схема преобразователя при линейных дополнительных отклонениях характеристик каналов*

Преобразователь содержит сумматоры 1, 2, 4, блок опорного сигнала 3, усилители 5, 9, 10, интегратор 6 и перемножители 7 и 8. Выходные сигналы $u_1(t)$ и $u_2(t)$ двух каналов преобразования контролируемого параметра поступают на первые входы сумматоров 1 и 2. В сумматорах из поступающих сигналов вычитаются компоненты сигналов коррекции $u_{1k}(t)$ и $u_{2k}(t)$, которые подаются на другие входы сумматоров. Для формирования сигналов коррекции используется сумматор 4, в котором из суммы сигналов после коррекции вычитается сигнал, величина которого равна контрольной сумме. Полученная после вычитания текущая ошибка усиливается усилителем 5 и интегрируется во времени интегратором 6. Выходной сигнал интегратора является сигналом обратной связи $u_{\text{ос}}(t)$, с помощью которого формируются компоненты сигналов коррекции. Для этого используются перемножители 7, 8 и усилители 9, 10.

Погрешность коррекции дополнительных отклонений определяется инерционностью ПИ-управления. В установившемся режиме погрешность коррекции равна нулю.

Рассмотрим двухканальную структуру, в которой дополнительные отклонения являются нелинейными функциями контролируемого параметра. В этом случае следует перейти от аппроксимации дополнительных отклонений к аппроксимации коэффициента коррекции, используя общее выражение (6.9).

В линейной системе коэффициенты коррекции k_1 и k_2 были константами. В нелинейной системе в качестве самой простой аппроксимации выражения (6.9) следует использовать

линейную зависимость коэффициента коррекции от разности значений сигналов после коррекции:

$$k(u_p) = k_1 + k_2(u_{1C} - u_{2C}). \tag{6.13}$$

Математическая модель дополнительного преобразователя при линейной аппроксимации коэффициента коррекции примет вид:

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{oc}(t) = k_{oc}\int_0^t [u_{1C}(t) + u_{2C}(t) - U]dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{oc}(t) + k_2 u_p(t) u_{oc}(t) + u_{1C}(t) u_{oc}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{oc}(t) + k_2 u_p(t) u_{oc}(t) + u_{2C}(t) u_{oc}(t) \end{cases}. \tag{6.14}$$

На рис. 6.2 приведена структурная схема дополнительного преобразователя, синтезированная по математической модели (6.14).

В данную структурную схему дополнительно введены сумматор 11 и перемножитель 12. Усилитель 10 с коэффициентом усиления k_2 и перемножитель 12 используются для формирования второй компоненты сигналов коррекции. Разностный сигнал u_p формируется с помощью сумматора 11.

Примером более сложной аппроксимации коэффициента коррекции может служить следующее выражение:

$$k(u_p) = k_1 + k_2 u_p + k_3 u_p^2. \tag{6.15}$$

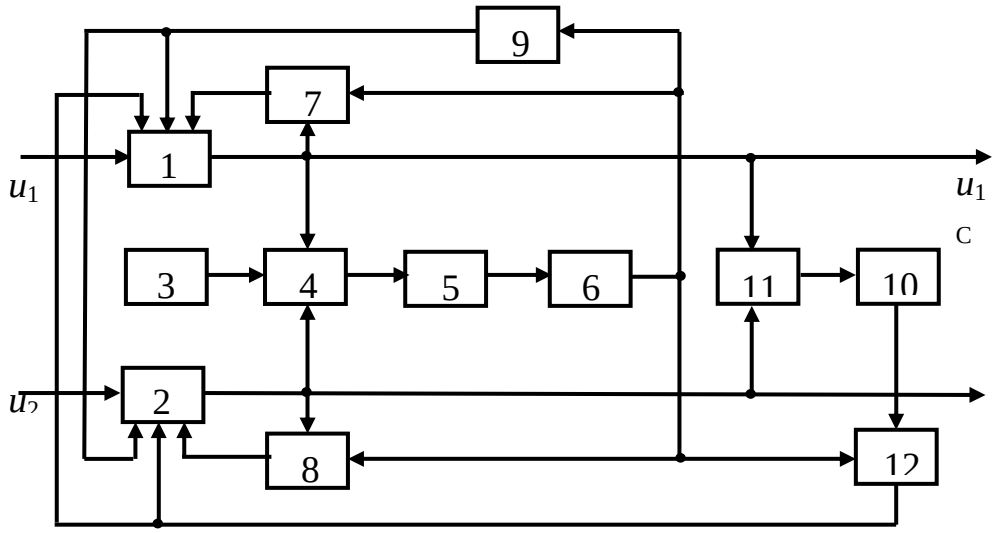


Рис. 6.2. *Структурная схема преобразователя при линейной зависимости коэффициента коррекции*

Математическая модель дополнительного преобразователя в этом случае примет вид:

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{ос}}(t) = k_{\text{ос}} \int_0^t [u_{1C}(t) + u_{2C}(t) - U]dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{ос}}(t) + k_2 u_p(t) u_{\text{ос}}(t) + k_3 u_p^2(t) u_{\text{ос}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{ос}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{ос}}(t) + k_2 u_p(t) u_{\text{ос}}(t) + k_3 u_p^2(t) u_{\text{ос}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{ос}}(t) \end{cases} . \qquad (6.16)$$

На рис. 6.3 приведена структурная схема дополнительного преобразователя, синтезированная по математической модели (6.16).

Структурная схема отличается от предыдущей схемы (рис. 6.2) усилителем 13 с коэффициентом усиления $k_3 k_2^{-1}$ и перемножителями 14 и 15.

Возможны и другие нелинейные аппроксимации зависимости коэффициента коррекции.

При реализации условия контрольной разности и при линейной аппроксимации дополнительных отклонений математическая модель (6.12) дополнительного преобразователя преобразуется к виду:

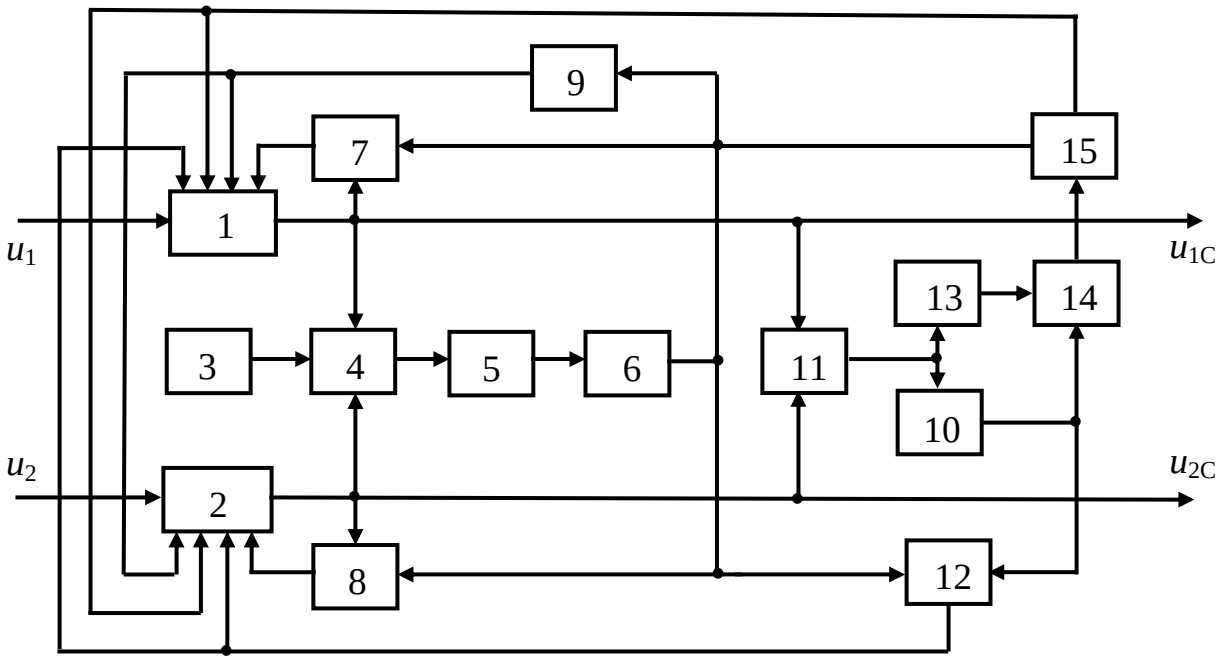


Рис. 6.3. *Структурная схема преобразователя при нелинейной зависимости коэффициента коррекции*

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int\limits_0^t [u_{1C}(t) - u_{2C}(t) - U]dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.17)$$

Математическая модель (6.17) отличается от (6.12) только уравнением, определяющим сигнал обратной связи $u_{\text{oc}}(t)$. Следовательно, для реализации данной математической модели может быть использована структурная схема, приведённая на рис. 6.1, в которой изменяются условия работы сумматора 4.

При нелинейных аппроксимациях дополнительных отклонений следует использовать математические модели (6.14) и (6.16), в которых изменяются выражения для $u_{\text{oc}}(t)$. Соответствующие математические модели примут следующий вид:

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int\limits_0^t [u_{1C}(t) - u_{2C}(t) - U]dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int\limits_0^t [u_{1C}(t) - u_{2C}(t) - U]dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + k_3 u_s^2(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + k_3 u_s^2(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.19)$$

Соответственно, при реализации данных математических моделей используются структуры (рис. 6.2, 6.3), в которых изменяются условия работы сумматоров 4 и 11. В выражениях для сигналов коррекции используется сигнал $u_s(t)$, который находится как сумма сигналов после сжатия.

$$u_s(t) = u_{1C}(t) + u_{2C}(t). \quad (6.20)$$

При реализации условия контрольного отношения во всех трёх математических моделях (6.17), (6.18) и (6.19) меняется выражение для сигнала обратной связи. Остальные выражения остаются прежними. Значения $u_s(t)$ определяются (6.20). Соответствующие математические модели примут вид:

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int_0^t \left[u_{1C}(t) [u_{2C}(t)]^{-1} - U \right] dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.21)$$

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int_0^t \left[u_{1C}(t) [u_{2C}(t)]^{-1} - U \right] dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.22)$$

$$\begin{cases} u_{1C}(t) = u_1(t) - u_{1k}(t) \\ u_{2C}(t) = u_2(t) - u_{2k}(t) \\ u_{\text{oc}}(t) = k_{\text{oc}} \int_0^t \left[u_{1C}(t) [u_{2C}(t)]^{-1} - U \right] dt \\ u_{1k}(t) = k_1 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + k_3 u_s^2(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{1C}(t) u_{\text{oc}}(t) \\ u_{2k}(t) = k_2 u_{\text{oc}}(t) + k_2 u_s(t) u_{\text{oc}}(t) + k_3 u_s^2(t) u_{\text{oc}}(t) + u_{2C}(t) u_{\text{oc}}(t) \end{cases} . \quad (6.23)$$

На рис. 6.4, 6.5 и 6.6 приведены структурные схемы дополнительных преобразователей, которые реализуют математические модели (6.21), (6.22) и (6.23). Структурные схемы отличаются введением делителя сигналов после сжатия.

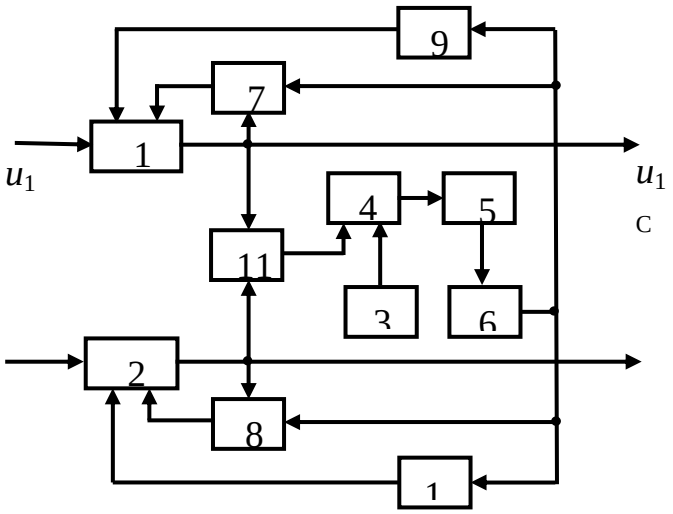


Рис. 6.4. *Структурная схема преобразователя при линейных дополнительных отклонениях характеристик каналов*

Таким образом, получены структуры, которые мало отличаются друг от друга при изменении реализуемого условия контрольной суммы, контрольной разности или контрольного отношения. Фрагменты структур, определяющие сигналы коррекции, не связаны с характеристиками каналов преобразования контролируемого параметра, а определяются только аппроксимациями зависимости коэффициента коррекции от обобщённого выходного сигнала. Следовательно, данный подход к синтезу дополнительных преобразователей является универсальным.

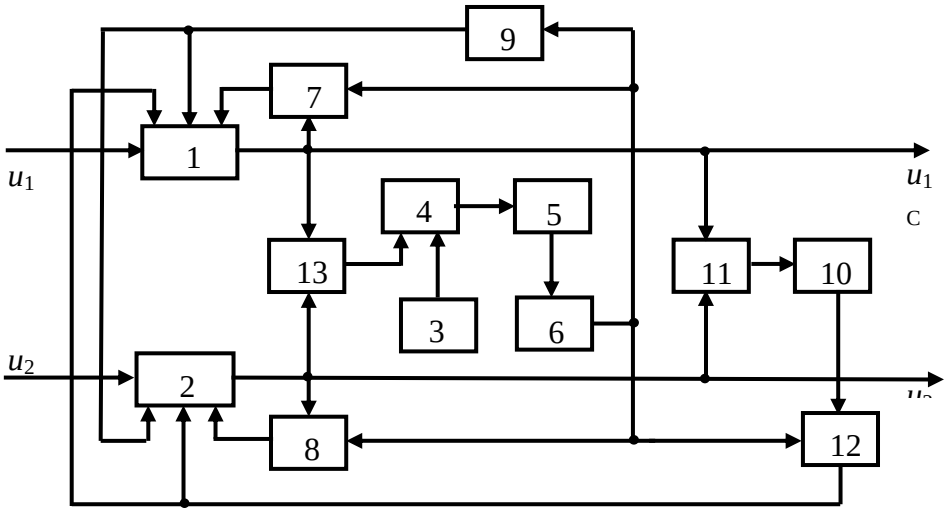


Рис. 6.5. *Структурная схема преобразователя при линейной зависимости коэффициента коррекции*

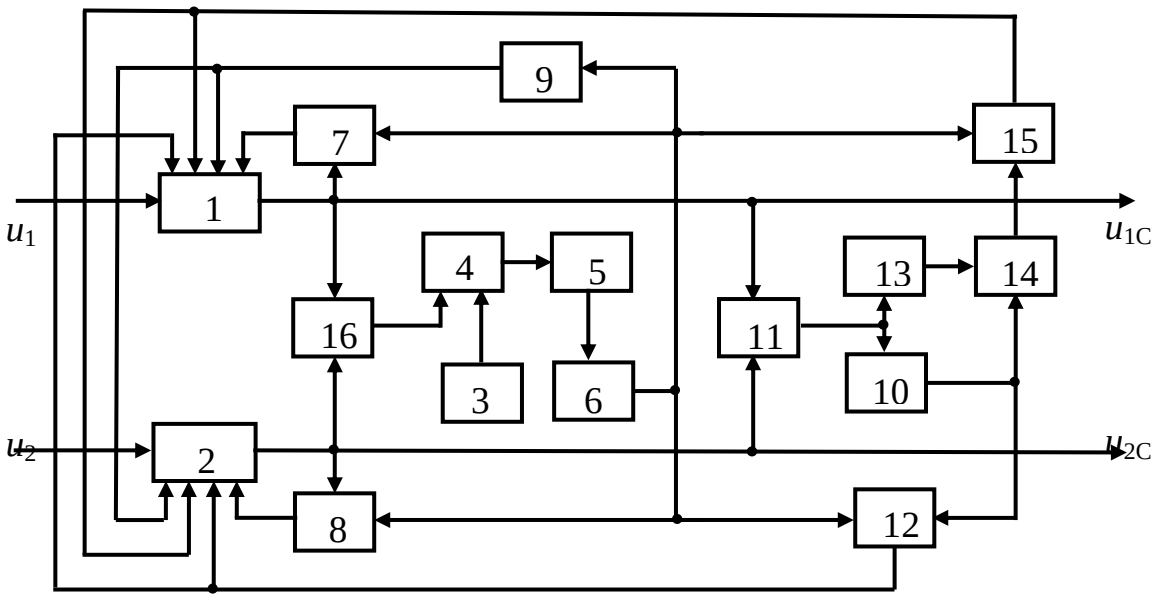


Рис. 6.6. *Структурная схема преобразователя при нелинейной зависимости коэффициента коррекции*

6.3. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольной суммы

Компьютерное моделирование дополнительных двухканальных преобразователей, которые реализуют алгоритмы сжатия, позволяет не только убедиться в их работоспособности, но и выполнить дополнительные исследования статических и динамических режимов их эксплуатации.

На рис. 6.7 приведена модель преобразователя, которая соответствует структурной схеме (рис. 6.1), реализующей условие контрольной суммы при линейных аппроксимациях дополнительных отклонений характеристик каналов.

Изменение контролируемого параметра имитируется синусоидальным генератором Sine Wave 1, а изменение возмущающего фактора синусоидальным генератором Sine Wave 2. Блок Subsystem является моделью двух каналов преобразования контролируемого параметра, характеристики которых зависят от величины возмущающего фактора.

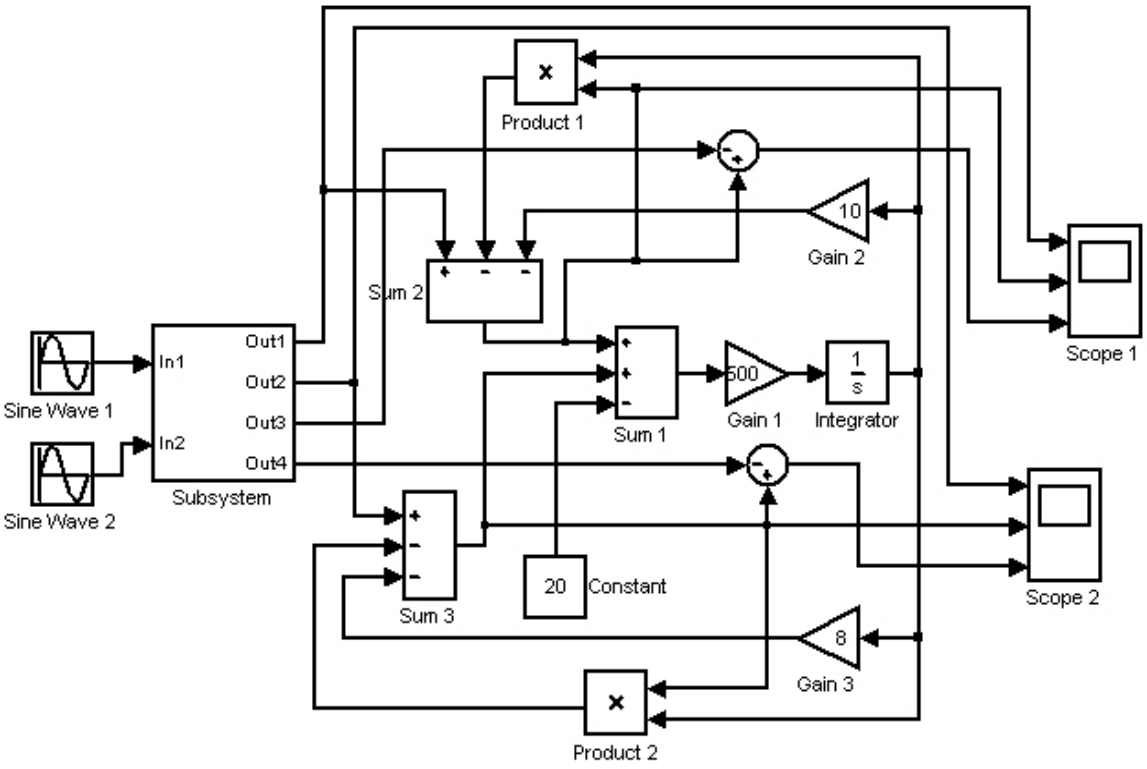


Рис. 6.7. *Модель преобразователя при линейных дополнительных отклонениях характеристик каналов*

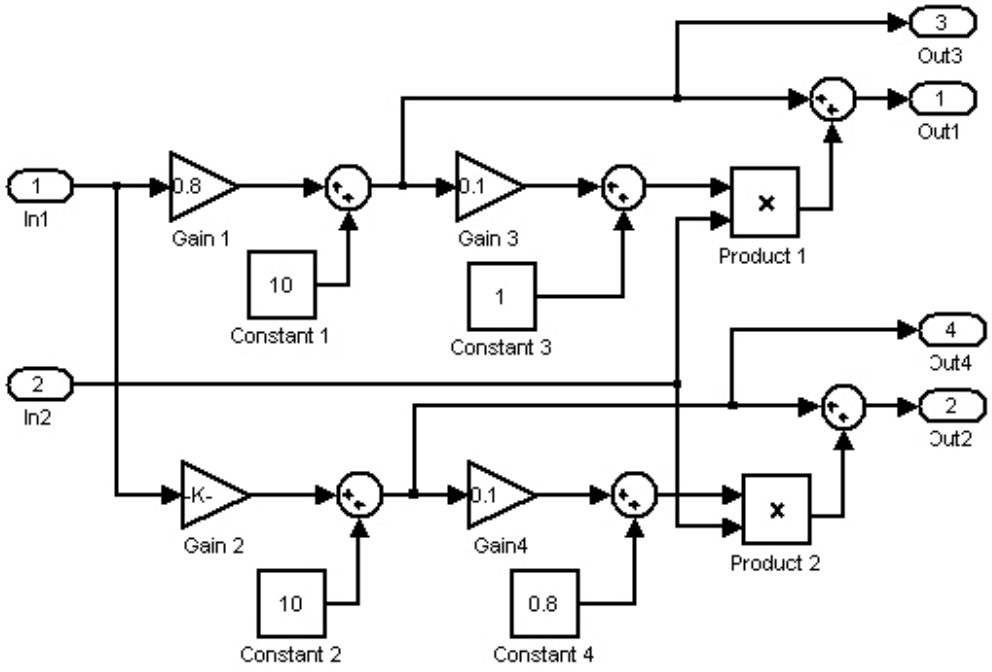


Рис. 6.8. *Модель каналов при линейных дополнительных отклонениях характеристик*

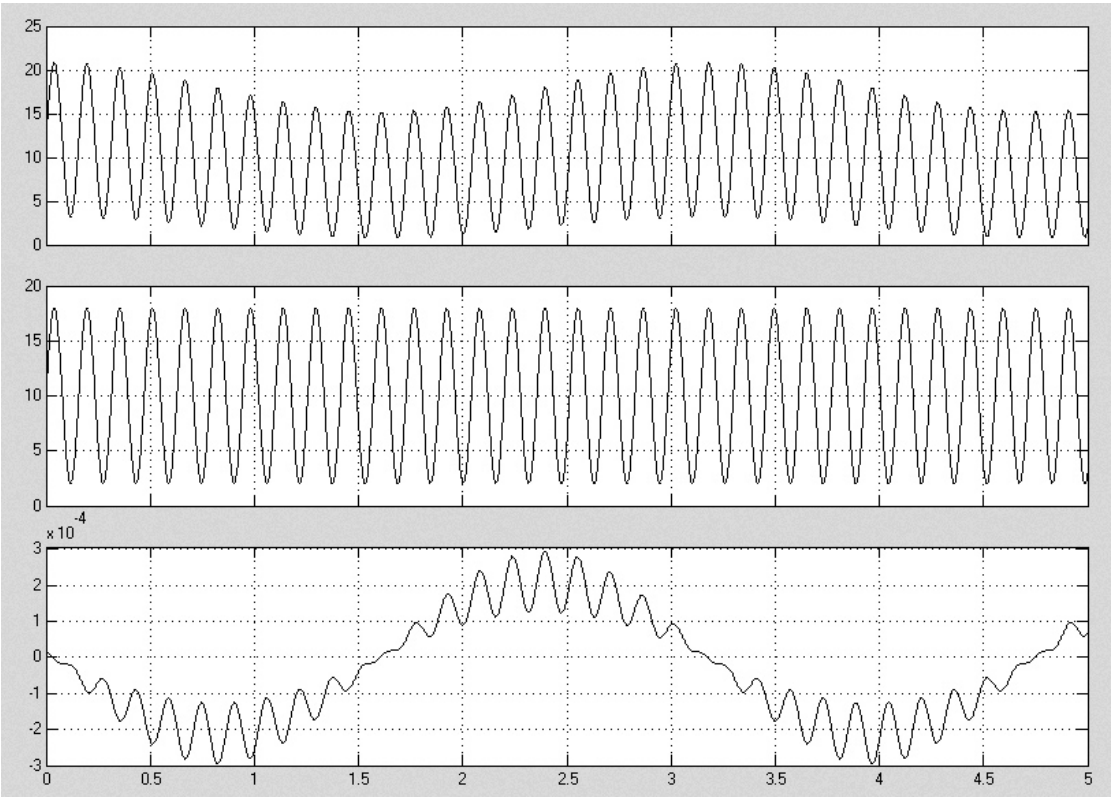


Рис. 6.9. *Результаты моделирования преобразователя*

Коррекция выходных сигналов осуществляется с помощью сумматоров Sum 2 и Sum 3. Сигнал обратной связи формируется сумматором Sum 1, усилителем Gain 1 и интегратором Integrator. Контрольное значение задаётся блоком Constant. Составляющие сигналов коррекции формируются усилителями Gain 2, Gain 3 и перемножителями Product 1 и Product 2. Для визуального контроля работы модели используются осциллографы Scope 1 и Scope 2, на входы которых подаются соответственно выходные сигналы каналов, сигналы после коррекции и погрешность коррекции.

Моделью каналов преобразования контролируемого параметра является блок Subsystem. Его структура приведена на рис. 6.8. На входы in1 и in2 подаются сигналы, имитирующие контролируемый параметр и возмущающий фактор. В рассматриваемом примере эти сигналы определяются выражениями:

$x(t) = 10\sin 40t$, $\theta(t) = 1\sin(2t + 1.5)$.

Блоки Gain 1, Gain 2, Constant 1 и Constant 2 формируют номинальные характеристики каналов:

$f_1(x) = 10 + 0.8x$, $f_2(x) = 10 - 0.8x$.

Остальные блоки определят величину дополнительных отклонений по выражениям:

$\varphi_1(x,\theta) = [1 + 0.1 f_1(x)]\theta$, $\varphi_2(x,\theta) = [0.8 + 0.1 f_2(x)]\theta$.

На выходах Out1 и Out2 формируются сигналы $u_1(t)$ и $u_2(t)$, а на выходах Out3 и Out4 формируются номинальные сигналы, с помощью которых вычисляется погрешность коррекции дополнительных отклонений.

В рассматриваемом примере исследуется идеальный случай, когда характеристики каналов в результате сжатия остаются номинальными. С этой целью контрольное значение выбрано 20. Коэффициенты коррекции $k_1 = 10$, а $k_2 = 8$.

На рис. 6.9 приведены результаты моделирования. Верхняя зависимость соответствует сигналу $u_1(t)$. Средняя зависимость соответствует сигналу после сжатия $u_{1C}(t)$. Нижняя зависимость – это погрешность сжатия или погрешность коррекции.

Видно, что переходный процесс после включения модели несоизмеримо мал по сравнению с периодом колебания контролируемого параметра, а погрешность сжатия на четыре порядка меньше дополнительных отклонений.

Полученные результаты говорят о работоспособности и эффективности структуры дополнительного преобразователя, приведённой на рис. 6.1.

На рис. 6.10 приведена модель дополнительного преобразователя, которая соответствует структурной схеме (рис. 6.2), реализующей условие контрольной суммы при нелинейных аппроксимациях дополнительных отклонений характеристик каналов.

Данная модель отличается от предыдущей введением блока выделения модуля разностного сигнала и формирования коэффициента коррекции как линейной функции модуля разностного сигнала.

$$k(t) = k_1 + k_2 \left| u_{1C} - u_{2C} \right|.$$

С этой целью используются усилители Gain 2, Gain 3.

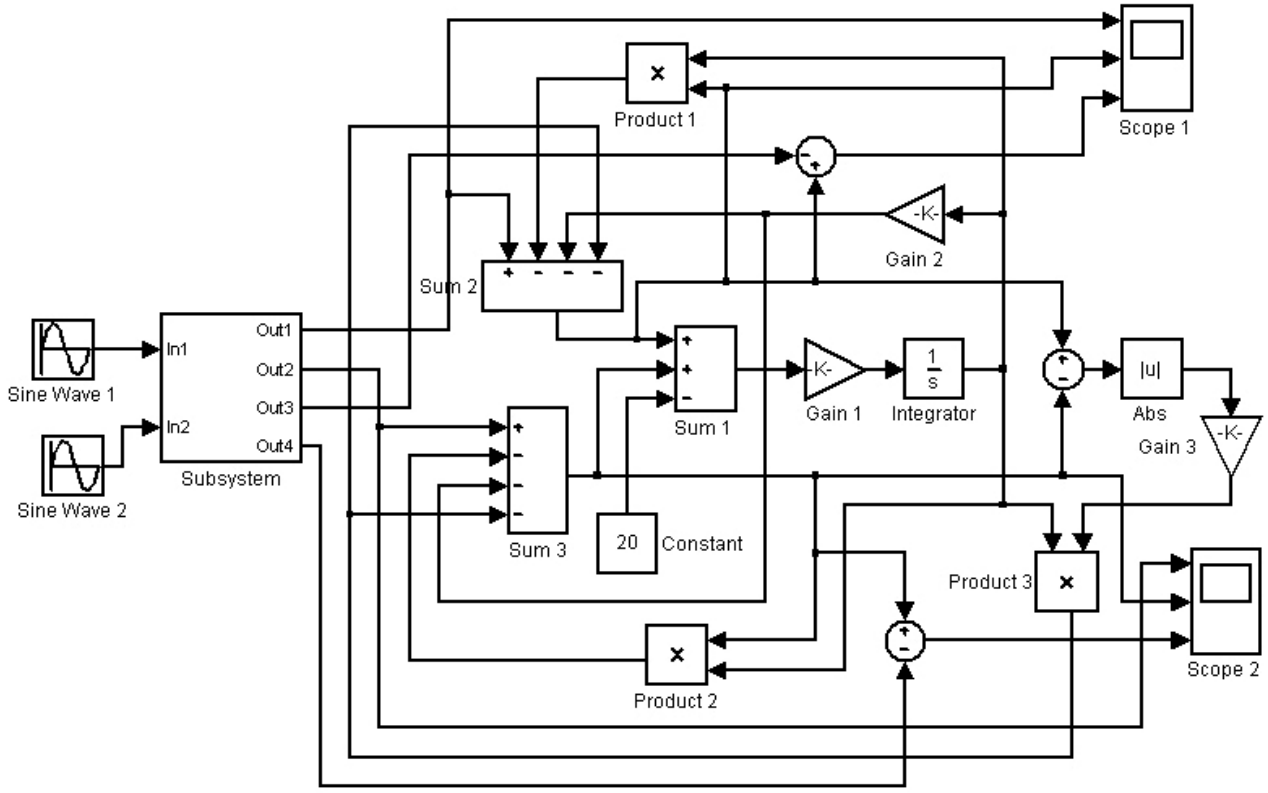


Рис. 6.10. *Модель преобразователя при линейной зависимости коэффициента коррекции*

На рис. 6.11 приведена структура блока Subsystem моделирования каналов с нелинейными дополнительными отклонениями.

Дополнительные отклонения характеристик каналов определяются выражениями:

$$\varphi_1(x,\theta) = \left[1 + 0.1 f_1(x) + 0.01 f_1^2(x)\right]\theta;$$

$$\varphi_2(x,\theta) = \left[1.1 + 0.11 f_2(x) + 0.008 f_2^2(x)\right]\theta.$$

Найдём зависимость для коэффициента коррекции с помощью общего выражения (6.9). Заменим переменную *x* в номинальных характеристиках каналов выходным разностным сигналом, который обозначим *u*.

$$f1(u) := 10 + 0.8 \cdot \left(u \cdot 1.6^{-1}\right) \qquad f2(u) := 10 - 0.8 \cdot \left(u \cdot 1.6^{-1}\right)$$

Введём соответствующие зависимости для дополнительных отклонений.

$$\phi 1(u) := 1 + 0.1\cdot f1(u) + 0.01\cdot(f1(u))^2 \qquad \phi 2(u) := 1.1 + 0.11\cdot f2(u) + 0.008\cdot(f2(u))^2$$

Найдём зависимость для коэффициента коррекции.

$$k(u) := \frac{f1(u)\cdot\phi 2(u) - f2(u)\cdot\phi 1(u)}{\phi 1(u) - \phi 2(u)}$$

Выполним линейную и нелинейную аппроксимации.

$$k1(u) := 0.15 + 0.15\cdot u \qquad k2(u) := 0.48 + 0.024\cdot u + 0.007\cdot u^2$$

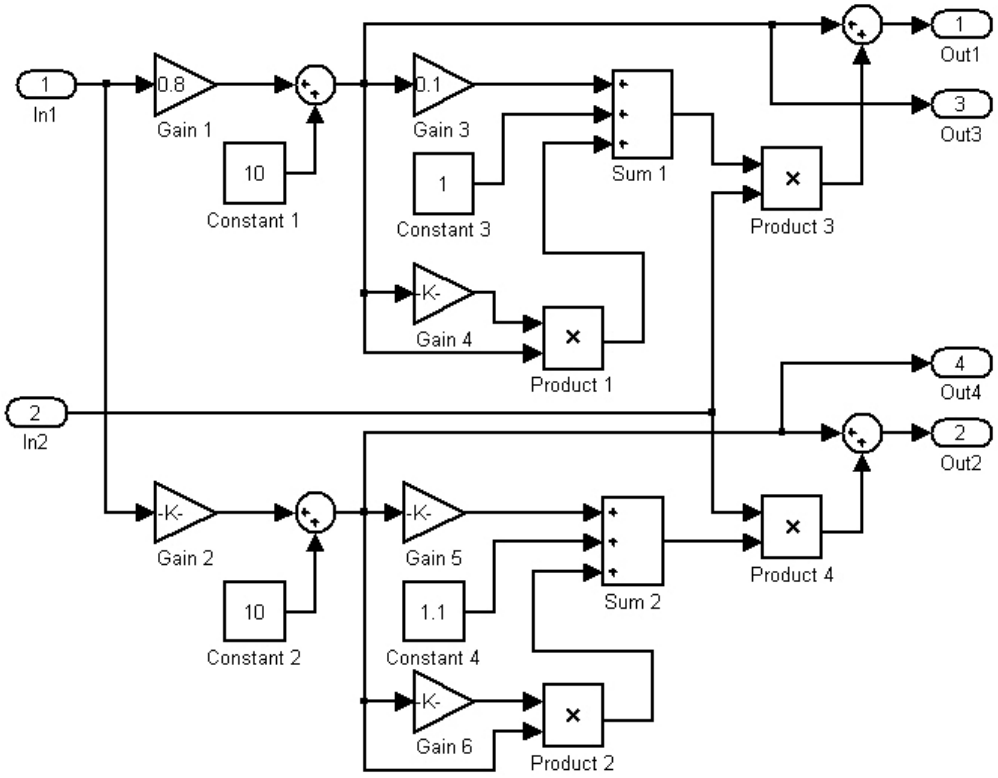


Рис. 6.11. *Модель каналов при нелинейных дополнительных отклонениях характеристик*

Полученные результаты приведены на рис. 6.12.

Используем коэффициенты линейной аппроксимации в качестве коэффициентов передачи усилителей Gain 2 и Gain 3 (рис. 6.10). Результаты моделирования данного дополнительного преобразователя приведены на рис. 6.13. Видно, что погрешность сжатия больше, чем в модели, рассмотренной выше.

Уменьшить погрешность сжатия можно, если перейти к структуре, приведённой на рис. 6.3. Соответствующая компьютерная модель приведена на рис. 6.14. В ней реализуется нелинейная аппроксимация зависимости коэффициента коррекции от разностного сигнала.

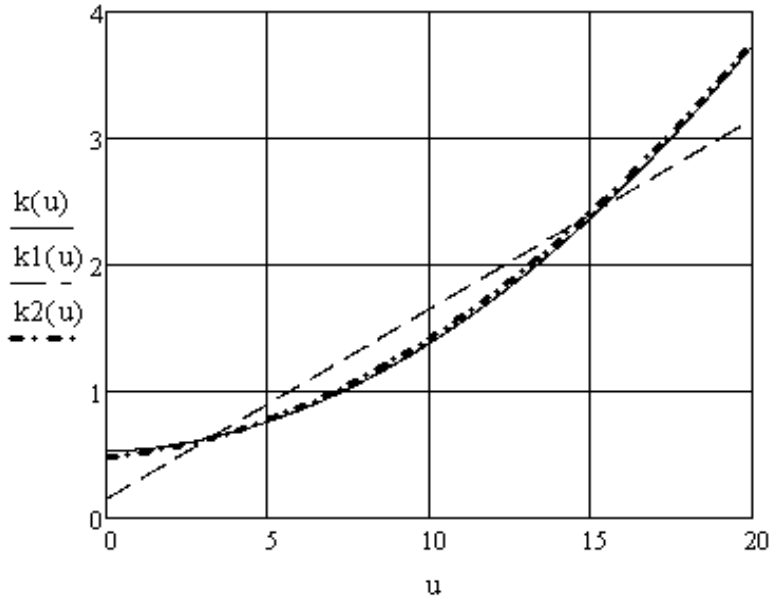


Рис. 6.12. *Аппроксимация зависимости коэффициента коррекции*

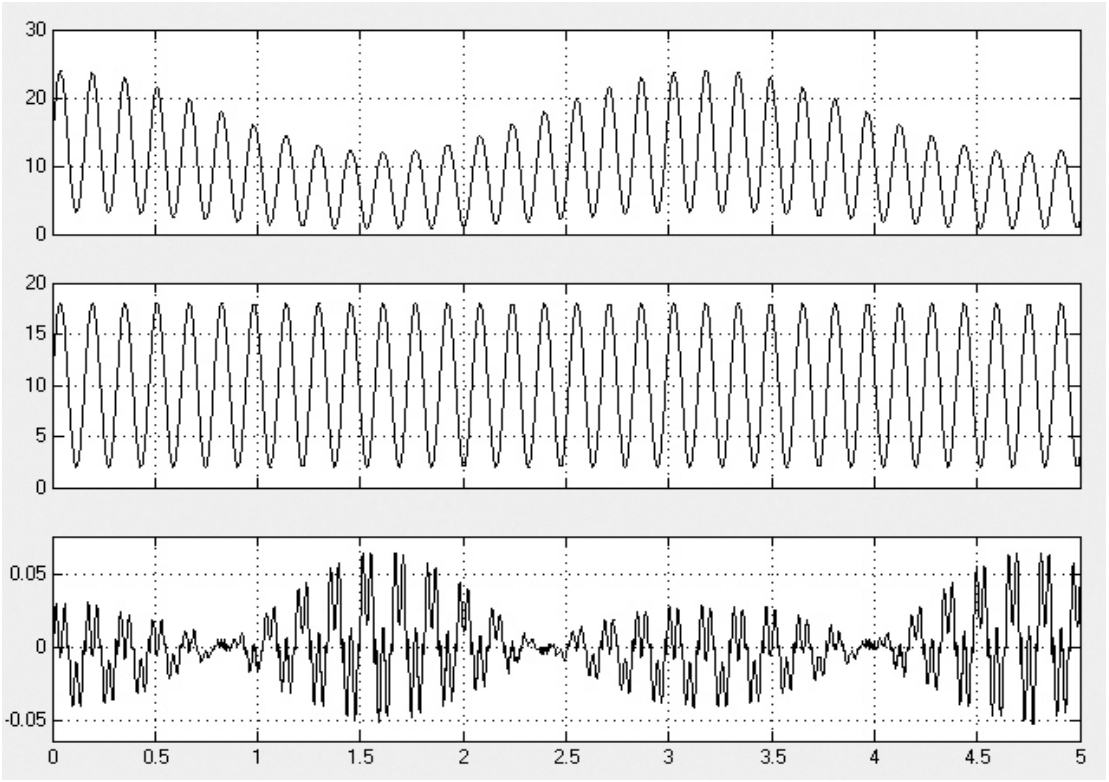


Рис. 6.13. *Результаты моделирования преобразователя*

На рис. 6.15 приведена зависимость погрешности сжатия, полученная при моделировании. Видно, что погрешность стала меньше в два раза.

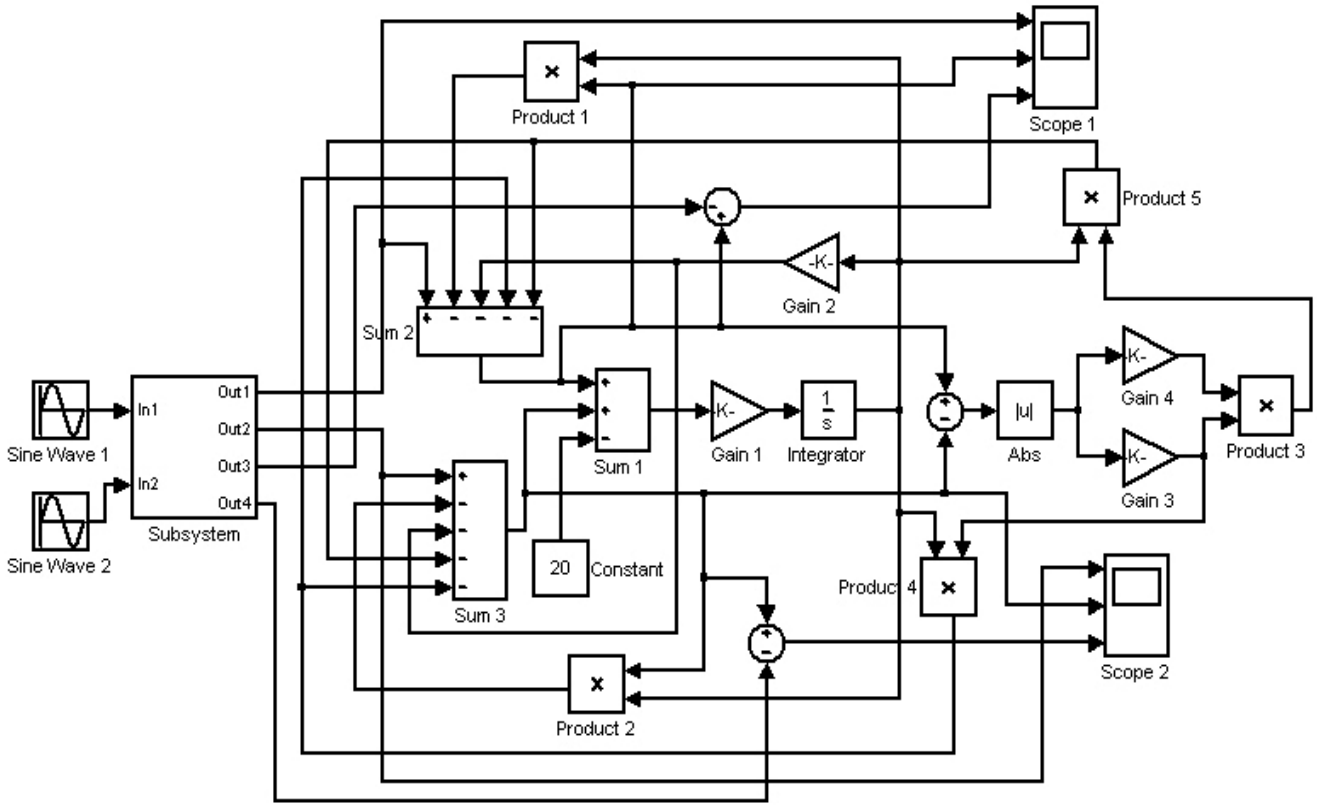


Рис. 6.14. *Модель преобразователя при нелинейной зависимости коэффициента коррекции*

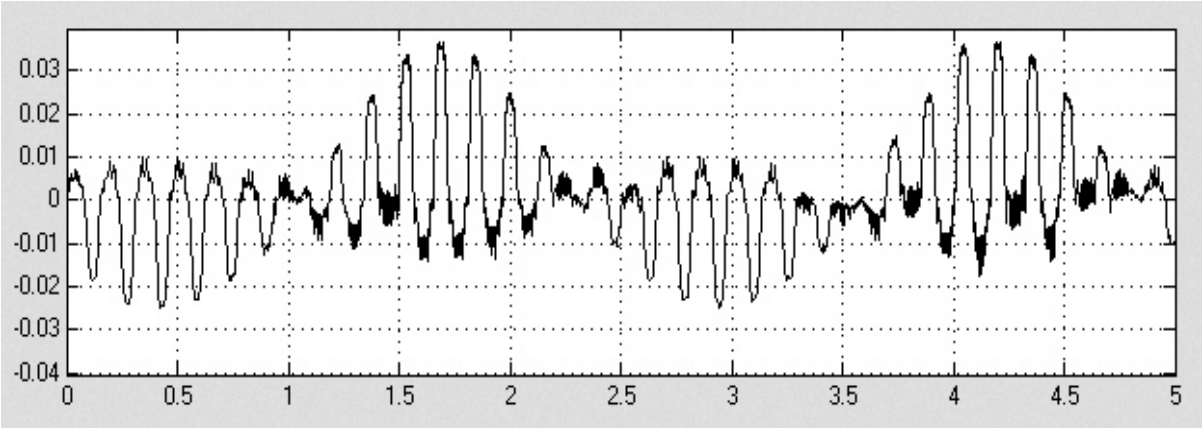


Рис. 6.15. *Погрешность сжатия*

Следует отметить, что последние модели используют многопетлевую нелинейную обратную связь. Это отражается на форме погрешности сжатия.

6.4. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольной разности

Исследование дополнительных преобразователей, реализующих условие контрольной разности, выполним с помощью компьютерной модели, приведённой на рис. 6.7.

Перестроим модель каналов преобразования контролируемого параметра (рис. 6.9). Используя блоки Gain 1, Gain 2, Constant 1 и Constant 2 приведём номинальные характеристики каналов к виду:

$f_1(x) = 12 + 0.8x$, $f_2(x) = 9 + 0.8x$.

Выражения для дополнительных отклонений оставим прежними:

$\varphi_1(x,\theta) = [1 + 0.1 f_1(x)]\theta$, $\varphi_2(x,\theta) = [0.8 + 0.1 f_2(x)]\theta$.

В модели дополнительного преобразователя (рис. 6.7) установим контрольное значение 3, а в блоке Sum 1 реализуем вычитание сигналов после сжатия. Коэффициенты коррекции остаются прежними.

Выполним моделирование преобразователя. Результаты моделирования приведены на рис. 6.16. Верхняя зависимость иллюстрирует изменение выходного сигнала первого канала. Средняя зависимость иллюстрирует изменение данного сигнала после сжатия. Нижняя зависимость иллюстрирует погрешность сжатия. Результаты моделирования говорят о работоспособности дополнительного преобразователя (рис. 6.1) при реализации условия контрольной разности.

Выполним моделирование каналов с нелинейными дополнительными отклонениями.

$\varphi_1(x,\theta) = \left[1 + 0.1 f_1(x) + 0.01 f_1^2(x)\right]\theta$;

$\varphi_2(x,\theta) = \left[1.1 + 0.11 f_2(x) + 0.008 f_2^2(x)\right]\theta$.

Как и выше, на первом этапе для коррекции используем модель дополнительного преобразователя (рис. 6.10), в которой коэффициент коррекции аппроксимируется линейной функцией, но теперь уже суммы сигналов после сжатия.

Перенастроим модель каналов преобразования контролируемого параметра. Найдём зависимость для коэффициента коррекции с помощью общего выражения (6.9). Заменим переменную *x* в номинальных характеристиках каналов выходным суммарным сигналом, который обозначим *u*.

$f1(u) := 12 + 0.8 \cdot \left[(u - 21) \cdot 1.6^{-1}\right]$ $\quad$ $f2(u) := 9 + 0.8 \cdot \left[(u - 21) \cdot 1.6^{-1}\right]$

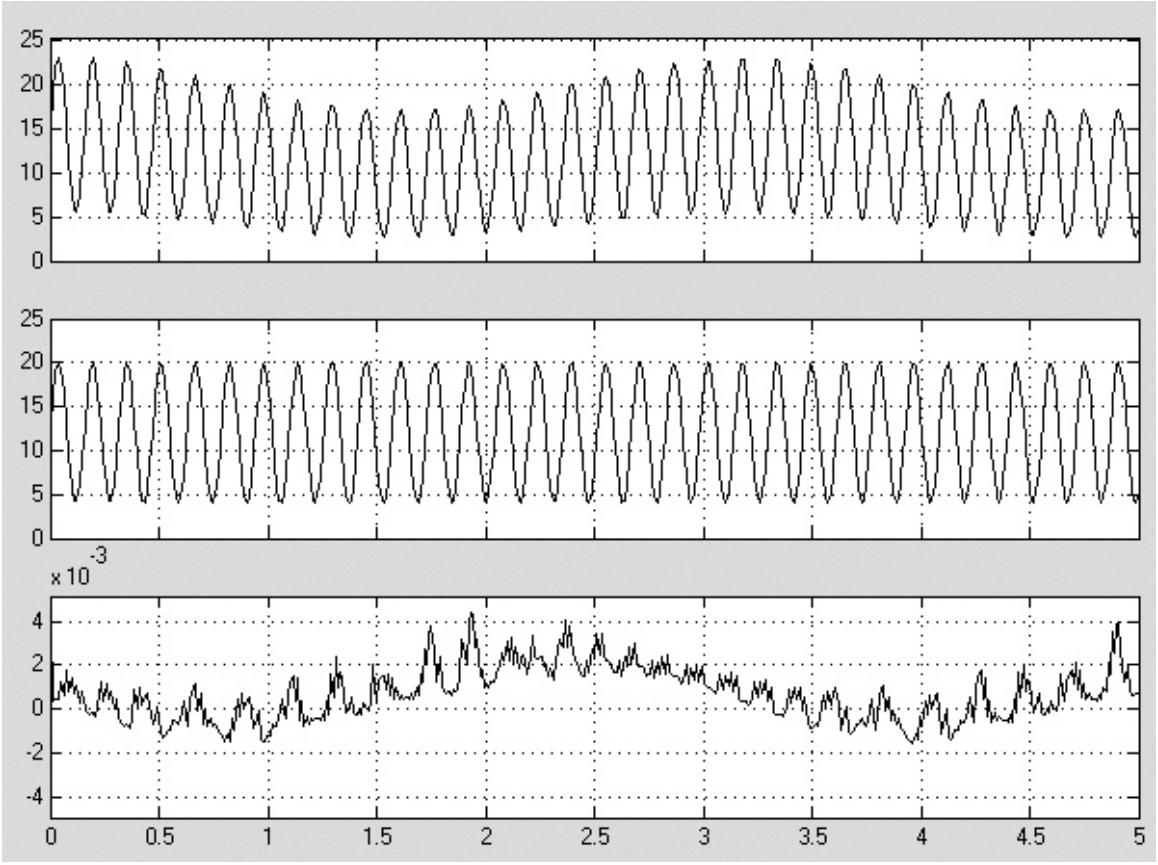


Рис. 6.16. *Результаты моделирования преобразователя*

$$f1(u) := 12 + 0.8\cdot\left[(u - 21)\cdot 1.6^{-1}\right] \qquad f2(u) := 9 + 0.8\cdot\left[(u - 21)\cdot 1.6^{-1}\right]$$

Введём соответствующие зависимости для дополнительных отклонений.

$$\phi 1(u) := 1 + 0.1\cdot f1(u) + 0.01\cdot(f1(u))^2 \qquad \phi 2(u) := 1.1 + 0.11\cdot f2(u) + 0.008\cdot(f2(u))^2$$

Найдём зависимость для коэффициента коррекции.

$$k(u) := \frac{f1(u)\cdot\phi 2(u) - f2(u)\cdot\phi 1(u)}{\phi 1(u) - \phi 2(u)}$$

Выполним линейную и нелинейную аппроксимации.

$$k1(u) := 12. - 0.54\cdot u \qquad k2(u) := 12.8 - 0.67\cdot u + 0.003\cdot u^2$$

Полученные результаты приведены на рис. 6.17.

Перенастроим модель преобразователя. Введём контрольное значение, коэффициенты передачи усилителей и изменим знаки в соответствующих сумматорах.

Выполним моделирование преобразователя. На рис. 6.18 приведена зависимость погрешности сжатия, полученная при данных условиях.

Оценим эффективность перехода к структуре преобразователя (рис. 6.3), в котором коэффициент коррекции аппроксимируется нелинейной функцией. Воспользуемся моделью (рис. 6.14). Перенастроим модель необходимым образом и выполним моделирование. На рис. 6.19 приведена зависимость погрешности сжатия, полученная при данных условиях.

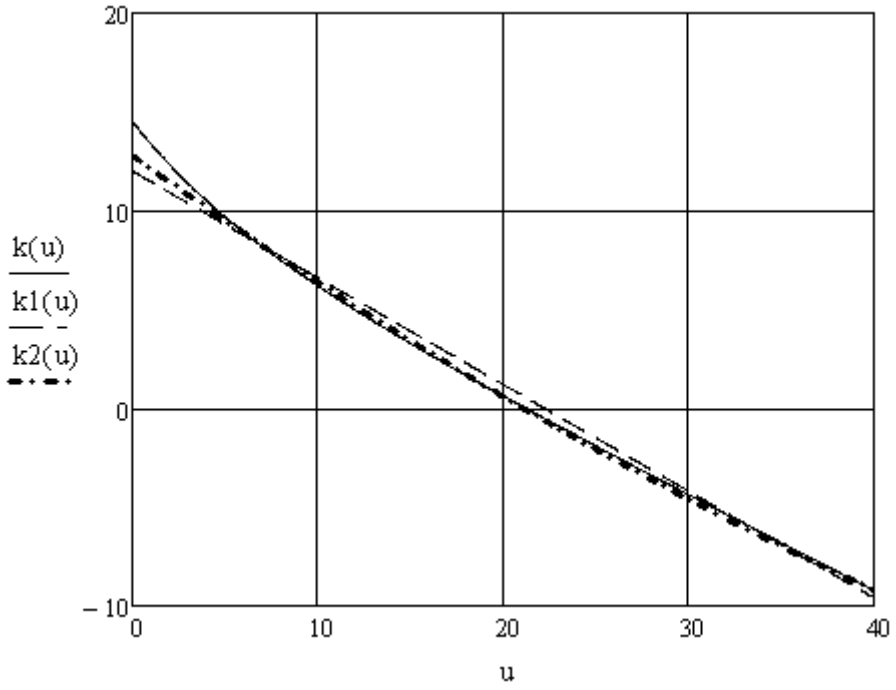


Рис. 6.17. *Аппроксимация зависимости коэффициента коррекции*

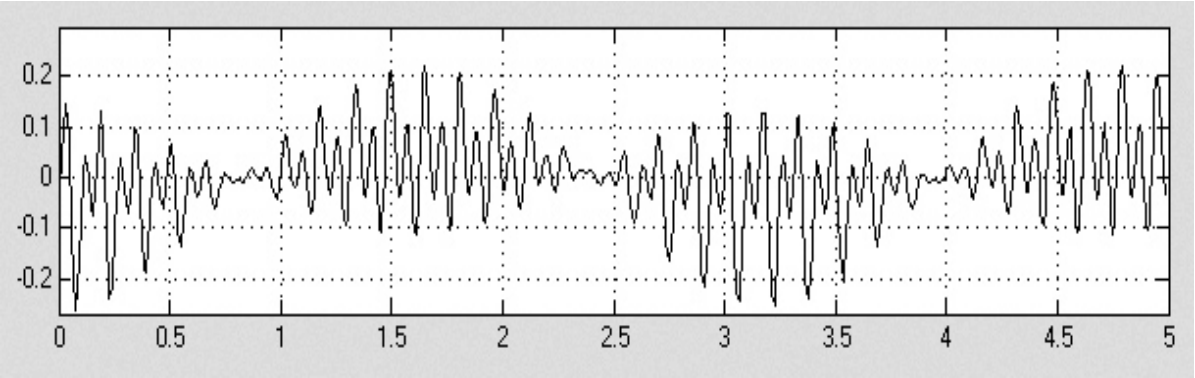


Рис. 6.18. *Погрешность сжатия*

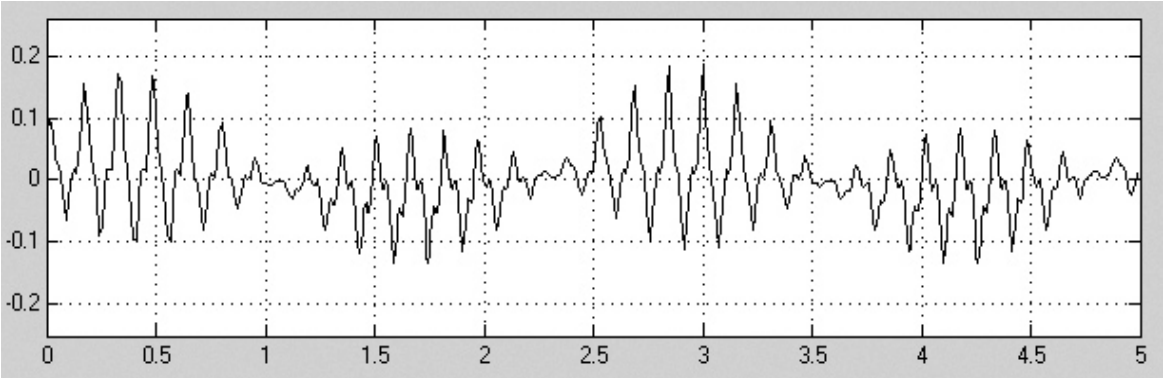


Рис. 6.19. *Погрешность сжатия*

Видно, что эффект от более точной аппроксимации зависимости коэффициента коррекции оказался в данном случае незначительным.

6.5. Компьютерные модели структур, реализующих условие контрольного отношения

Исследование структуры дополнительного преобразователя (рис. 6.4) выполним с помощью компьютерной модели, приведённой на рис. 6.20. В компьютерную модель введён делитель Divide. Сумматор Sum 1 выполняет роль блока сравнения величины отношения сжатых сигналов и контрольного значения. Изменение контролируемого параметра и возмущающего фактора формируется по уравнениям:

$x(t)=12+10\sin 20t$, $\theta(t)=1\sin(2t+1.5)$.

Номинальные характеристики каналов в блоке Subsystem определяются выражениями: $f_1(x)=2x$, $f_2(x)=x$.

Значения дополнительных отклонений определяются выражениями:

$\varphi_1(x,\theta)=[1+0.1f_1(x)]\theta$, $\varphi_2(x,\theta)=[0.8+0.1f_2(x)]\theta$.

Коэффициенты коррекции соответственно $k_1=10$, а $k_2=8$.

На рис. 6.21 показаны результаты моделирования. Как и в предыдущих примерах, верхняя зависимость соответствует выходному сигналу первого канала, средняя зависимость соответствует сигналу после коррекции, а ниже приведена зависимость погрешности сжатия.

На рис. 6.21 показаны результаты моделирования. Как и в предыдущих примерах, верхняя зависимость соответствует выходному сигналу первого канала, средняя зависимость соответствует сигналу после коррекции, а ниже приведена зависимость погрешности сжатия.

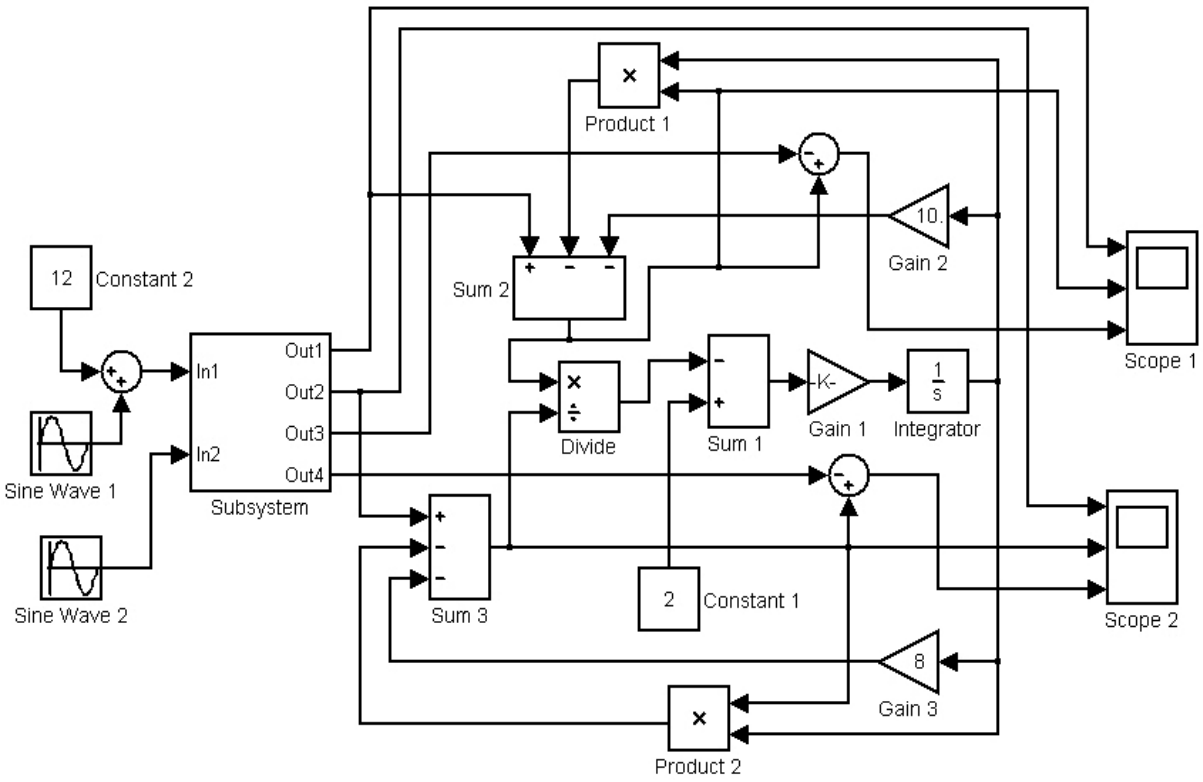


Рис. 6.20. *Модель преобразователя при линейных дополнительных отклонениях характеристик каналов*

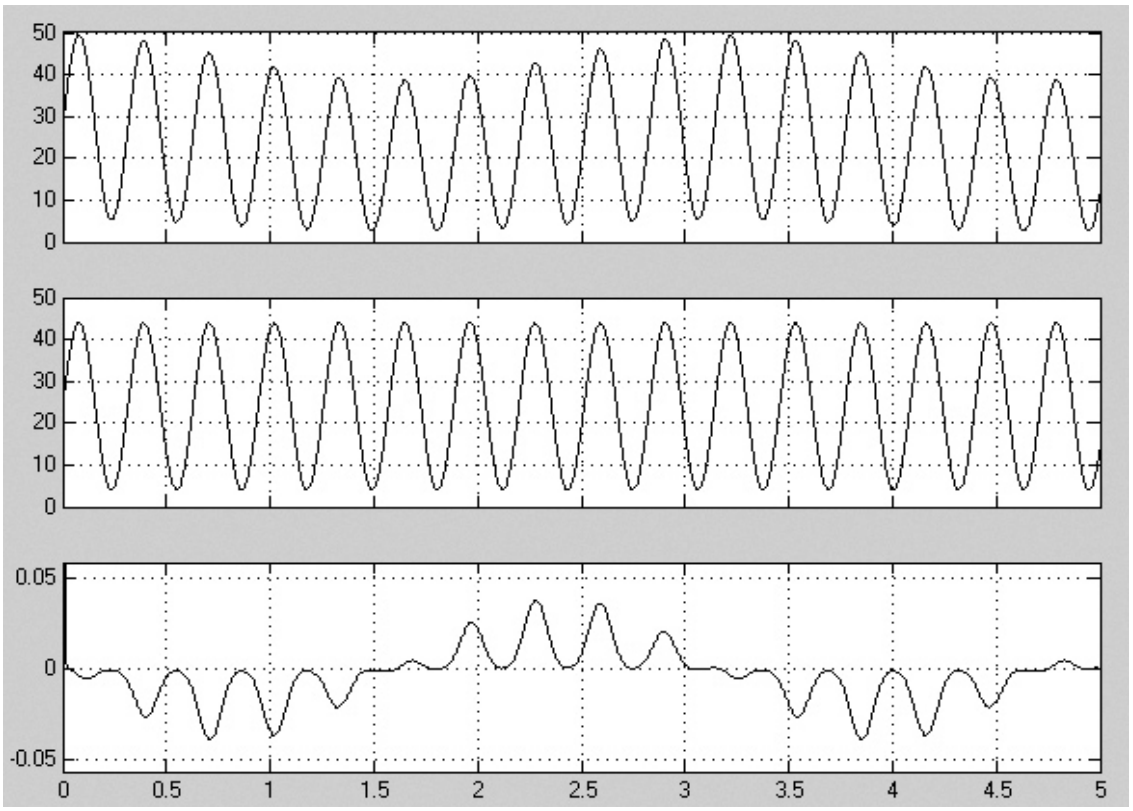


Рис. 6.21. *Результаты моделирования преобразователя*



Рис. 6.22. *Результаты моделирования преобразователя*

На рис. 6.22 приведены аналогичные зависимости для сигнала второго канала. Во втором случае погрешность сжатия в два раза меньше, что соответствует значению контрольного отношения.

В данном случае моделировались линейные каналы преобразования контролируемого параметра, и использовалась линейная аппроксимация дополнительных отклонений.

Выполним моделирование структуры, приведённой на рис. 6.5. Компьютерная модель данной структуры приведена на рис. 6.24.

Найдём зависимость для коэффициента коррекции с помощью общего выражения (6.9). Заменим переменную *x* в номинальных характеристиках каналов выходным суммарным сигналом, который обозначим *u*.

$$f1(u) := 2 \cdot u \cdot 3^{-1} \qquad f2(u) := u \cdot 3^{-1}$$

Введём соответствующие зависимости для дополнительных отклонений.

$$\phi1(u) := 1.9 + 0.2 \cdot f1(u) - 0.001 \cdot (f1(u))^2 \qquad \phi2(u) := 0.8 + 0.1 \cdot f2(u) - 0.003 \cdot (f2(u))^2$$

Найдём зависимость для коэффициента коррекции.

$$k(u) := \frac{f1(u) \cdot \phi2(u) - f2(u) \cdot \phi1(u)}{\phi1(u) - \phi2(u)}$$

Выполним линейную и нелинейную аппроксимации.

$$k1(u) := 0.7 - 0.26 \cdot u \qquad k2(u) := 0.1 - 0.15 \cdot u - 0.0019 \cdot u^2$$

Полученные результаты приведены на рис. 6.23.

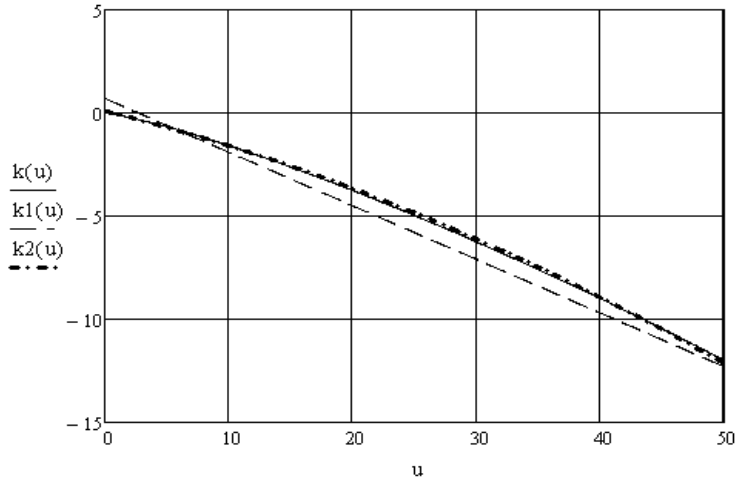


Рис. 6.23. *Аппроксимация зависимости коэффициента коррекции*

В модели на рис. 6.24 используется линейная аппроксимация зависимости коэффициента коррекции от суммы выходных сигналов. На рис. 6.25 приведена зависимость погрешности сжатия для сигнала первого канала при выбранных условиях.

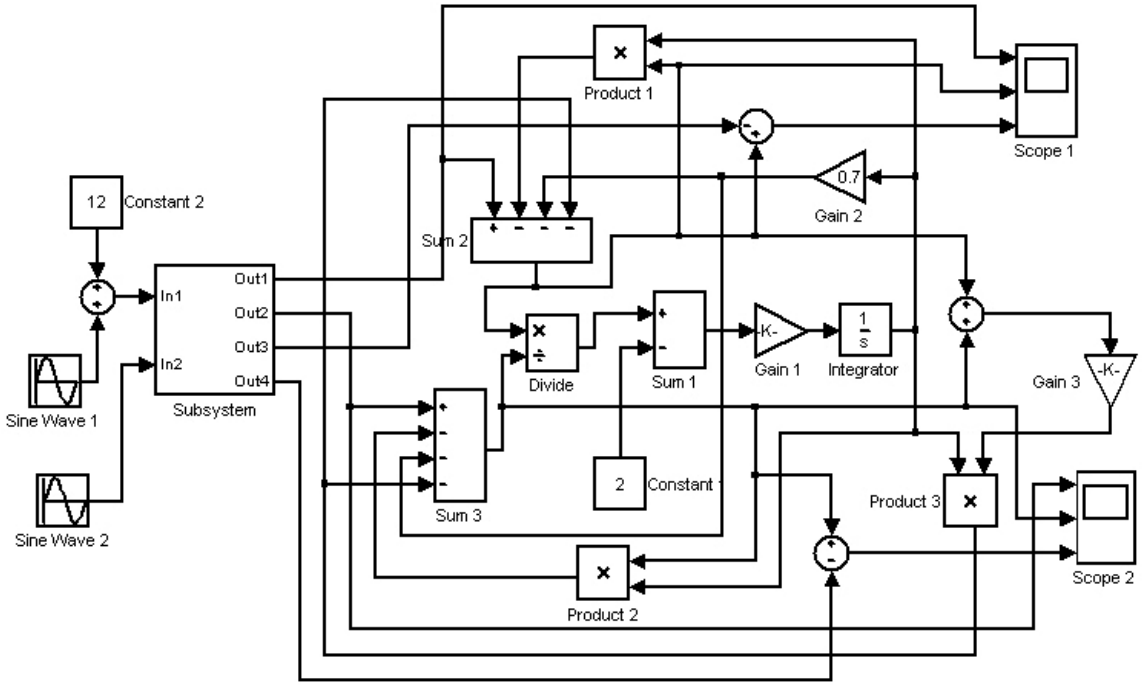


Рис. 6.24. *Модель преобразователя при линейной зависимости коэффициента коррекции*

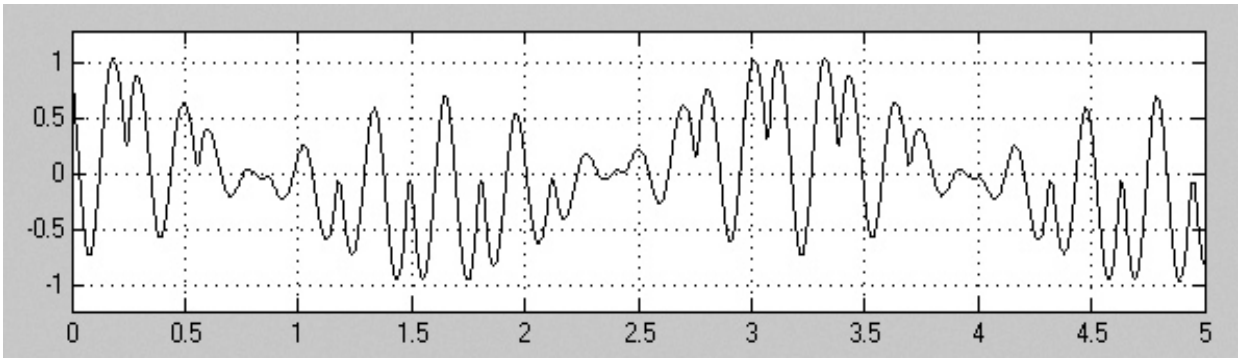


Рис. 6.25. *Погрешность сжатия*

С целью уменьшения погрешности сжатия перейдём к структуре дополнительного преобразователя, приведённой на рис. 6.6. Компьютерная модель данной структуры приведена на рис. 6.26.

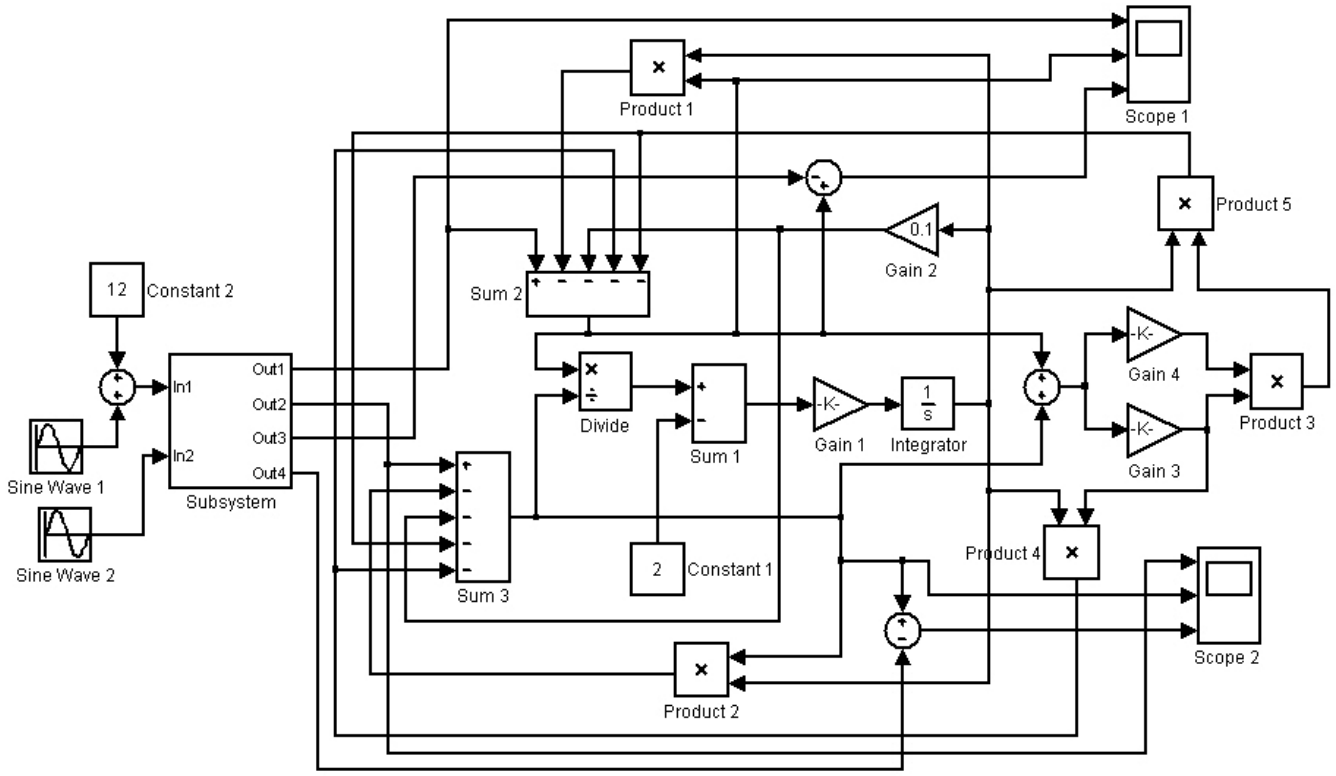


Рис. 6.26. *Модель преобразователя при нелинейной зависимости коэффициента коррекции*

В данной модели реализуется нелинейная аппроксимация зависимости коэффициента коррекции от суммы выходных сигналов. После настройки модели, согласно полученной выше нелинейной аппроксимации, выполним моделирование. Полученная зависимость по-

грешности сжатия для сигнала первого канала приведена на рис. 6.27. Видно, что погрешность уменьшилась в два раза.

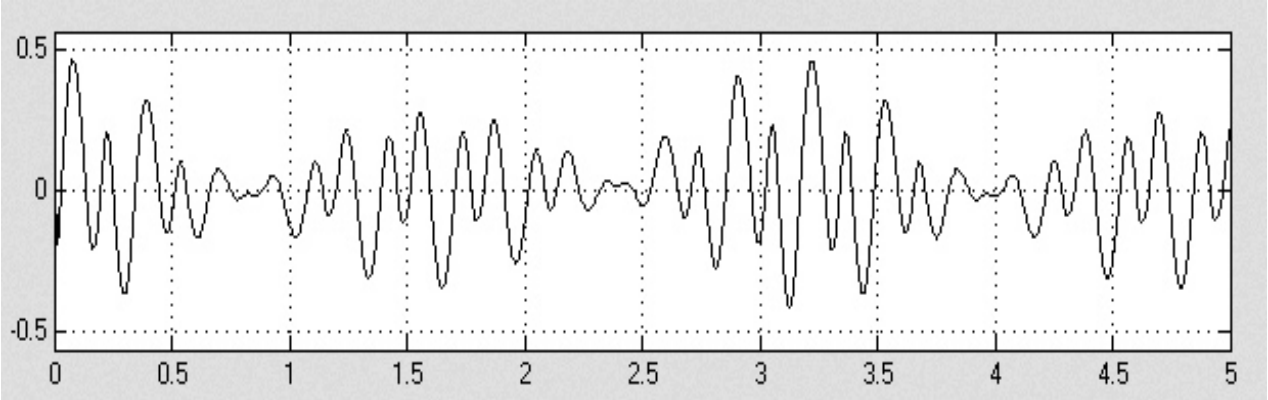


Рис. 6.27. *Погрешность сжатия*

6.6. Выводы

Разработана технология синтеза двухканальных инвариантных преобразователей. В основе технологии лежит метод контрольного значения. Рассмотрены реализации условий контрольной суммы, контрольной разности и контрольного отношения.

В математическую модель преобразователей введён коэффициент коррекции, являющийся функцией выходного обобщённого сигнала. Погрешность аппроксимации данной функции определяет степень инвариантности преобразователей.

Разработаны компьютерные модели инвариантных преобразователей, которые позволяют исследовать их статические и динамические характеристики, а также выбрать оптимальную аппроксимацию зависимости коэффициента коррекции.

Список литературы

1. Шакурский В. К. Алгоритмы коррекции дополнительной погрешности измерительных преобразователей // Метрология. – 1995. – № 10. – С. 30-36.

2. Шакурский В. К. Алгоритм коррекции многофакторной дополнительной погрешности измерительных преобразователей // Приборы и системы управления. – 1996. – № 7. – С. 20-23.

3. Шакурский В. К. Синтез инвариантных преобразователей методом контрольного значения // Автоматика и телемеханика. – 1998. – № 3. – С. 42-49.

4. Шакурский В. К. Синтез измерительных преобразователей по принципу сжимающих отображений // Приборы и системы управления. – 1998. – № 7. – С. 45-48.

ГЛАВА 7

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ДЕФЕКТОВ НА АРХИВНЫХ ФОТОГРАФИЯХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЛОКАЛЬНЫХ БИНАРНЫХ ОКРЕСТНОСТЕЙ

Сизякин Р. А., Воронин В. В., Марчук В. И.,
Гапон Н. В., Фоломкин Д. А.

С развитием цифровых систем автоматического распознавания образов отходит на второй план участие человека в принятии простых решений и классификации поступающей информации. К таким системам следует отнести системы классификации изображений и распознавания объектов различного рода и другие. При большом объеме данных такие системы являются незаменимыми. Для принятия решения о характере поступающей информации из нее с помощью различных методов пытаются выделить основные характеризующие ее свойства для последующей классификации.

В данной главе рассматриваются системы автоматического распознавания дефектов на изображениях. Решение данной задачи имеет широкое применение на практике. Автоматическое обнаружение встречается в задаче поиска дефектов на дорожном покрытии, в текстильной промышленности, а также виртуальной реставрации архивных фотоизображений. Решение данного круга задач позволяет ускорить работу в данных направлениях, а в некоторых случаях полностью решить. Для решения первых двух задач (поиск дефектов на дорожном покрытии и текстиле) достаточно создания маски, которая с максимальной достоверностью локализует дефекты на изображении, в то время как для фотореставрации необходимы дополнительные алгоритмы для восстановления обнаруженных поврежденных участков.

К дефектам, которые встречаются на фотоизображении, относятся различного рода пятна, царапины, трещины и другие инородные объекты. Их появление может быть вызвано старением, физическим воздействием, неправильным хранением или эксплуатацией. Восстановление таких дефектов в настоящее время в большинстве случаев осуществляется путем ручной обработки, что затрудняет восстановление архивных фотоизображений.

Так процесс восстановления у художника-реставратора одной фотографии может занять от 30 минут до нескольких часов. С современными алгоритмами цифровой обработки сигналов данный процесс занимает не более 5 минут, от автоматического поиска дефектов до их полного устранения в автоматическом режиме без участия пользователя.

В главе затрагивается только задача автоматического поиска и создания маски с локальным положением дефектов на изображения для дальнейшего устранения их средствами автоматической реставрации изображений.

В связи с чем является актуальной задача автоматизированной реставрации архивных видеозаписей.

7.1. Анализ методов автоматического детектирования дефектов

7.1.1. Классификация дефектов и методы их автоматического детектирования

В различных архивах мира хранится большое количество архивных фото- и видеодокументов. Все они составляют историческую ценность и требуют бережного хранения. Многие фотоизображения являются уникальными и чуть ли не единственными или единственными сведениями об отдельных элементах прошлого. Сохранение и реставрация архивных документов — сложная задача, но позволяющая частично решить проблему сохранения культурно-исторического наследия. Современное решение этой задачи — использование вычислительных систем и специализированного программного обеспечения. При обладании техническими возможностями существует необходимость в программах цифровой автоматической реставрации.

Цифровое восстановление поврежденных фотографий состоит из этапа обнаружения повреждений и их устранения. В большинстве случаев этот процесс осуществляется путем ручной обработки, которая требует определенных навыков и времени. Существует также полуавтоматический способ удаления дефектов [1]. Для восстановления поврежденного изображения пользователю необходимо выделить предполагаемые дефекты для последующей реконструкции в автоматическом режиме. Проблема автоматической процедуры цифрового восстановления поврежденных изображений в достаточно короткий промежуток времени с высоким качеством восстановленного изображения является сложной задачей.

Подходы для обнаружения дефектов на фотографиях с изображением ткани или дорожного покрытия имеет схожую структуру, но в случае с архивными фотографиями локализация дефектов осложняется структурой фона этого изображения. Наиболее сложный случай для обнаружения трещин и их удаления представляет случай схожести текстурных особенностей фона и дефекта.

Изображение рассматривается как упрощенная математическая модель, которая представляет собой двумерную дискретную последовательность $Y_{i,j}$, $i = \overline{1,N}$, $j = \overline{1,M}$ [2].

Типы дефектов:

Дефекты на изображении можно классифицировать следующим образом:

1. Пятна различного рода [3]. Следует отметить, что данный тип дефектов является одним из наиболее распространенных и по частоте появления стоит на уровне трещин на фотоизображении:

- мелкие черные пятна, обусловленные наличием пыли на поверхности. Встречаются на многих фотографиях. Размеры пятен очень малы, их можно считать точечными объектами;
- пятна от грязи;
- пятна, обусловленные химическими реакциями (гидролиз, выделение химических соединений);
- пятна от клякс при попадании на фотографию чернил или другой жидкости;
- другие виды пятен (отпечатки пальцев, плесень и так далее).

Также к данной группе дефектов следует отнести дефекты, связанные с намеренным воздействием на фотографию (чернильные отметки, пометки химическим карандашом и другие).

Математическая модель данных типов дефектов может быть представлена в виде:

$$Y_{i,j} = (1 - d_{i,j}) \cdot S_{i,j} + d_{i,j} \cdot c_{i,j},$$

где $Y_{i,j}$ – наблюдаемое изображение, $S_{i,j}$ – оригинальное (неповрежденное) изображение, $d_{i,j}$ – бинарная маска обнаруженных дефектов, которая показывает, какой именно участок на изображении был поврежден: $d_{i,j} \in \{0,1\}$, $c_{i,j}$ – маска, которая содержит значения яркости дефектов, причем $c_{i,j} \neq Y_{i,j}$ (рис. 7.1) .



а) б)

Рис. 7.1. *Пример дефектов на изображении:*
а) пример пятен на изображении, б) пример надписей на изображении

2. Ко второму типу дефектов следует отнести изображения волокон, которые возникают при попадании на фотографию волоса или волокна, а также инородных объектов, имеющих структуру тонкой линии. Данный тип дефектов может возникнуть при попадании данных объектов на объектив, или в систему линз фотоаппарата. Дефекты характеризуются формой помехи в виде тонкой линии и схожи с трещиной на изображении с тем лишь отличием, что яростная характеристика принимает в большинстве случаев темные тона [4] (рис. 7.2).



Рис. 7.2. *Пример волокна на изображении.*

Математическая модель данного типа дефектов может быть представлена в виде:

$$l(\eta_{i,j}) = A \cdot k^{|c-\eta_{i,j}|} \cdot \cos\left(\frac{|c-\eta_{i,j}|}{w}\right) + f_0 \ ,$$

где A – зависимость динамического диапазона интенсивности по сечению волокна, k – коэффициентом затухания, c – центральное положение волокна, w – ширина волокна, f_0 – смещение, определяемое локальным средним уровнем градаций яркости, $\eta_{i,j}$ – область с отсутствующими или искаженными пикселями.

3. Зернистость изображения. Заметная структура фотобумаги [5] (рис. 7.3).



Рис. 7.3. *Пример зернистости изображения.*

Математическая модель данного типа дефектов может быть представлена в виде:

$$Y_{i,j} = S_{i,j} + \eta_{i,j}, \quad i = \overline{1,N}, j = \overline{1,M},$$

где $S_{i,j}$ – полезная двумерная составляющая (исходное неискаженное изображение), $\eta_{i,j}$ – аддитивная шумовая составляющая, N – количество строк, M – количество столбцов двумерного массива изображения.

Также к этому типу следует отнести различные типы шумов на изображении.

4. Отслоение фотографического слоя часто возникает после физического воздействия на фотографию (например, после сгиба края и его выравнивания) (рис. 7.4) [6].

Данный тип дефектов менее распространен, чем описанные ранее, и по структуре схож с дефектами группы 1. Математическая модель может быть представлена в виде:

$$Y_{i,j} = (1 - d_{i,j}) \cdot S_{i,j} + d_{i,j} \cdot c_{i,j},$$

где $Y_{i,j}$ – наблюдаемое изображение, $S_{i,j}$ – оригинальное (неповрежденное) изображение, $d_{i,j}$ – бинарная маска обнаруженных дефектов, которая показывает, какой именно участок на изображении был поврежден.

Данный тип дефектов, как и дефекты первой группы, наиболее часто встречается на архивных фотодокументах.



Рис. 7.4. *Пример отслоения фотографического слоя*

7.1.2. Обзор существующих методов обнаружения дефектов

На данный момент существует большое количество методов автоматического детектирования трещин на изображении. Самые первые и наиболее простые в реализации алгоритмы относятся к классу пороговой обработки [7].

7.1.2.1. Метод Отцу

Суть метода заключается в выборе оптимального порогового значения, которое разделяет значения яркости изображение в серых тонах на два класса: пиксели, принадлежащие фону, и пиксели, принадлежащие объектам переднего плана. Для корректной работы данного алгоритма предполагается, что гистограмма изображения сепарабельна (рис. 7.5).

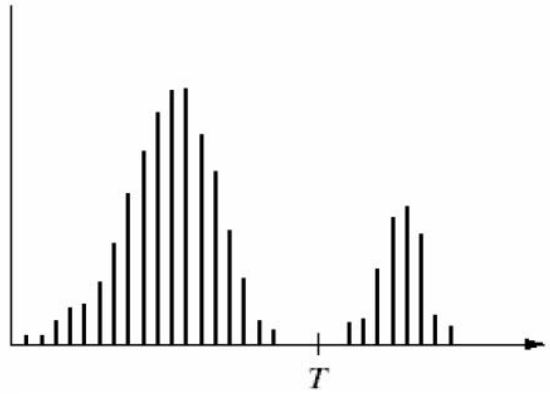


Рис. 7.5. *Пример выбора оптимального порогового значения методом Отцу*

Для оптимального разделения гистограммы итеративно выбирается пороговое значение, которое минимизирует дисперсию внутри класса, которая определяется как взвешенная сумма дисперсий двух классов:

$$\sigma_w^2(t) = w_1(t)\sigma_1^2(t) + w_2(t)\sigma_2^2(t),$$

где w_i – это вероятности двух классов, разделенных порогом; t, σ_i^2 – дисперсия этих классов. В своей работе Отцу показал, что минимизация дисперсии внутри класса равносильна максимизации дисперсии между классами, которая равна:

$$\sigma_b^2(t) = w_1(t)w_2(t)\big(\mu_1(t) - \mu_2(t)\big)^2,$$

здесь μ_1, μ_2 – математическое ожидание двух классов.

К недостаткам метода следует отнести: ложные срабатывания детектора на изображениях, содержащих шумовую составляющую, также данный алгоритм в большинстве случаев требует последующую постобработку полученной маски для сокращения ложных срабатываний.

Некоторой разновидностью пороговых детекторов являются методы, основанные на пороговой сегментации изображений [8].

Другим классом детекторов являются методы, основанные на морфологической обработке изображения.

7.1.2.2. Морфологическая обработка изображения

Большинство методов данной группы использует морфологическое преобразование верх шляпы. Преобразование верх и низ шляпы использует: четыре базовые операции двоичной математической морфологии (открытие, закрытие, эрозия и дилатация) [9].

Пусть $Y_{i,j}^{(k)}$ – изображение в серых тонах, B – структурный элемент, тогда операции математической морфологии могут быть определены следующим способом (рис. 7.6):

$(Close_{i,j})^B = (Y_{i,j} \oplus B)\Theta B)$ закрытие

$(Open_{i,j})^B = (Y_{i,j}\Theta B) \oplus B)$ открытие

$(Dilate_{i,j})^B = MAX_{(u,v)\in B}(Y_{i,j}(i+u, j+v) - B(u,v))$ расширение

$(Erode_{i,j})^B = MIN_{(u,v)\in B}(Y_{i,j}(i+u, j+v) - B(u,v))$ сужение

Тогда преобразование верх шляпы запишется как (рис. 7.6в),

$$I_{i,j} = Y_{i,j} - (Open_{i,j})^B,$$

низ шляпы (рис. 7.6г),

$$I_{i,j} = Y_{i,j} - (Close_{i,j})^B,$$

где $I_{i,j}$ – полученное изображение после преобразования.

После чего полученное изображение $I_{i,j}$ бинаризуется априорно заданным пороговым значением.

Из недостатков следует отметить зависимость алгоритма от формы и размера структурного элемента. Также данная группа методов нуждается в постобработке выходного изображения.

В работе [10] предлагается дополнение к методу морфологической обработки и адаптация к сложнотекстурным изображениям. Суть дополнения в том, чтобы сократить число ложных срабатываний алгоритма путем соотнесения каждого пикселя к классу объектов или классу дефектов. В качестве классификатора используется медианная радиальная базисная функция (MRBF). В качестве дескрипторов используется оттенок и насыщенность в локальной области вокруг предполагаемого дефектного пикселя.

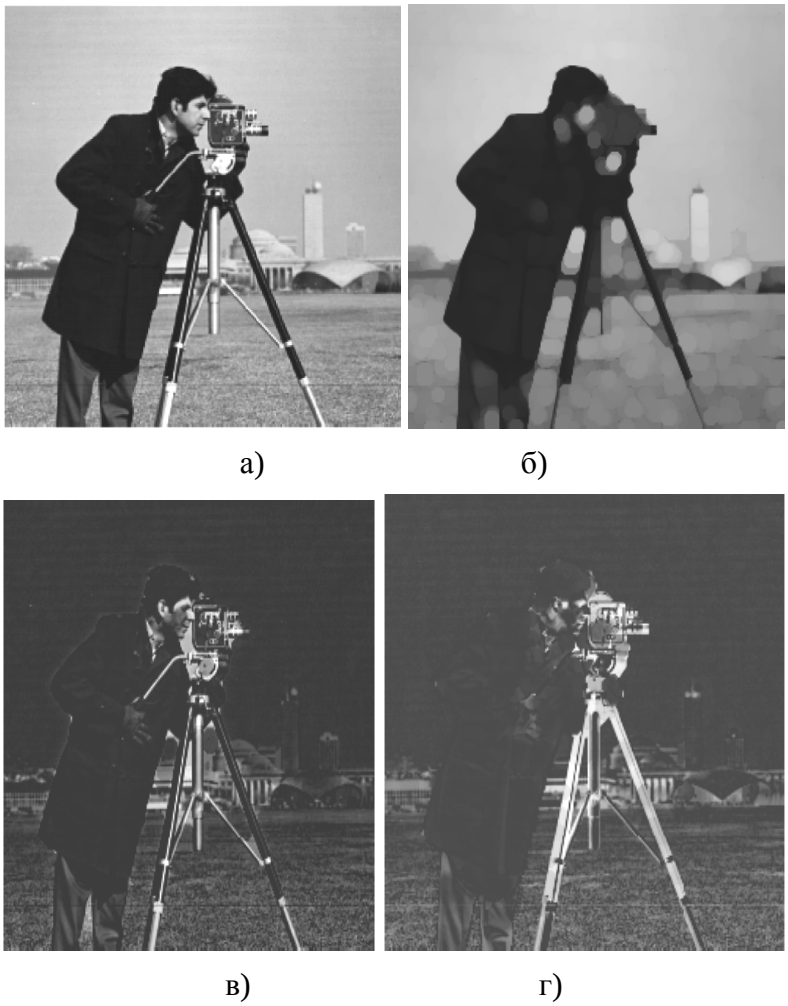


Рис. 7.6. *Пример работы морфологических операций:*
а) исходное изображение; б) операция открытие;
в) операция верх шляпы; г) операция низ шляпы

Еще одним классом способов являются методы частотной обработки изображений.

7.1.2.3. Вейвлет-преобразования

Данную группу методов можно разделить на две подгруппы.

Первая подгруппа методов основывается на шумоподавлении входного изображения таким образом, чтобы сохранить структуру дефекта и максимально сгладить задний фон [11].

Пусть $Y_{i,j}$ – изображение в серых тонах, тогда непрерывное вейвлет-преобразование (CWT) будет определено как:

$$CWTY(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^*(\frac{x-b}{a}) dx,$$

где $\psi^*(x)$ – комплексная составляющая материнского вейвлета $\psi(x)$, a – масштабирующий коэффициент, b – параметр сдвига.

Выбор оптимального базиса выполняется с помощью функции энтропии по Шеннону

$$E(S) = -\sum_i s_i^2 \log(s_i^2).$$

Выбор порогового значения фильтра выбирается между «жестким», так как такое пороговое значение может привести к эффекту Гиббса, и «мягким», которое приводит к смазу резких границ. Пороговое значение определяется как:

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} 0, & |w_{i,j}| \le t_1 \\ \operatorname{sgn}(w_{i,j}) \dfrac{t_2(|w_{i,j}| - t_1)}{t_2 - t_1}, & t_1 < |w_{i,j}| \le t_2 \\ w_{i,j} & |w_{i,j}| > t_2 \end{cases},$$

где t_1 и t_2 – пороговые значения.

Пороговые значения выбираются исходя из правила трех сигм. После фильтрации изображение бинаризуется заданным пороговым значением.

К недостаткам следует отнести узкую область применения метода, а также сложность выбора оптимального порогового значения.

Вторая подгруппа методов основывается на выборе близкой по структуре материнской функции со структурой дефекта, для получения наибольшего отклика в области локализации дефекта [12].

Пусть $Y_{i,j}$ – изображение в серых тонах, тогда непрерывное двумерное вейвлет-преобразование (2D CWT) будет определено как:

$$CWTY(a,b,\theta) = \iint_{R^2} f(x)\psi^*_{(a,b,\theta)}(x)dx$$
$$\frac{1}{\sqrt{a}}\iint_{R^2} f(x)\psi^*(R^{-\theta}(\frac{x-b}{a}))dx \quad ,$$

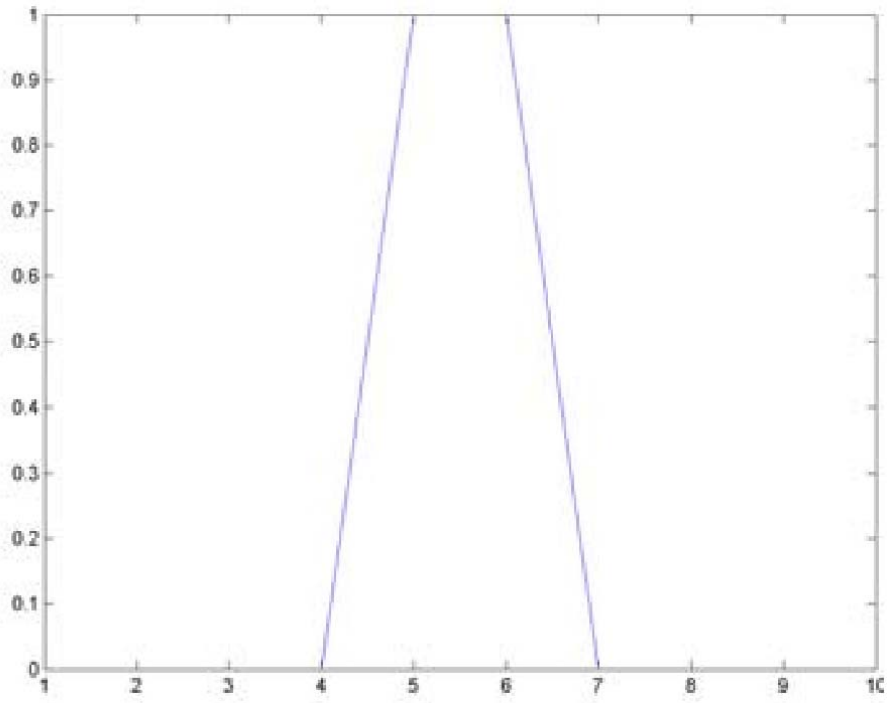
где $\psi^*(x)$ – комплексная составляющая материнского вейвлета $\psi(x)$, a – масштабирующий коэффициент, b – параметр сдвига, θ – направление базисной функции (в данной работе использовались $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 90^\circ$).

Выбор базиса зависит от текстуры входного изображения. Критерий качества выбора базиса оценивается как отношение сигнал шум (*SNR*).

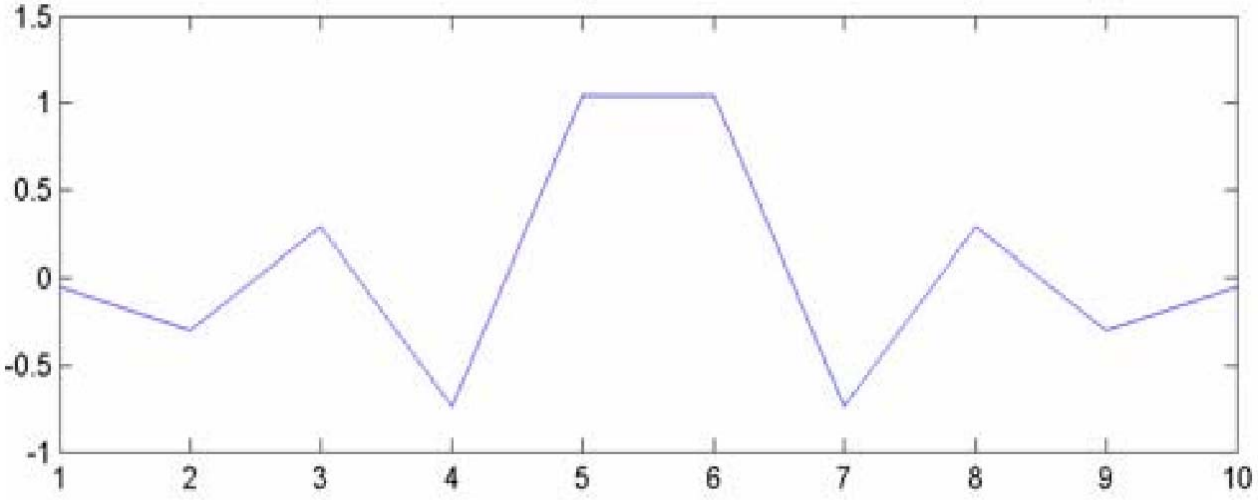
$$SNR = \frac{|h * s|^2}{E|h * b|^2},$$

где h – отклик фильтра на единичный скачок, s – образец дефекта, b – образец фона.

Оценка SNR производится как для дефекта, так и для фона. Базис, получивший наибольшую оценку, используется в дальнейшем (рис. 7.7) .



а)



б)

Рис. 7.7. *Пример выбора базисной функции:*
а) модель структуры дефекта; б) модель структуры выбранного базиса

После выбора базисной функции вычисляется свертка входного изображения с выбранной материнской функцией. Для локализации объектов, получивших наибольший отклик, выполняется бинаризация изображения (рис. 7.8).



а) б)

Рис. 7.8. *Локализация объектов, получивших наибольший отклик:*
а) входное изображение; б) маска, полученная после бинаризации

Для сокращения числа ложных срабатываний выполняется пространственная обработка полученной маски. Суть данной операции заключается в следующем: в скользящем локальном окне размером 5×5 проверяется условие:

$$\text{если}\left\|\begin{array}{l} M_{i-2,j-2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i-2,j-1}=1 \\ \text{или} \\ M_{i-1,j-2}=1 \end{array}\right\}\text{тогда, } M_{i-1,j-1}=1\,, \quad \text{если}\left\|\begin{array}{l} M_{i-2,j+1}=1 \\ \text{или} \\ M_{i-2,j+2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i-1,j+2}=1 \end{array}\right\}\text{тогда, } M_{i-1,j+1}=1\,,$$

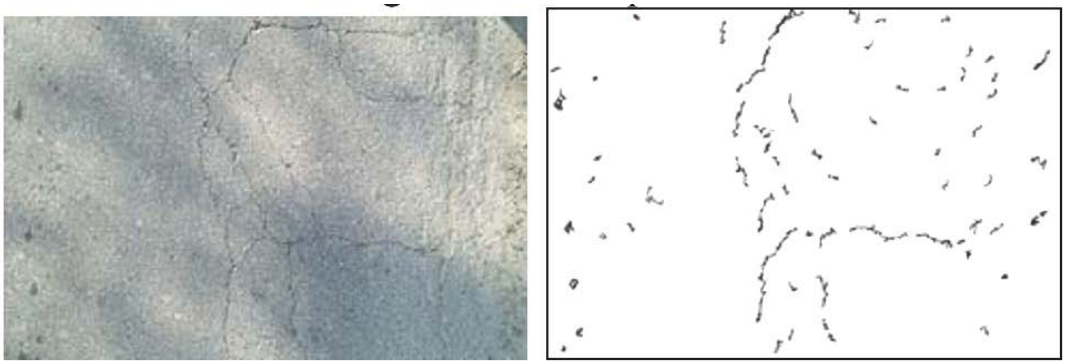
$$\text{если}\left\|\begin{array}{l} M_{i+1,j-2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i+2,j-2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i+2,j-1}=1 \end{array}\right\}\text{тогда, } M_{i+1,j-1}=1\,, \quad \text{если}\left\|\begin{array}{l} M_{i+1,j+2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i+2,j+2}=1 \\ \text{или} \\ M_{i+2,j+1}=1 \end{array}\right\}\text{тогда, } M_{i+1,j+1}=1\,,$$

$$\text{если } M_{i-2,j}=1 \text{ тогда } M_{i-1,j}=1, \quad \text{если } M_{i,j+2}=1 \text{ тогда } M_{i,j+1}=1\,,$$

$$\text{если } M_{i+2,j}=1 \text{ тогда } M_{i+1,j}=1, \quad \text{если } M_{i,j-2}=1 \text{ тогда } M_{i,j-1}=1\,,$$

где $M_{i,j}$ – бинаризованная маска.

Если группа пикселей в локальной области изолирована, то она исключается из рассмотрения. Данная операция позволяет сократить некоторое количество ложных детектирований. Результат операции приведен на рис. 7.9.



а) б)

Рис. 7.9. *Пример работы пространственной обработки:*
а) исходное изображение; б) маска, полученная после удаления локально замкнутых областей

Данный класс методов обладает тремя существенными недостатками: первый – выбор базовой функции, второй – ложные срабатывания на текстуре схожей по структуре с дефектами на изображении, третий – необходимость наличия шаблонов изображения без дефектов.

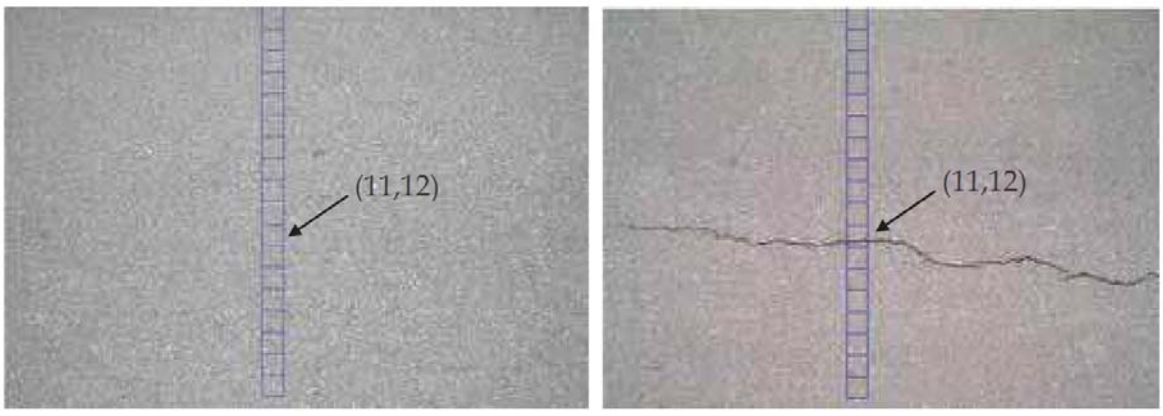
К последней группе детекторов следует отнести методы, основанные на обучении алгоритма.

7.1.2.4. Методы на основе обучения алгоритма

Суть данной группы методов заключается в поиске дескрипторов, которые максимально полно характеризуют дефект. После чего входное изображение соотносится либо к классу объектов, либо к классу дефектов. Данная группа детекторов позволяет применять несколько методов обнаружения дефектов и получить интегральную оценку для пикселей или области изображения. Из основных достоинств следует отметить отсутствие предварительно заданных начальных параметров, так как они достигаются итеративным путем в процессе обучения и минимизации ошибки.

В работе [13] предложен подход к обнаружению дефектов, суть которого заключается в нормализации входного изображения и классификации локальных областей на две группы: дефект или объект. В качестве дескрипторов выступают математическое ожидание и дисперсия в некотором скользящем окне.

На первом этапе происходит подготовка обучающей выборки. Для обучения использовались две группы изображений: содержащие дефекты и изображения без дефектов. Все изображения из обучающей выборки разбиваются на локальные области, в которых вычисляются математическое ожидание и дисперсия. Для более корректного обнаружения горизонтальных и вертикальных трещин входные изображения сканируются по горизонтали и вертикали (рис. 7.10).



а) б)

Рис. 7.10. *Этап обучения алгоритма:*
а) изображения без дефектов; б) изображения с горизонтальным дефектом

Пороговые значения для первых двух моментов выставляются в соответствии с эмпирическими соображениями.

На втором этапе для областей, не содержащих дефект, происходит нормализация математического ожидания в соответствии с выражением:

$$M_{noncrack} = \frac{\mu}{M_w},$$

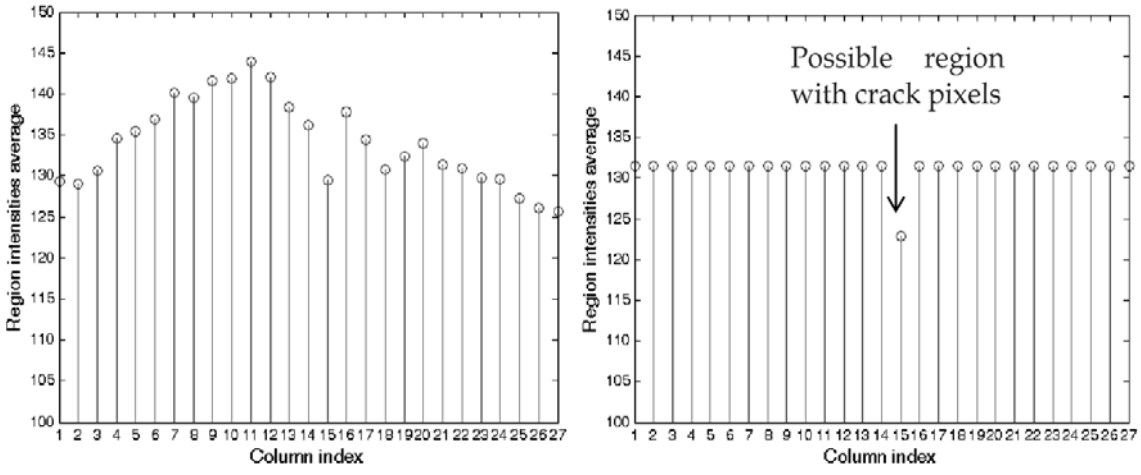
где $M_{noncrack}$ – коэффициент контрастности для локальной области, μ – среднее значение контрастности для всех локальных областей, помеченных как не содержащие дефект, M_w – среднее значение контрастности для текущей локальной области, помеченной как не содержащая дефект.

Для областей, помеченных на предварительном этапе как содержащие дефект, нормализация математического ожидания происходит в соответствии с выражением:

$$M_{crack} = \frac{\mu}{\frac{1}{k}\sum_{p=-a}^{a}\sum_{q=-b}^{b} M_w(w+p, w+q)},$$

где M_{crack} – коэффициент контрастности для локальной области, μ – среднее значение контрастности для всех локальных областей, помеченных как не содержащие дефект, M_w – среднее значение контрастности, вычисляемое для соседних блоков без дефектов, k – число соседей вокруг текущей области, не содержащих дефекты, a, b – радиус для поиска соседей.

Результат данной операции приведен на рис. 7.11.



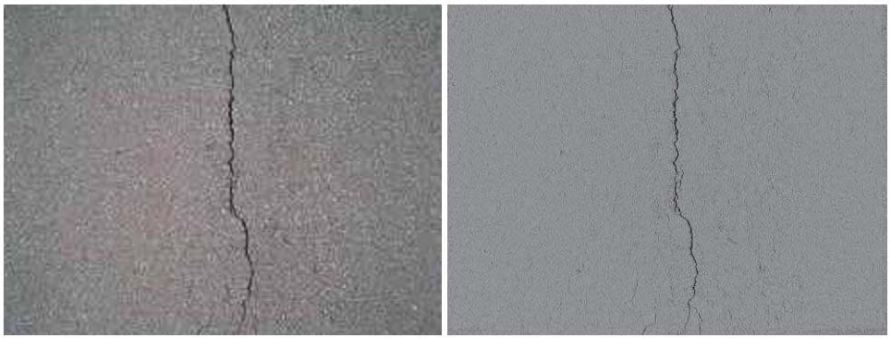
а) б)

Рис. 7.11. *Результат нормализации математического ожидания:*

а) математическое ожидание локальных областей исходного изображения;

б) математическое ожидание локальных областей нормализованного изображения

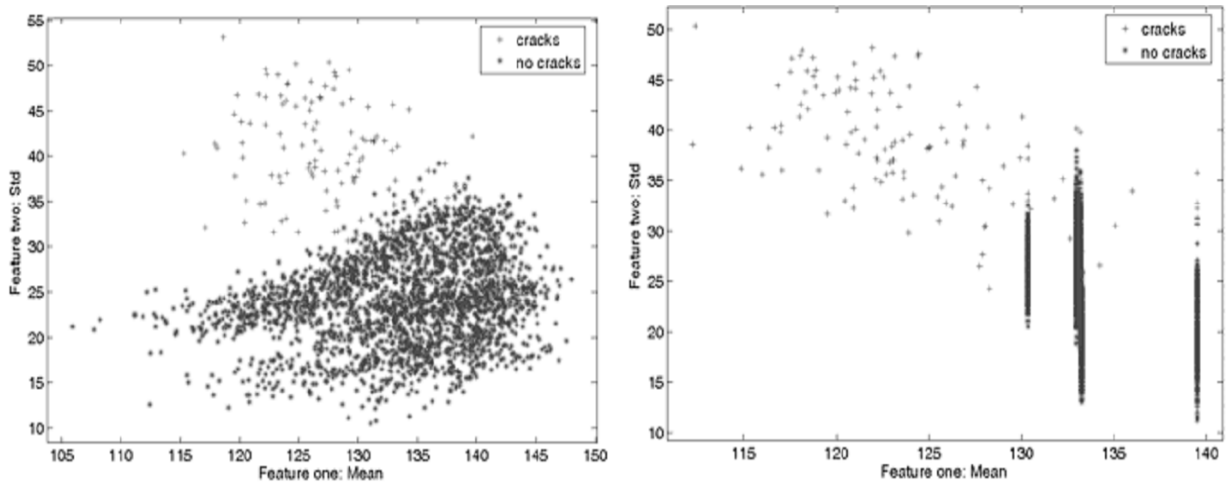
После нормализации изображения применяется операция коррекции насыщенности. Данная операция заключается в том, что пиксели ярче некоторого значения заменяются на константу, если значение пикселя меньше заданного значения, оно остается неизменным. Результат коррекции насыщенности приведен на рис. 7.12.



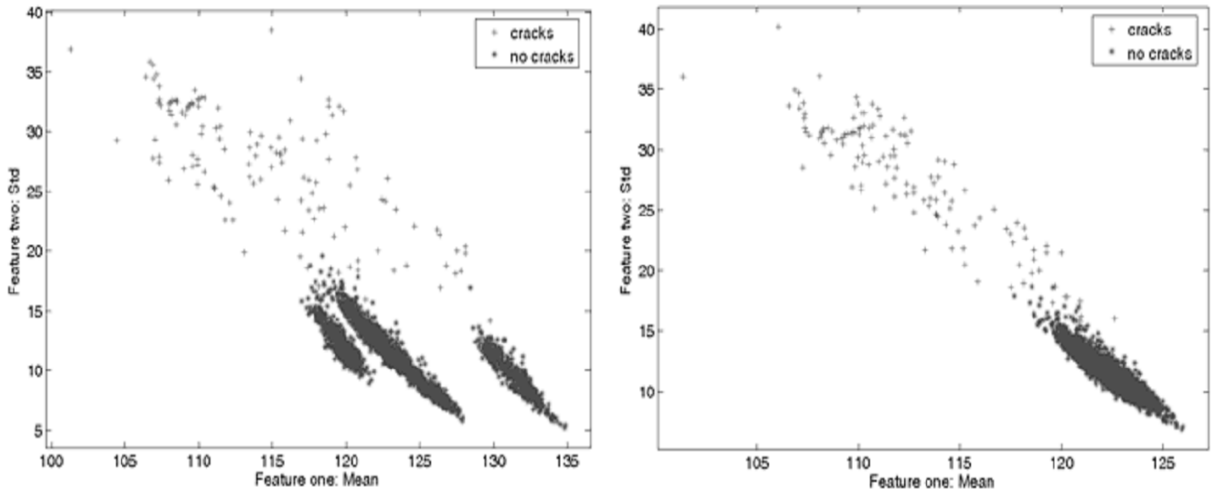
а) б)

Рис. 7.12. *Результат коррекции насыщенности:*
а) исходное изображение; б) изображение после коррекции насыщенности

На третьем этапе происходит классификация локальных областей с учетом пространственных улучшений векторов признаков. Результат классификации приведен на рис. 7.13. Рис. 7.13*г* получен путем сведения центроидов облаков признаков для каждого изображения в одно.



а) б)



в) г)

Рис. 7.13. *Облако признаков:*
а) исходное изображение; б) после нормализация математического ожидания;
в) после коррекции насыщенности и нормализации;
г) после дополнительной коррекции облака признаков

Из недостатков данного метода следует отметить трудности выбора порогового значения для предварительной классификации, что в свою очередь может нарушить корректность работы всего алгоритма.

Другим подклассом алгоритмов на основе обучения являются методы, совмещающие в себе несколько методов обнаружения дефектов.

Известно устройство детектирования царапин на изображении [US20130034298 A1][14]. Поиск дефектов в данной работе можно разделить на три этапа. На первом этапе происходит сегментация изображения. Данная операция необходима для локализации дефекта на изображении и последующей работы с ним.

На втором этапе выполняется морфологическая обработка изображения структурными элементами. Структурные элементы представлены в виде линий с различными углами ($0^{\circ}...90^{\circ}$). Данная операция позволяет получить наибольший отклик на линейных объектах и меньший на точечных. Данная операция позволяет сократить число ложных срабатываний, так как трещины имеют продолговатую форму. После морфологической обработки выполняется бинаризация изображения заданным пороговым значением. Также пороговое значение может быть получено методом Отцу.

На третьем этапе для маски с предполагаемыми дефектами вычисляются дескрипторы. В главе были использованы морфологические особенности предполагаемых дефектов, и наиболее полно их можно описать с помощью следующих особенностей: площадь дефекта, коэффициент выпуклости, коэффициент корреляции, компактность, эксцентриситет эллипса. После чего данные дескрипторы поступают на нелинейный классификатор SVM, который разделяет пиксели на дефект или объект.

Основным недостатком данного метода является большое количество задаваемых априорно пороговых значений.

7.2. Метод детектирования дефектов на изображениях

7.2.1. Разработка метода детектирования дефектов

Предварительная обработка является важным шагом при обнаружении дефектов, предназначенная для сокращения количества ложных детектирований. В качестве предобработки выступает морфологическая операция верх шляпы. Суть данной операции заключается в вычитании из исходного изображения $Y_{i,j}$ результата его открытия.

$$I_{i,j} = Y_{i,j} - (Open_{i,j})^B,$$

где B – структурный элемент размером 5×5 пикселей, имеющий форму диска.

Морфологическая операция открытия заключается в последовательном применении операции сужения, а затем расширения.

$(Open_{i,j})^B = (Y_{i,j} \Theta B) \oplus B)$ открытие,

$(Dilate_{i,j})^B = MAX_{(u,v)\in B}(Y_{i,j}(i+u, j+v) - B(u,v))$ сужение,

$(Erode_{i,j})^B = MIN_{(u,v)\in B}(Y_{i,j}(i+u, j+v) - B(u,v))$ расширение,

здесь Θ – означает операцию сужения, $\oplus$ – расширение, u, υ – размер структурного элемента.

Результат проделанной операции приведен на рис. 7.14.



а) б)

Рис. 7.14. *Результат морфологической операции верх шляпы:*
а) исходное изображение; б) предварительная маска с дефектами

Полученный результат показывает, что дефект в виде горизонтальной трещины получил наибольший отклик. Для разделения объектов, получивших наибольший и наименьший отклик, а также локализации предполагаемых объектов, полученная маска бинаризуется (рис 7.15).



Рис. 7.15. *Результат бинаризации*

Как видно из рис. 7.15, предварительная маска содержит как корректно обнаруженное положение дефекта, так и некоторое количество ложных срабатываний. Для сокращения числа неверных обнаружений в данной работе для описания локальных областей используется текстурный оператор LBP, который позволяет получить гистограмму для данных областей.

Оригинальный LBP оператор рассчитывается путем сравнения каждого пикселя вокруг центрального пикселя с центральным пикселем, принятым за пороговое значение, в локальной области размером 3 на 3 пикселя. Если центральный пиксель меньше или равен соседнему, то на его место записывается 1, иначе 0. В результате проделанной операции центральному пикселю соответствует 8-битный двоичный код, что показано на рис. 7.16.

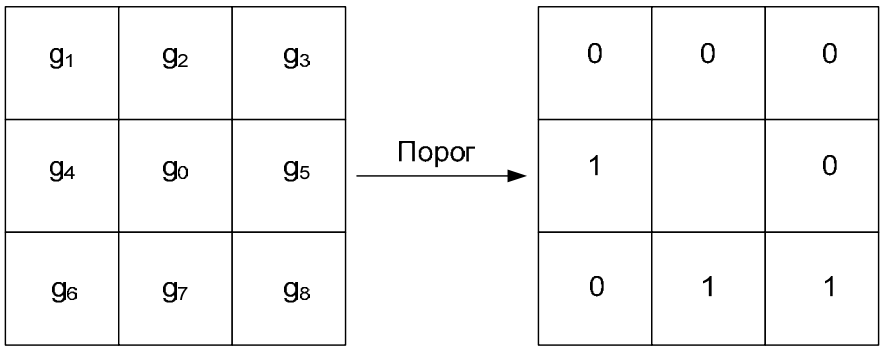


Рис. 7.16. *LBP-оператор*

В работе [15] была предложена модификация оригинального метода LBP. Суть модификации заключается в увеличении радиуса пикселей, которые сравниваются с центральным пикселем. Также выделены 9 *uniform patterns*, которые несут наибольшую информативность о текстурных особенностях изображения (рис. 7.17), а также позволяют сократить количество малоинформативных бинов. Каждый из 9 *uniform patterns* соответствуют своей текстурной особенности изображения, такие как ребра, углы и пятна.

Модифицированный *LBP*-оператор может быть записан следующим образом:

$$LBP_{P,K} = \begin{cases} \sum_{p=1}^{P} f(g_p - g_0) & if\ U \le U_T \\ P+1 & otherwise \end{cases}, \qquad f(x) = \begin{cases} 1, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

где P – число соседей; K – радиус; U – число переходов между 1 и 0; U_T – пороговое значение на количество переходов.

Таким образом, формируется гистограмма для локальной области, представляющая собой дескриптор для анализа локальных областей в изображение на наличие трещин.

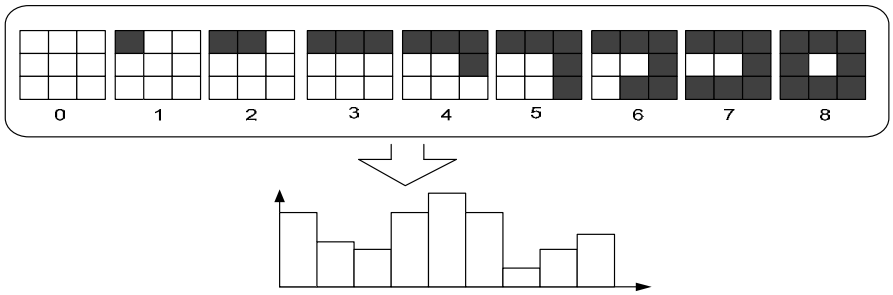
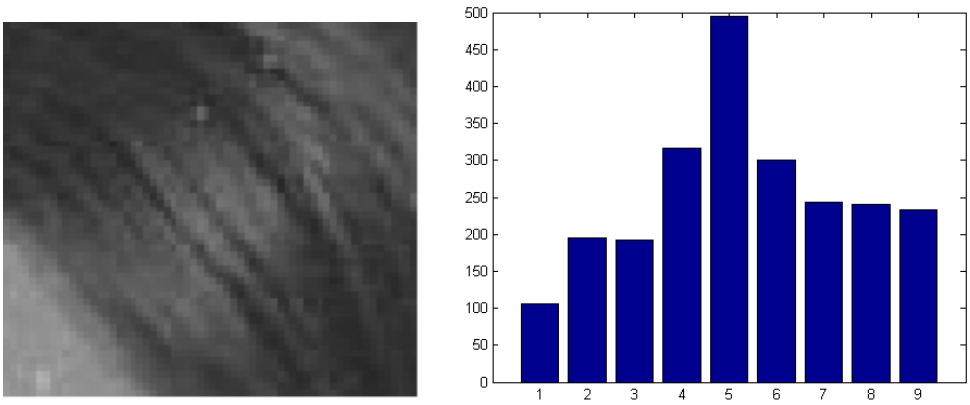
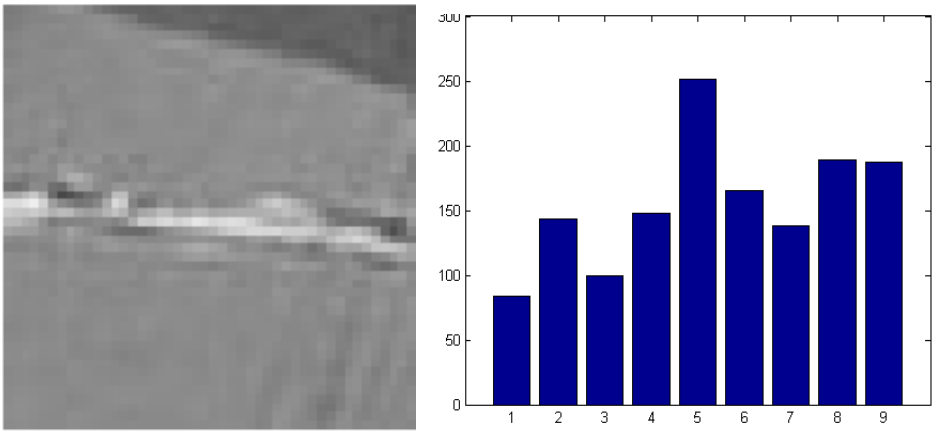


Рис. 7.17. *Uniform patterns оператора LBP*

Результат работы описанного оператора LBP приведен на рис. 7.18.



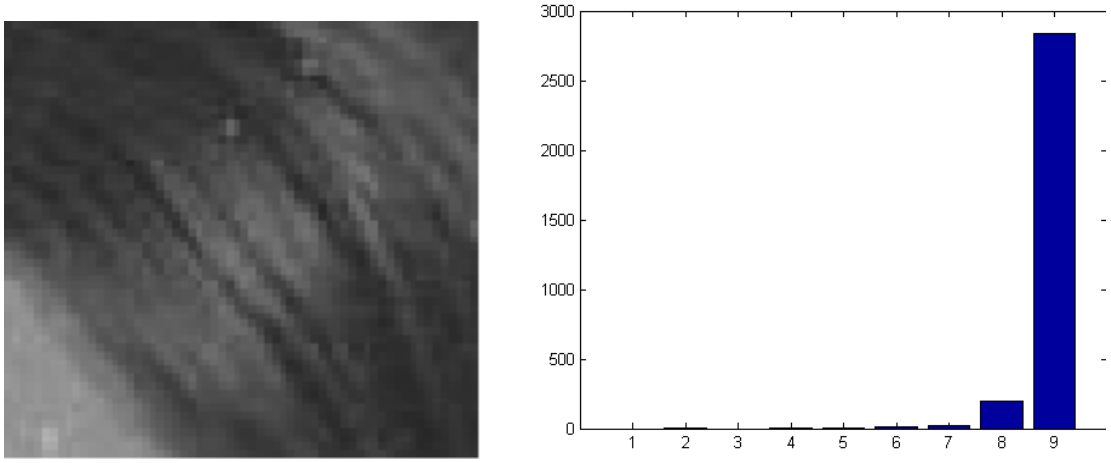
а) б)



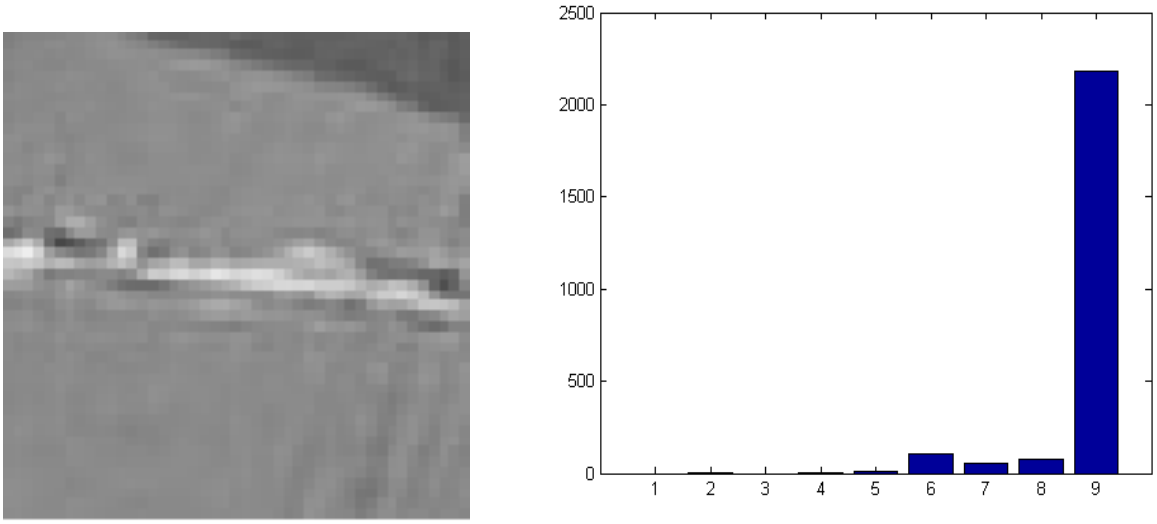
в) г)

Рис. 7.18. *Результат работы оператора LBP:*
а) изображение без дефекта; б) гистограмма оператора для 7.18а;
в) изображение, содержащее дефект, г) гистограмма оператора для 7.18в

В данной работе используется модифицированный оператор *LBP* для получения дескрипторов. Данные дескрипторы позволяют получить гистограмму, которая сочетает текстурные и структурные особенности изображения. Такая гистограмма также является инвариантной к вращению и изменению уровня яркости. Также введено пороговое значение, которое суммируется с центральным пикселем. Данное введение необходимо для нормализации гистограммы и устойчивости оператора к неровности текстуры (рис. 7.19).



а) б)



в) г)

Рис. 7.19. *Результат работы оператора LBP:*
а) изображение без дефекта; б) гистограмма оператора для рис. 7.19а
с пороговым значением; в) изображение, содержащее дефект;
г) гистограмма оператора для рис. 7.19в с пороговым значением

Анализ рисунка показывает, что введение порога улучшает дифференцирование гистограмм, также рис. 7.19*в* имеет характерный всплеск на 6 шаблоне (соответствует 5 шаблону на рис. 7.17), так как дефект представляет собой, как правило, небольшую, по отношению к фоновой области, линию, которая нарушает однородность текстуры фона.

Далее для каждого пикселя, который на предварительной маске был помечен единицей, берется окрестность 20×20, в которой вычисляется гистограмма с помощью оператора *LBP*. В результате каждому единичному пикселю на предварительной маске ставится в соответствие характеризующая его гистограмма.

Для классификации и соотнесения каждого пикселя к классу дефектов или к классу объектов используется метод опорных векторов (*SVM*) [16].

Для пояснения работы метода опорных векторов будем рассматривать задачу классификации для объектов двух классов.

Пусть заданы:

- множество X обучающих объектов, заданных векторами признаков

$X = \{X_1, X_2, ...X_n\}$, $X \subset R^d$ (X является подмножеством евклидова пространства размерности d);

- множество Y ответов для обучабщих объектов:

$$Y = \{y_1, y_2, ... y_n\},\ y_k \in \{-1, +1\}\ (k = 1..n).$$

Тогда задача классификации состоит в построении такой функции f (классификатора), которая каждому вектору $X_k\ (k = 1..n)$ сопоставляется правильный ответ y_k.

В методе *SVM* в качестве функции f выбрана плоскость, расстояния до которой ближайших векторов обоих классов равны (рис. 7.20). Ближайшие точки-векторы называются *опорными*. При этом для всех объектов одного класса должно выполняться неравенство $f(X_k) > 0$, а для всех объектов другого класса – неравенство $f(X_k) < 0$.

Уравнение разделяющей плоскости имеет следующий вид:

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 + ... + w_d x_d + w_0 = 0,$$

где d – размерность пространства признаков; $W = (w_1, w_2, ... w_d)$ – направляющий вектор; w_0 – скалярный порог.

В методе опорных векторов выделяют два этапа: этап обучения и этап распознавания. На первом этапе из множества обучающих примеров отбираются опорные векторы, на основе которых строится разделяющая плоскость. Этап распознавания заключается в том, что на вход полученного классификатора подается пример X, о классовой принадлежности которого ничего не известно. Классификатор должен дать ответ, к какому классу относится вектор X. Следует отметить, что метод *SVM* может применяться как для линейно разделимых образов, так и для линейно неразделимых. Во втором случае используется либо линейная разделяющая функция с мягкой границей (т.е. допускается минимальное количество ошибок классификации), либо осуществляется переход в пространство большей размерности, в котором образы становятся линейно разделимыми.

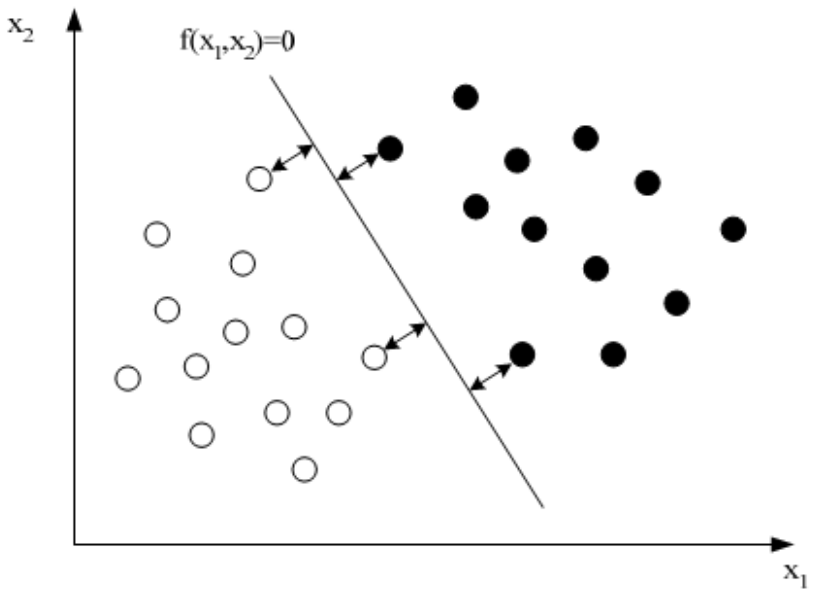
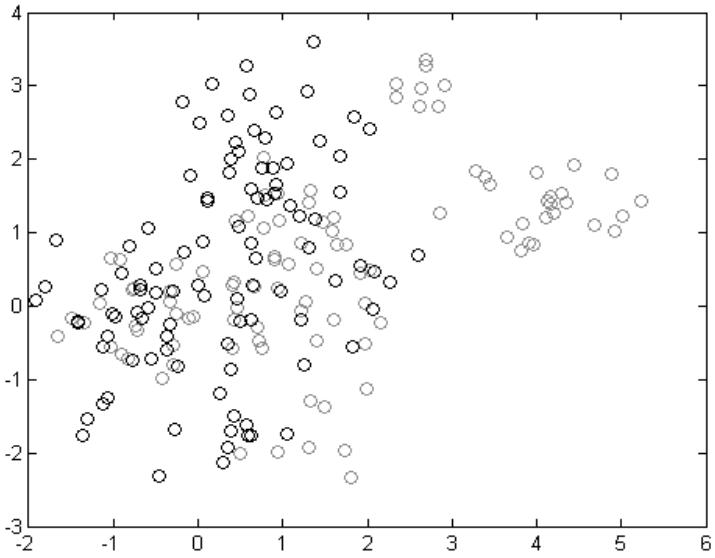


Рис. 7.20. *Иллюстрация метода для двумерного пространства признаков*

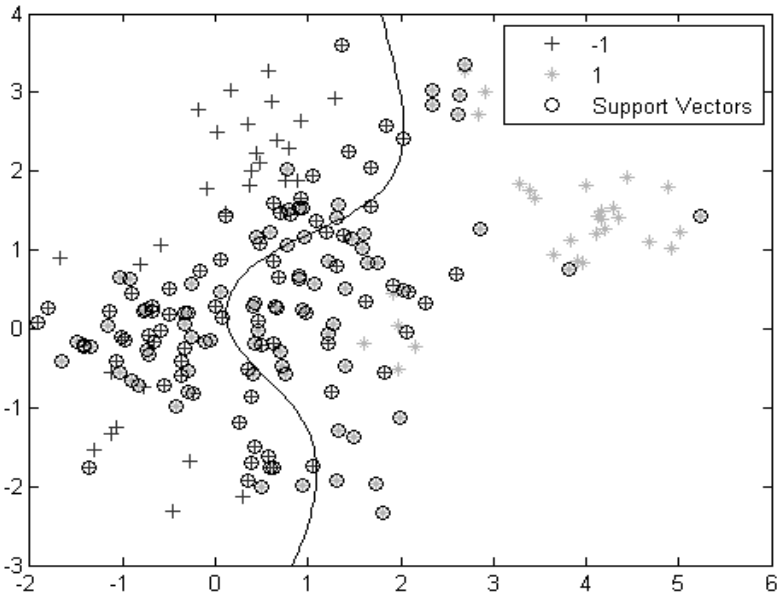
В данной работе для построения разделяющей гиперплоскости используется радиальная базисная функция

$$k(x, x') = \exp(-\gamma \|x - x'\|^2) \text{ при } \gamma > 0,$$

где x – текущий вектор, x' – центральный вектор, γ – нормализующий параметр. Пример использования данного ядра приведен на рис. 7.21.



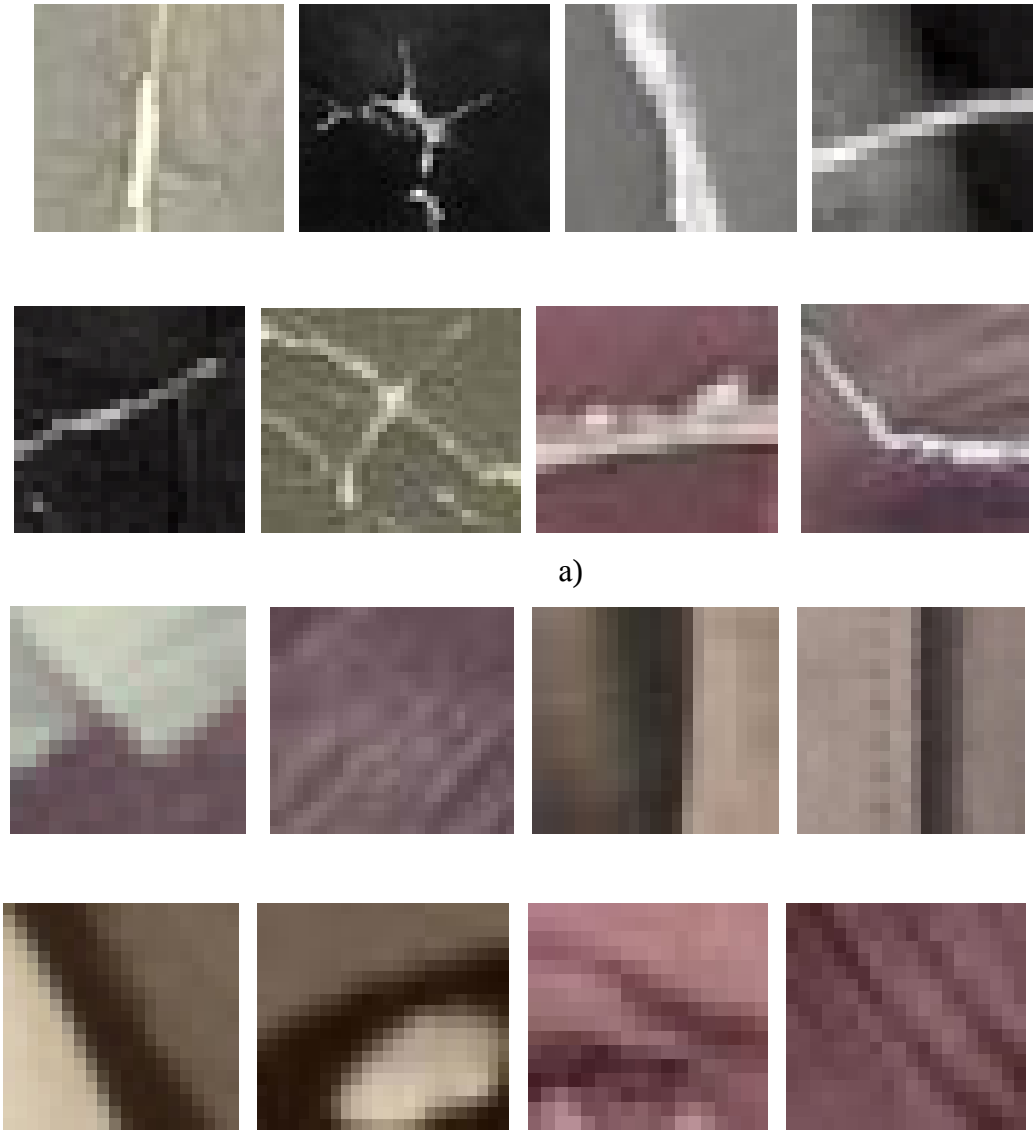
а)



б)

Рис. 7.21. *Иллюстрация построения разделяющей гиперплоскости:*
а) входные значения; б) пример разделяющей плоскости

Для формирования обучающей выборки и построения разделяющей гиперплоскости использовано 800 изображений дефектов и 800 изображений с различными текстурными особенностями. Размер изображений составляет 20×20 пикселей. Образцы данных изображений приведены на рис. 7.22.



а)

б)

Рис. 7.22. *Пример изображений для формирования обучающей выборки: а) пример трещин на изображении; б) пример структуры фона*

На заключительном этапе все единичные пиксели предварительной маски поступают на обученный классификатор, который принимает решение о принадлежности пикселя дефекту или объекту. Результат классификации приведен на рис. 7.23.

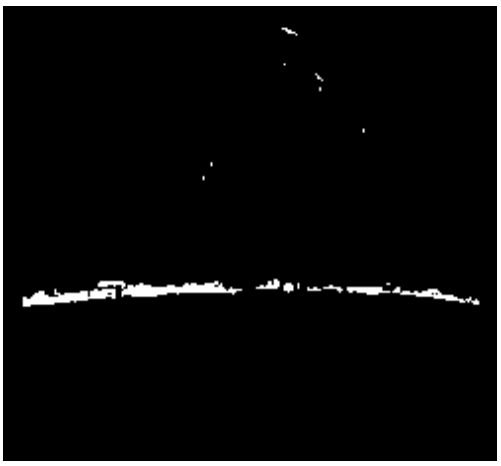


Рис. 7.23. *Пример результирующей маски после классификации*

Как видно из рис. 7.23, большинство ложных срабатываний были исключены из рассмотрения. Для улучшения качества результирующей маски следует применить морфологические операции, такие как *очистка* и *дилатация*.

7.3. Исследование эффективности метода автоматического детектирования дефектов на изображениях

7.3.1. Критерии оценки качества обработки изображений

Принятие решения о наличии или отсутствии дефектов определяется вероятностными характеристиками: ошибка первого рода α и вероятность правильного измерения β:

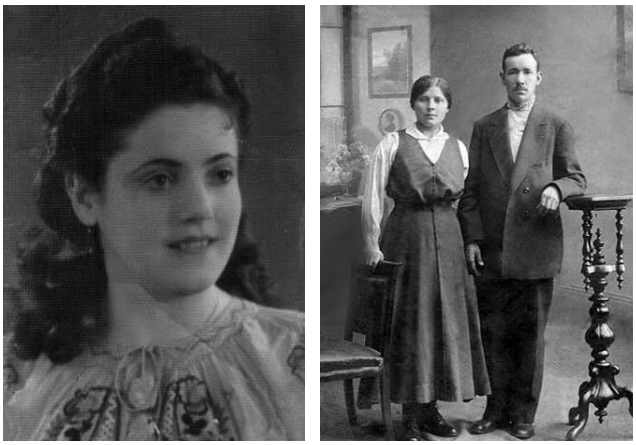
- ошибка первого рода α (вероятность ложной тревоги) определяет вероятность обнаружения дефекта при его отсутствии;

- вероятность правильного измерения β определяет вероятность правильного решения о наличии дефекта.

Для исследования эффективности предложенного метода выбрано несколько фотоизображений, представленных на рис. 7.24.



а) б) в)



г) д)

Рис. 7.24. *Пример тестовых изображений*

Данные изображения выбраны с учетом того, что дефекты в виде трещин представлены в большинстве случаев на фотографиях с людьми. Основная особенность данных изображений заключается в том, что большое количество текстурных элементов данных фотографий похожи по структуре со структурой дефектов. Основной интерес представляет разделение и классификация данных объектов и дефектов.

7.3.2. Исследование эффективности метода автоматического детектирования дефектов

Для измерения количественных значений эффективности обработки на тестовые кадры накладывается маска с моделированными дефектами. Расположение и количество дефектов

носит произвольный характер. Следует отметить, что дефекты и изображения не использовались в обучающей выборке предложенного алгоритма.

Для сравнения эффективности предложенный метод сравнивается с известными подходами, представленными в виде пороговой и морфологической обработки, а также метода, основанного на преобразовании Габора. Для корректной работы данных методов и достижения приемлемых результатов в решаемой задаче вводятся дополнения к исходным алгоритмам. Для метода пороговой обработки вводится дополнительное пороговое значение, которое позволяет выделить некоторую область гистограммы яркости изображения. Данная область гистограммы содержит преимущественно светлые тона, что соответствует яркостным особенностям дефектов.

Еще одним дополнением для метода пороговой обработки, а также для метода, основанного на преобразовании Габора, является удаление из результирующей маски объектов, занимающих площадь в локальном окне больше заданной. Следует отметить, что данные дополнения не затрагивают основного алгоритма и не нарушают его целостности. В методе, основанном на морфологической обработке, в данной главе дополнения не вносятся.

Для чистоты эксперимента все методы имеют фиксированные параметры. Данное условие обусловлено требованием робастности алгоритмов к размеру, форме и яркости дефекта.

На рис. 7.25 представлено первое тестовое изображение с искусственно наложенным дефектом, его маской, а также приведены маски, полученные с помощью предложенного метода и известных подходов. Из основных особенностей данного изображения следует отметить объект тумбу, структура которой схожа со структурой трещины, в результате чего известные подходы имеют на результирующей маске некоторое количество ложных срабатываний. Морфологическая обработка и пороговая показывают наилучшие результаты по обнаружению дефектов, но в то же время имеют наибольшее количество ложных срабатываний в результирующей маске. Метод, основанный на преобразовании Габора, имеет значительно меньше ложных срабатываний и приемлемое качество детектирования дефекта. Предложенный подход имеет маску наиболее близкую к рис. 7.25б по целостности обнаружения дефекта. Наименьшее количество ложных срабатываний имеет маска, полученная с помощью предложенного метода.

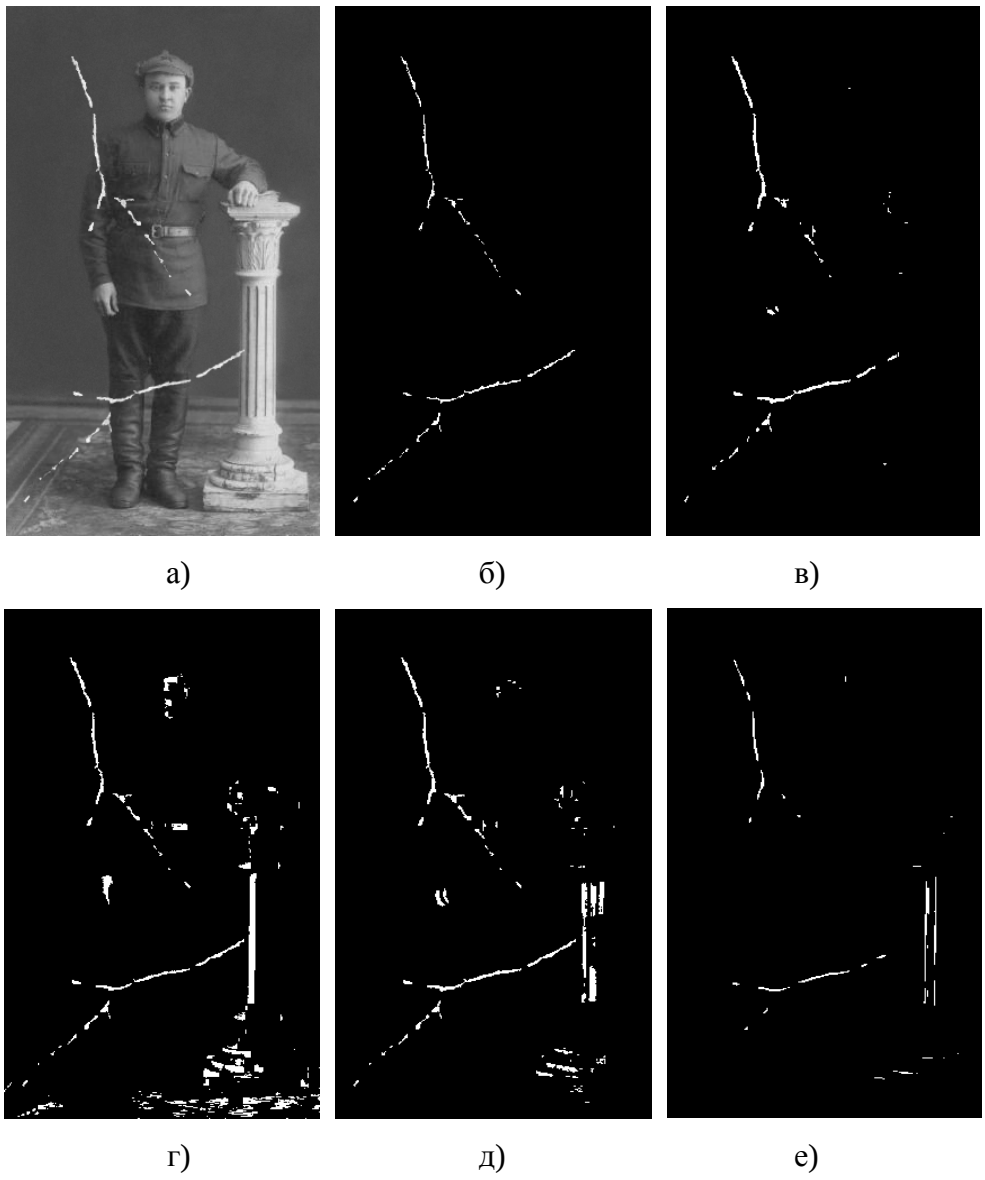


Рис. 7.25. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с искусственными дефектами; б) маска дефектов;
в) результат предложенного метода; г) результат пороговой обработки;
д) результат морфологической обработки; е) результат преобразования Габора

Основной особенностью второго изображения (рис. 7.26) являются участки одежды, схожие по яркости и структуре с особенностями дефектов. Также следует отметить складки одежды, которые могут приниматься за ложные срабатывания.

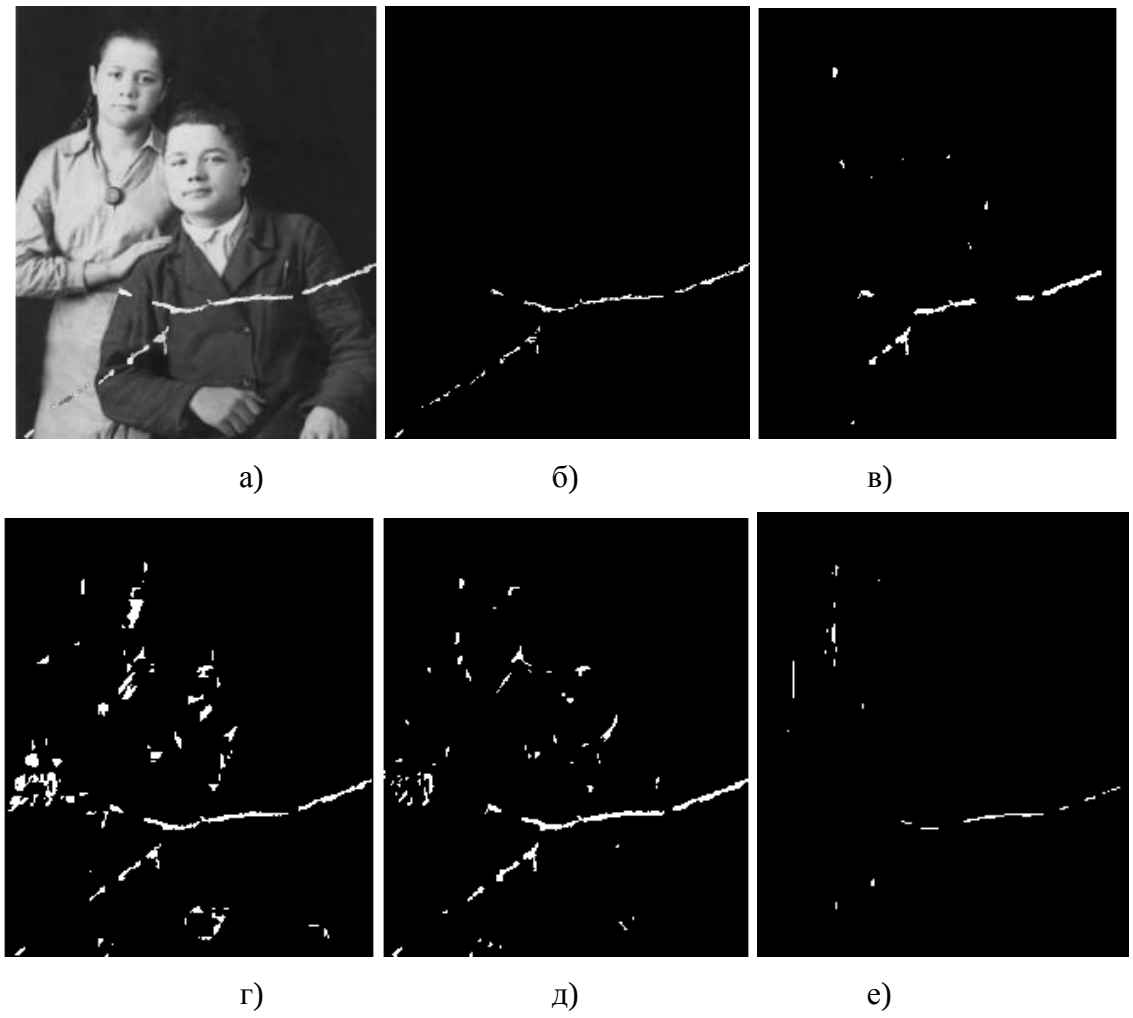


Рис. 7.26. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с искусственными дефектами; б) маска дефектов;
в) результат предложенного метода; г) результат пороговой обработки;
д) результат морфологической обработки; е) результат преобразования Габора

Полученные результаты схожи с результатами, полученными при обработке первого тестового изображения. Наименьшее количество ложных срабатываний имеют предложенный метод и метод, основанный на преобразовании Габора.

Особенностями третьего тестового изображения (рис. 7.27) является большое количество текстурных особенностей, которые по яркостным характеристикам схожи с яркостными характеристиками дефектов.

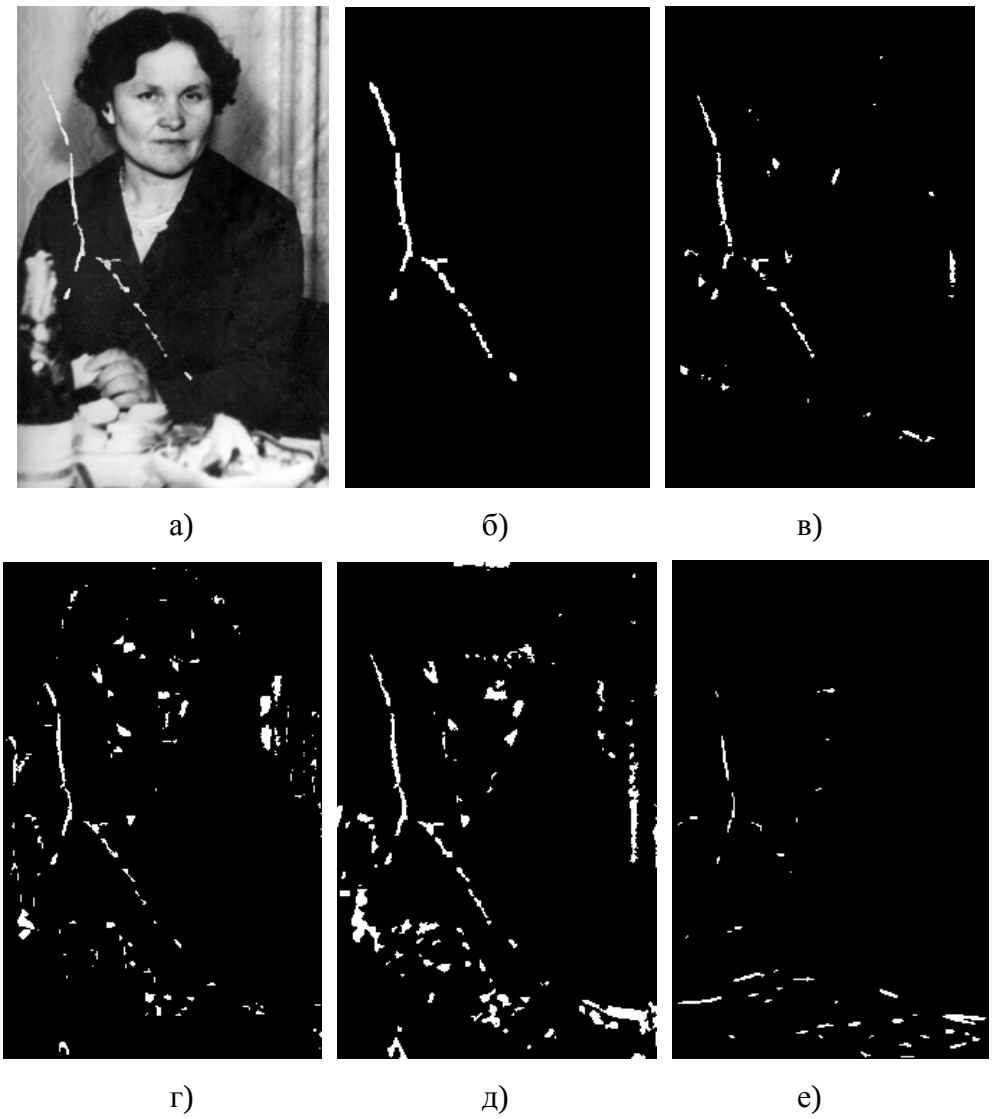


Рис. 7.27. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с искусственными дефектами; б) маска дефектов;
в) результат предложенного метода; г) результат пороговой обработки;
д) результат морфологической обработки; е) результат преобразования Габора

Результаты, полученные для третьего тестового изображения, показывают, что участки, схожие по яркости с яркостью дефектов известными методами, отмечены как ложные срабатывания. Данный результат объясняется тем, что пороговая и морфологическая обработка не учитывает структурные особенности дефектов. Ложные срабатывания у метода, основанного на преобразовании Габора, связаны с текстурными особенностями изображения, которые схожи со структурой базисной функции.

Четвертое тестовое изображение (рис. 7.28) отличается от предыдущих тем, что нижняя его часть имеет сложный узор, схожий с дефектом, поэтому важно, чтобы данная текстурная особенность не была принята за дефект.

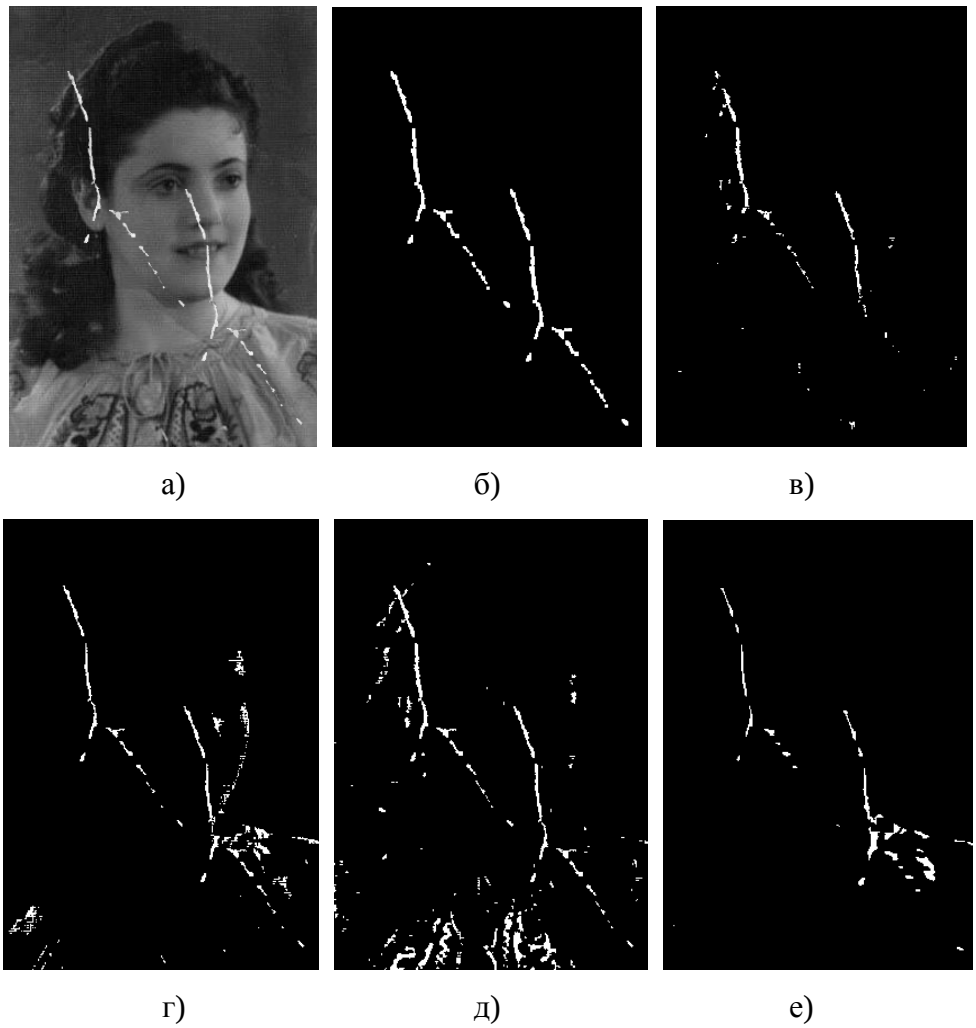


Рис. 7.28. *Пример работы алгоритмов*
а) исходное изображение с искусственными дефектами; б) маска дефектов;
в) результат предложенного метода; г) результат пороговой обработки;
д) результат морфологической обработки; е) результат преобразования Габора

Полученные результаты показывают, что наиболее достоверные результаты достигнуты предложенным методом и методом, основанным на преобразовании Габора. Данные результаты объясняются тем, что в основе предложенного метода используется оператор LBP, который учитывает структурные особенности изображения, что позволяет на этапе классификации дифференцировать схожие с дефектом объекты и дефект. Нижняя часть изображения имеет сильно изогнутую структуру, в результате чего преобразование Габора не приводит к ложным детектированиям. Маски, полученные с помощью морфологической и пороговой обработки на данном изображении, имеют наилучшие результаты по целостности выделения дефекта. Наибольшее количество ложных срабатываний имеет маска, полученная с помощью морфологической обработки. Это связанно с тем, что в качестве структурного элемента используется «диск», который дает наибольший отклик на участках текстуры, схожей с гауссианом.

Последнее тестовое изображение (рис. 7.29) является наиболее сложным по текстурным особенностям из рассмотренных выше изображений. Сложность заключается в том, что данное изображение имеет большое количество линейных элементов, схожих с базисной функцией Габора. По яростным характеристикам тестовое изображение имеет большое количество объектов, совпадающих с диапазоном яркости дефектов, что в свою очередь может привести к ложным срабатываниям детектора, основанного на пороговой обработке. Также следует отметить, что данное изображение имеет большое количество деталей небольшого размера, что в свою очередь также может привести к ошибкам в результирующей маске.

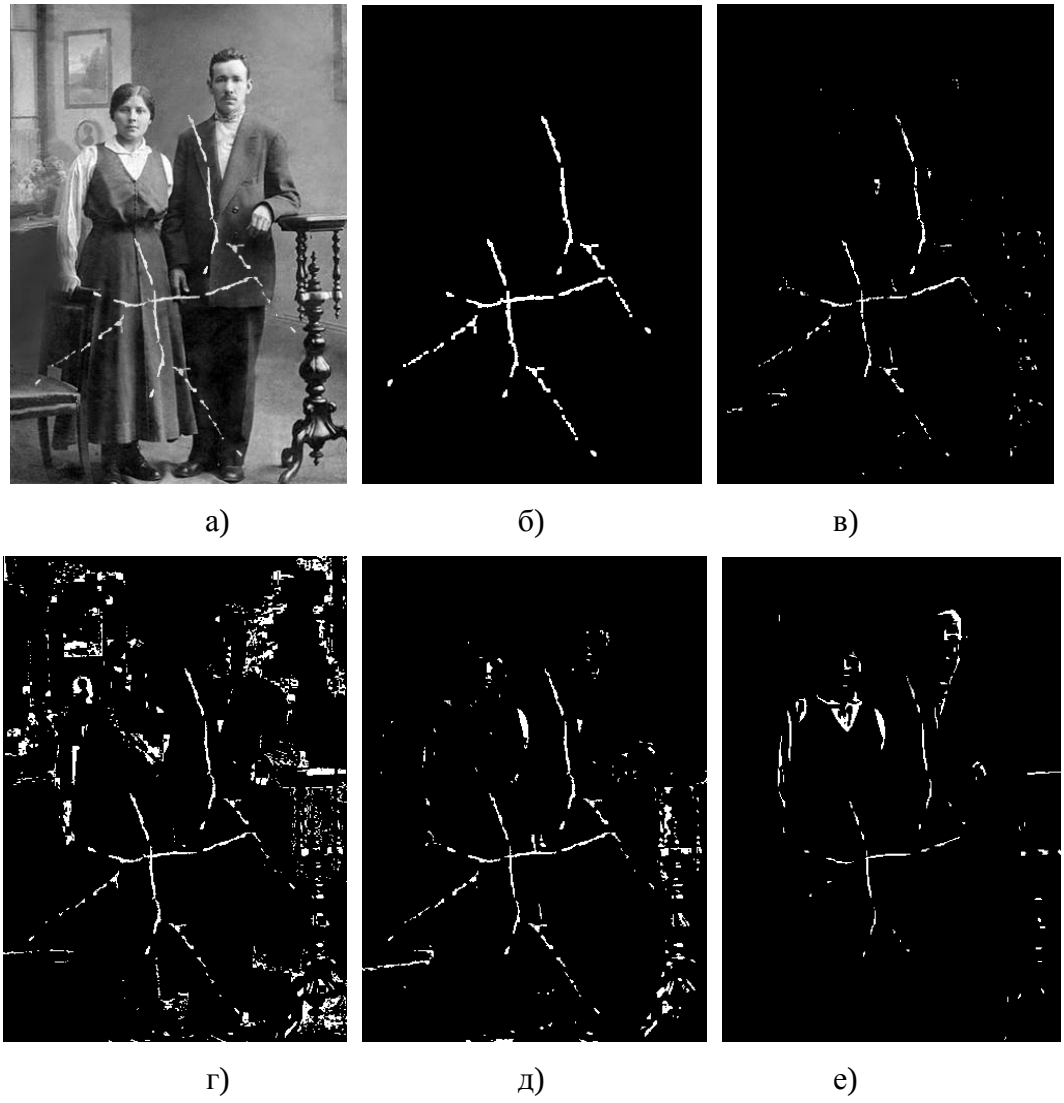


Рис. 7.29. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с искусственными дефектами; б) маска дефектов;
в) результат предложенного метода; г) результат пороговой обработки;
д) результат морфологической обработки; е) результат преобразования Габора

Маска, полученная с помощью пороговой обработки, по количеству ложных срабатываний имеет наибольшее количество неверных детектирований, это связано с тем, что данный подход захватывает некоторый диапазон яркостной гистограммы, который может содержать как дефекты, так и объекты, которые имеют такие же значения яркости. Морфологическая обработка позволяет получить меньшее значение ложных детектирований, чем пороговая, но тем не менее выше, чем у преобразования Габора и предложенного метода. Преобразование Габора имеет среднее качество детектирования, что объясняется сложной структурой фона тестового изображения. Предложенный подход позволяет получить маску наиболее близкой к идеальной по точности выделения дефекта. Соответственно, наименьшее количество ложных детектирований в результирующей маске имеет предложенный метод.

Анализ результатов, представленных на рис. 7.25-7.29, показывает, что предложенный метод позволяет эффективно детектировать дефекты на сложно текстурных изображениях и имеет наименьшее количество ложных детектирований.

7.3.3. Исследование алгоритмов автоматического обнаружения дефектов при обработке изображений, поврежденных естественным путем

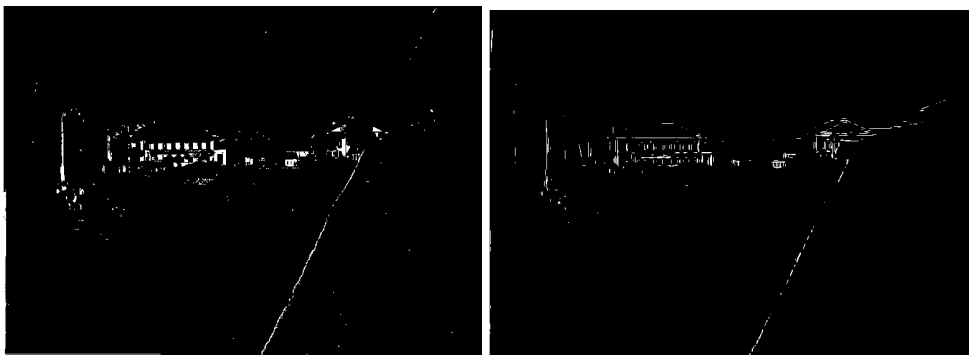
На рис. 7.30 представлено изображение со слабо выраженной структурой дефекта. Также данное изображение осложняется наличием здания на заднем плане, которое может привести к ложным детектированиям на результирующей маске.

Так как данное изображение имеет текстуру, которая включает в себя особенности и структуру, сложную для разделения на дефект и объект, поэтому маски, полученные с помощью известных алгоритмов, имеют схожие результаты. Анализ полученных результатов говорит о сложности корректного детектирования дефектов без ложных срабатываний на изображении со сложным фоном.

Следующее тестовое изображение (рис. 7.31) имеет большое количество дефектов различной формы, контрастности и масштаба.



а) б) в)



г) д)

Рис. 7.30. *Пример работы алгоритмов:*

а) исходное изображение с естественными дефектами; б) результат предложенного метода; в) результат пороговой обработки; г) результат морфологической обработки; д) результат преобразования Габора

Маски, полученные с помощью всех методов, имеют схожее качество обнаружения дефектов. Так как в данной работе функция Габора вычислялась с двумя ядрами (0° и 90°), диагональные дефекты детектированы хуже, но количество ложных срабатываний меньше, чем у пороговой и морфологической обработки. Количество ложных срабатываний у предложенного алгоритма наименьшее.

Тестовое изображение, представленное на рис. 7.32, имеет дефект большой площади, что делает его трудно детектируемым для методов с фиксированными заданными начальными параметрами.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что неверно выбранные параметры порогового метода обработки могут нарушить целостность контура обнаруженного дефекта. Связанно это с тем, что дефект большой площади включает в себя большое количество градаций яркости, а для корректного обнаружения необходимо увеличивать полосу пропускания яркости гистограммы изображения, что приводит к большому количеству ложных срабатываний.

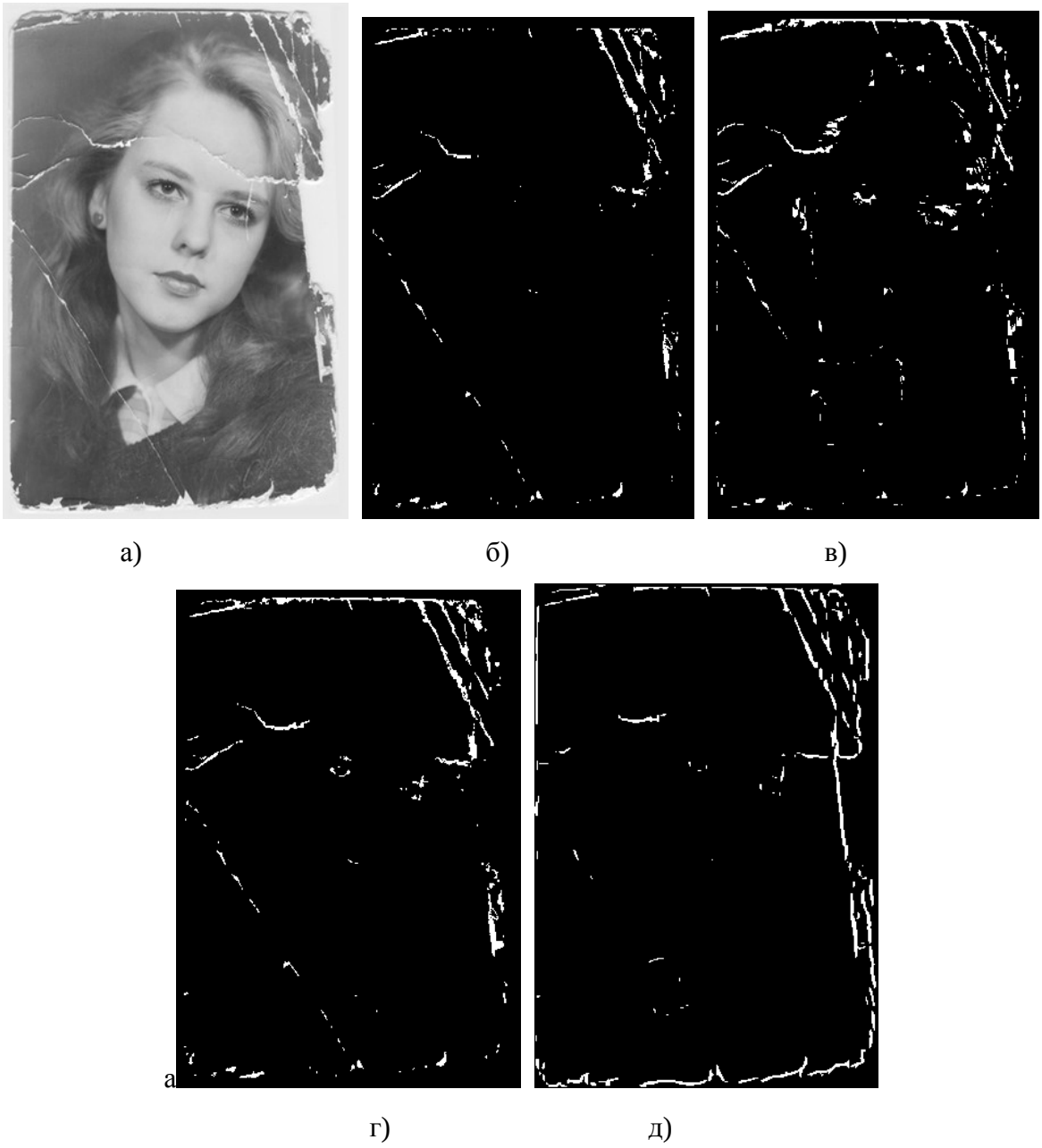


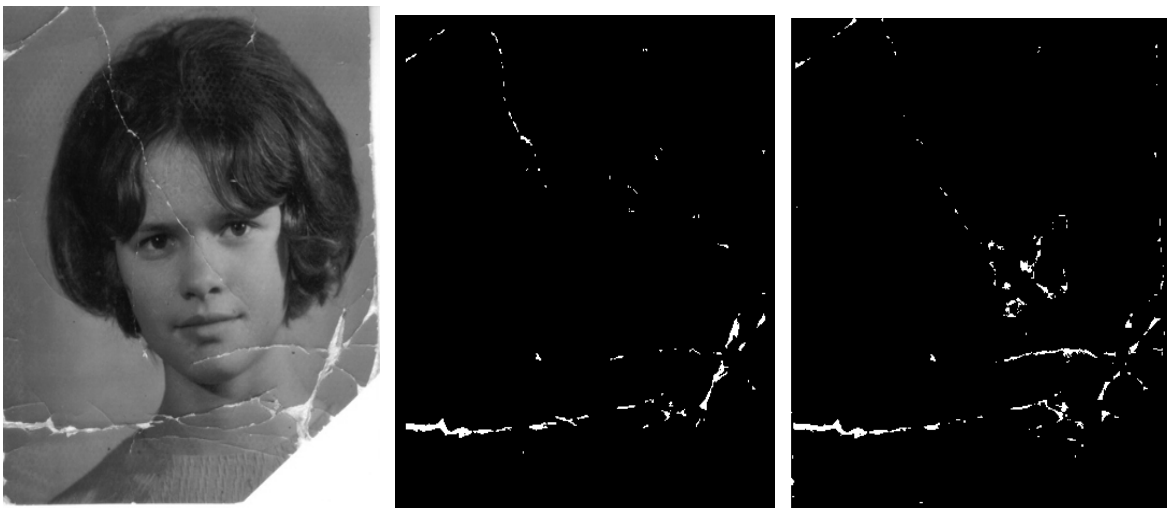
Рис. 7.31. *Пример работы алгоритмов:*

а) исходное изображение с естественными дефектами;

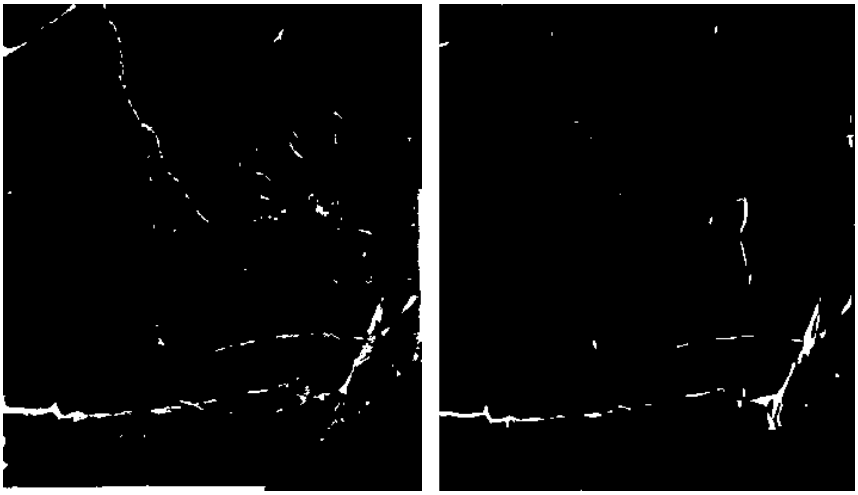
б) результат предложенного метода; в) результат пороговой обработки;

г) результат морфологической обработки; д) результат преобразования Габора

Особенностью тестового изображения, представленного на рис. 7.33, является то, что дефекты присутствуют в виде тонкой линии и имеют слабовыраженную контрастность.



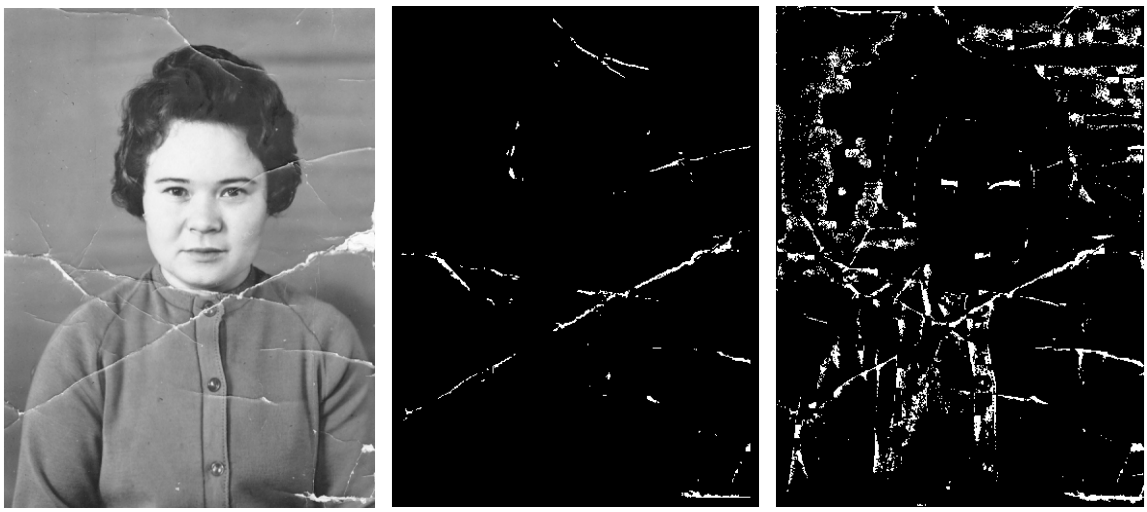
а) б) в)



г) д)

Рис. 7.32. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с естественными дефектами;
б) результат предложенного метода; в) результат пороговой обработки;
г) результат морфологической обработки; д) результат преобразования Габора

Маска, полученная с помощью порогового метода, имеет большое количество ложных срабатываний. Данный результат объясняется тем, что исходное изображение имеет преимущественно светлые тона, а подход не учитывает структурные особенности изображения. Маска, полученная с помощью преобразования Габора, также имеет большое количество ложных срабатываний на границах и резких градациях яркости. Количество обнаруженных дефектов не является полным у всех детекторов, что объясняется низкой контрастностью дефектов.



а) б) в)



г) д)

Рис. 7.33. *Пример работы алгоритмов:*
а) исходное изображение с естественными дефектами;
б) результат предложенного метода; в) результат пороговой обработки;
г) результат морфологической обработки; д) результат преобразования Габора

Последнее тестовое изображение (рис. 7.34) имеет большое количество различных типов дефектов. Данные дефекты локализованы как на гладком фоне, так и на участках с ярко выраженным градиентом. Задача обнаружения дефектов осложняется тем, что фон имеет сложную структуру, а также содержит большое количество небольших объектов светлых тонов, что может привести к ложным срабатываниям.

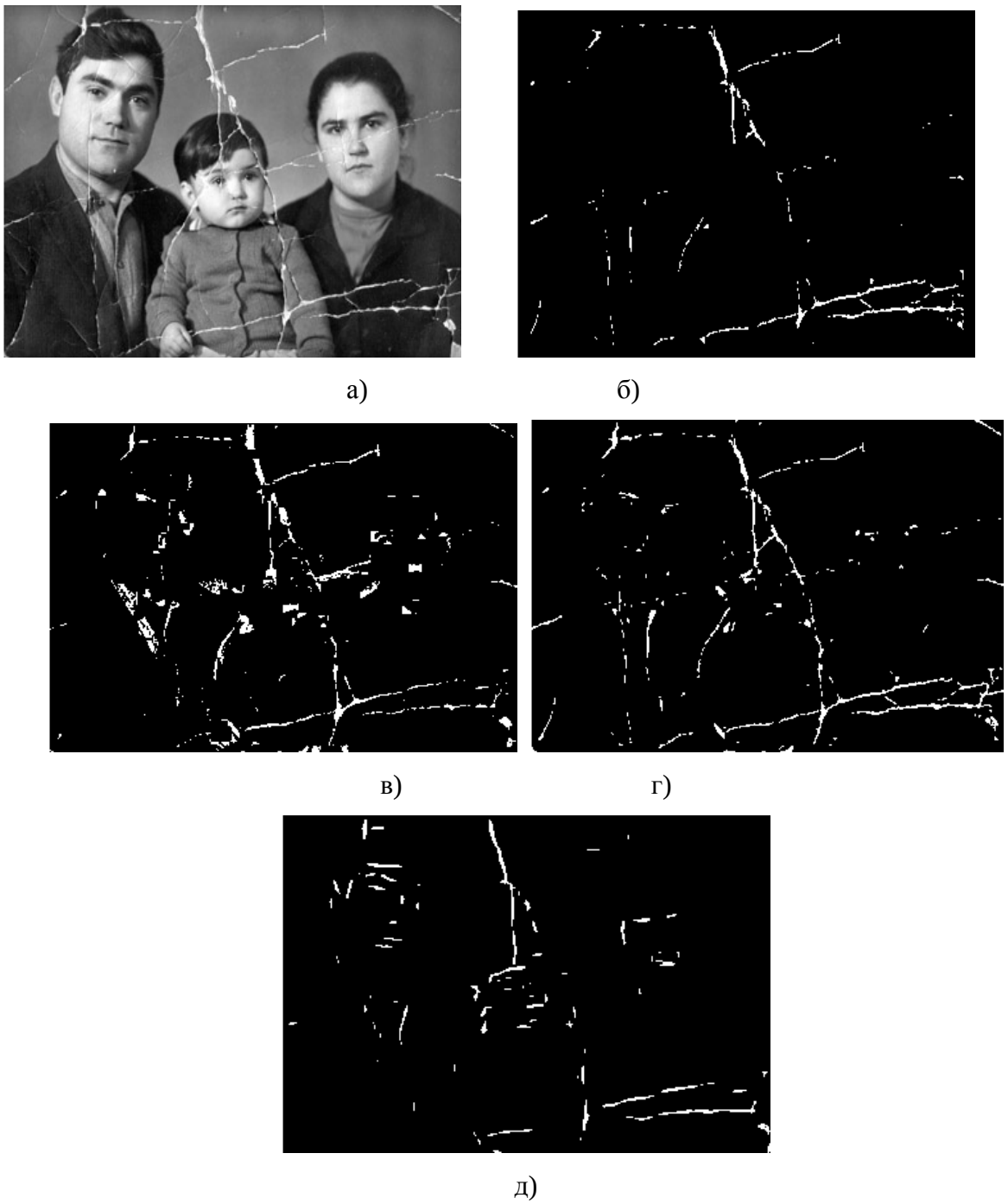


Рис. 7.34. *Пример работы алгоритмов*

а) исходное изображение с естественными дефектами;

б) результат предложенного метода; в) результат пороговой обработки;

г) результат морфологической обработки; д) результат преобразования Габора

7.4. Выводы

Рассмотрен метод детектирования искажений на архивных фотодокументах с помощью текстурного анализа на основе локальных бинарных окрестностей. Предлагаемый подход состоит из следующих этапов: предварительная обработка и обнаружение царапин. Предварительная обработка используется для уменьшения влияния шума и небольших дефектов на изображении. Для распознавания класса дефектов используется метод опорных векторов.

Представлены примеры обнаружения дефектов предложенным методом, а также известными подходами обнаружения дефектов, для тестовых изображений и поврежденных изображений в естественных условиях с различными типами дефектов и структурой фона.

Анализ результатов количественных характеристик эффективности обработки позволяет сделать вывод, что вероятность правильного обнаружения для предложенного метода примерно составляет 75%. Стоит отметить, что на всех тестовых изображениях присутствуют ошибки в принятии решения о положении дефектов, в связи с чем вероятность ложной тревоги больше нуля и составляет в среднем $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$.

Анализ известных подходов, основанных на пороговой и морфологической обработке, показывает высокую точность выделения дефектов. Данные методы хорошо применимы в качестве предобработки изображения и получения предварительной маски с дефектами. Метод, основанный на преобразовании Габора, имеет приемлемые результаты для изображений, имеющих простую структуру фона, в противном случае данный метод нуждается в постобработке результирующей маски. Из основных недостатков описанных выше методов являются априорно задаваемые параметры. Так, для пороговой обработки неправильный выбор пороговых значений может привести к большому количеству ложных срабатываний. Адаптация методов к сложнотекстурным изображениям и установка начальных параметров в автоматическом режиме позволила бы существенно улучшить качество результирующих масок данных методов.

Анализ результатов обработки тестовых изображений показывает, что предложенный метод позволяет эффективно детектировать дефекты с низким значением ошибки первого рода, по сравнению с известными подходами.

Список литературы

1. http://www.image-restore.co.uk/

2. Cornelis B. Crack detection and inpainting for virtual restoration of paintings : the case of the Ghent Altarpiece / B. Cornelis, T. Ruzic, E. Gezels, A. Dooms. – 2012.

3. Ворони В. В. Обзор математических моделей дефектов на архивных видеозаписях / В. В. Ворони, В. И. Марчук, Р. А. Сизякин // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (ITRT-2012) : материалы II международ. научно-технич. конф. – Тольятти, 2012. – С. 243-250.

4. Roosmalen van P. M. B. Restoration and storage of film and video archive material / van P. M. B. Roosmalen, J. Biemond, R. L. Lagendijk. – Signal Processing for Multimedia, 1999.

5. Сизякин Р. А. Модифицированный метод нелокального среднего / Р. А. Сизякин, В. А. Франц, Н. В. Гапон // Актуальные проблемы техники и технологии : сб. научных трудов всероссийской научно-практич. конф. – Шахты, 2010.

6. Варламов А. Д., Садыков С. С. Исследование и классификация дефектов архивных фотодокументов // Технологии информационного общества – Интернет и современное общество : труды VII всероссийской объединенной конф. (Санкт-Петербург, 10-12 ноября 2004 г.). – СПб. : Изд-во филол. ф-та СПбГУ, 2004. – С. 119-121.

7. Otsu N. A Threshold Selection Method from Gray-Level Histogram, IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernatics. – 1979. – vol. SMC-9. – no.1. – Pp. 62-66.

8. Oliveira H., Correia P. L. Automatic road crack segmentation using entropy and image dynamic thresholding, 7th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). – 2009.

9. Tanaka N., Uematsu K. A crack detection method in road surface images using morphology. In Machine Vision Applications, pages 154-157. – 1998.

10. Giakoumis I. Digital image processing techniques for the detection and removal of cracks in digitized paintings / I. Giakoumis, N. Nikos Nikolaidis and I. Pitas. – 2005.

11. Zuo Y. Wavelet Packet Denoising for Pavement Surface Cracks Detection / Y. Zuo, G. Wang, C. Zuo // International Conference on Computational Intelligence and Security. – 2008.

12. Subirats P.Automation of pavement surface crack detection with a matched filtering to define the mother wavelet function used / P. Subirats, J. Dumoulin, V. Legeay. – IEEE 2006.

13. Oliveira H., Correia P. Supervised strategies for cracks detection in images of road pavement flexible surfaces. In EUSIPCO. – 2008.

14. Image-based crack detection US patent 20130034298 A1.

15. Ojala T. Multiresolution Gray-Scale and Rotation Invariant Texture Classification with Local Binary Patterns, IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence / T. Ojala, M. Pietikaeinen, T. Maenpaa. – 2002. – vol. 24. – no. 7.

16. Вапник В. Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. – М. : Наука, 1979.

ГЛАВА 8

ПОДВИЖНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ СТРУКТУРЫ

Глущенко А. Г., Глущенко Е. П., Иванов В. В., Устинова Е. С.

В главе проведен анализ физических свойств и параметров резонаторов на подвижных структурах или включающих подвижные среды. Осуществлен краткий анализ физических свойств известных резонансных структур. Показано, что движение границ как самих резонаторов, так и заполняющих их сред существенно меняет их физические свойства. Построены модели динамических резонаторов, описаны их основные физические свойства, проведен расчет их основных параметров. Предложены варианты использования особенностей подвижных резонаторов в функциональной и измерительной технике.

Хорошо известно, что стоячие волны возникают при наложении когерентных волн, движущихся во взаимно противоположных направлениях, и позволяют накапливать энергию колебательных процессов [1-5]. Физические свойства стоячих волн широко используются в резонаторах, построенных на отрезках прозрачных [6, 7] и запредельных волноводных структур [8, 9]. При подготовке специалистов по технике микроволнового и оптического диапазонов длин волн важно обеспечить понимание особенностей колебательных процессов в резонаторах как пустотелых, так и заполненных различными средами (в зависимости от параметров сред). Вместе с тем в учебной и специальной литературе представлены только результаты анализа физических свойств стоячих волн в изотропных средах и волноводных структурах с одинаковыми параметрами в прямом и обратном направлениях. Более общая модель резонаторов, построенных на анизотропных структурах и средах, нигде не рассматривается, хотя и представляет интерес при моделировании невзаимных устройств волновой техники, в частности вентилей, циркуляторов и др. [10-12]. В работах [13-25] показано, что свойства стоячих волн в средах и волноводных структурах с невзаимными для распространяющихся волн параметрами (скоростью или волновыми числами) в прямом и обратном направлениях существенно отличаются от стоячих волн в изотропных (с взаимными в прямом и обратном направлениях свойствами) средах. Установлена зависимость положений узлов и пучностей от параметра невзаимности. Показано, что на колебательный процесс стоячей волны за счет невзаимных свойств сред накладывается дополнительный волновой процесс. Колебания рядом расположенных пространственно разнесенных точек стоячей волны теряют свойство синфазности. Наиболее прозрачно невзаимные волны могут быть исследованы в задачах акустики, которые и являются предметом данной работы, хотя эти эффекты присущи

и другим физическим процессам, например волнам в плазме [26], в намагниченном феррите [27].

8.1. Общие сведения о свойствах и параметрах резонансных структур

Ограниченные в пространстве полости или упругие тела являются акустическими резонаторами, резонансные частоты которых определяются формой тел и его размерами. В резонаторах проявляется эффект интерференционного наложения отражаемых от границ разделов волн. При этом образуются комбинации стоячих по определенным направлениям волн.

Стоячие волны – это колебания в системах с распределёнными параметрами с характерным расположением чередующихся максимумов (пучностей) и минимумов (узлов) амплитуды. Такие волны возникают при отражениях от неоднородностей структур и сред в результате наложения отражённых и падающих волн в технических устройства и в природе. Примерами стоячих волн в природе являются волны Шумана. Стоячие волны определяют свойства и параметры резонаторов, построенных, в частности, на основе волноводных структур. Конечные размеры резонатора накладывают условия на параметры таких волн. В частности, для систем конечных размеров волновой вектор (а следовательно, длина волны) может принимать лишь определенные дискретные значения. Колебания с определенными значениями волнового вектора называются модами. Различные моды колебаний акустического резонатора определяют основной тон и обертоны. В одномерном случае две волны одинаковой частоты, длины волны и амплитуды, распространяющиеся в противоположных направлениях (навстречу друг другу), будут взаимодействовать, в результате чего может возникнуть стоячая волна. Волна, отражающаяся от конца резонатора, должна иметь такую же амплитуду и частоту, как и падающая волна.

Стоячие волны описываются хорошо известным уравнением стоячей волны, которое может быть получено сложением уравнений двух плоских волн равной амплитуды, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях (для простоты начальная фаза каждой из волн равна нулю, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$):

$$\begin{aligned}\xi(x,t) &= \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx) = \\ &= 2A\cos(kx)\cdot\cos(\omega t) = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cdot\cos(\omega t),\end{aligned} \tag{8.1}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ волновое число, λ – длина волны. В силу когерентности прямой и обратной волн, необходимой для возбуждения стоячих волн, частоты прямой и обратной волн равны $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. При этом без каких-либо оговорок принимается, что помимо частот равны и

волновые числа для прямой и обратной волн ($k_1 = k_2 = k$) [1-7]. Однако это справедливо только в частном (хотя и весьма распространенном) случае сред и структур, обладающих взаимными свойствами. При наличии анизотропии скорость распространения волн может зависеть от направления их распространения, а среда или волноводная структура могут обладать невзаимными свойствами [4, 13]. Такие свойства наблюдаются в структурах и средах с электрической или магнитной гиротропией параметров [10-12]. В этом случае сохраняется временная когерентность волн, но физические свойства стоячей волны изменяются. Первый сомножитель уравнения, описывающего стоячую волну, является амплитудой, которая зависит от координаты. Условие $\frac{2\pi}{\lambda}x = 0,2\pi,4\pi,...,2m\pi$ позволяет определить положение максимумов амплитуды (пучностей): $x_{m,\max} = m\lambda, \quad m = 0,1,2,...$

Условие $\frac{2\pi}{\lambda}x = \pi,3\pi,...,(2m+1)\pi$ позволяет определить положение минимумов амплитуды (узлов): $x_{m,\min} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0,1,2,...$.

Расстояние между соседними узлами (или пучностями) равно: $\Delta x = \lambda/2$. Для того чтобы получить стоячие волны как результат решения однородного дифференциального волнового уравнения (Даламбера)

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\xi = 0, \tag{8.2}$$

необходимо соответствующим образом задать его граничные условия (например, закрепить концы). В общем случае неоднородного дифференциального уравнения

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\xi = f_0(t), \tag{8.3}$$

где $f_0(t)$ – внешнее воздействие, с помощью которого осуществляется смещение в определенной точке струны, стоячая волна возникает автоматически. Явление резонанса оказывает влияние на все колебательные процессы – механические, электрические, звуковые. Акустика – одна из таких прикладных дисциплин, где влияние резонанса особенно ощутимо. С резонансными явлениями в некоторых случаях необходимо бороться, в некоторых случаях они эффективно используются. Динамические головки, используемые в системах воспроизведения звука, – пример механической колебательной системы, работающей в области резонанса.

Кроме механических колебательных систем, в электроакустических преобразователях широко используются акустические колебательные системы в виде полостей, каналов, объемных резонаторов, которые в сочетании могут образовывать сложные устройства, по сво-

ему действию аналогичные резонансным контурам, фильтрам и т.д. С их помощью можно выделять или подавлять определенные участки звукового диапазона частот.

8.2. Моделирование свойств невзаимных волноведущих структур

К основным уравнениям математической физики относят дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, описывающих волновые процессы в структурах различной физической природы. В пространственно одномерном приближении это волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \tag{8.4}$$

которое является гиперболическим уравнением второго порядка [15]. К его исследованию приводит изучение процессов поперечных и продольных колебаний в упругих средах, электрических колебаний в проводах, пространстве, волноводных и резонансных структурах и т.д. Учет других пространственных переменных приводит к уравнению (в декартовой системе координат)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right) \tag{8.5}$$

и обычно не вызывает особых трудностей (за исключением анизотропных среди и бианизотропных сред). Поэтому для простоты рассмотрим здесь пространственно одномерную структуру, где проявляются основные физические свойства сред и структур, поддерживающих волновые процессы.

Отметим, что практически всегда по умолчанию предполагается, что параметр a является постоянной, определяемой физической природой волнового процесса. Однако это только частный случай. Из литературы [4, 13] известно, что существуют условия, когда распространение волн во взаимно противоположных направлениях не равнозначно, скорость распространения прямых и обратных волн различна, что используется в ряде устройств и приборов, наиболее широко в микроволновой ферритовой технике [10-12]. Невзаимность физических свойств в прямом и в обратном направлениях означает, что волновые уравнения для прямых и обратных волн различны:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a_+^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \qquad \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a_-^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \tag{8.6}$$

где a_+ и a_- фактически определяют скорости прямых и обратных волн соответственно. Если среда неподвижна $a_+ = a_- = a$. При движении среды вдоль оси 0*x* со скоростью u параметр $a_+ = a + u$, параметр $a_- = a - u$. В этом случае колебания ограниченного с обеих сторон участка среды (стоячие волны) меняют свой характер, что является предметом анализа данной главы.

Рассмотрим особенности упругих продольных колебаний в упругой среде в условиях различия скоростей прямых и обратных волн.

Пусть упругая среда, характеризуемая параметрами плотности ρ и скорости распространения волн υ в неподвижной среде, расположена на отрезке $0 \le x \le d$ и граничит, например, с менее плотными средами, тогда давление на краях дается граничными условиями:

$$p(x=0) = p(x=d) = 0. \tag{8.7}$$

Если в среде создать локальное смещение точек в продольном направлении от первоначального положения или локальное изменение давления, а потом предоставить самому себе, элементы упругой среды будут совершать движение. Задача заключается в определении смещения, скоростей точек или давлении в любой момент времени в направлении пространственной оси и в определении закона изменения этих параметров в зависимости от времени.

Если предположить, что движение точек среды происходит вдоль оси *Ox*, то процесс колебания описывается одной функцией, например, давления $p(t,x)$, которая определяет величину давления точки среды с координатой 0*x* в момент *t*. Известно, что при отсутствии внешней силы функция $p(t,x)$ должна удовлетворять дифференциальным уравнениям в частных производных второго порядка для решений, описывающих волны в прямом направлении, и для решений, описывающих волны в обратном направлении.

Для полного и однозначного определения движения точек среды к волновым уравнениям добавляются граничные условия, указывающие, что делается на концах стержня (при $x=0$ и $x=d$), и начальные условия, описывающие состояние стержня в начальный момент времени ($t=0$):

$$p(t=0,x) = f(x) \tag{8.8}$$

для давления и

$$\frac{\partial p(t=0,x)}{\partial x} = g(x) \tag{8.9}$$

(пропорциональной скорости частиц).

Рассмотрим физические процессы в безграничной среде. В этом случае граничные условия не играют никакой роли, и задача сводится к решению системы уравнений при начальных условиях, где функции $f(x)$ и $g(x)$ заданы на всей числовой оси. Такая задача на-

зывается задачей с начальными условиями и является обобщением задачи Коши, переходящим в задачу Коши при $a_+ = a_-$.

Решение. Общим решением исходного уравнения является функция:

$$p(t,x) = \varphi(x - a_+ t) + \phi(x + a_- t) \tag{8.10}$$

Найдем функции φ и ψ так, чтобы удовлетворялись начальные условия:

$$p(0,x) = \varphi(x) + \phi(x) = f(x), \tag{8.11}$$

$$p_t(t,x) = -a_+ \varphi'(x - a_+ t) + a_- \phi'(x + a_- t), \tag{8.12}$$

$$p_t(0,x) = -a_+ \varphi'(x) + a_- \phi'(x) = g(x). \tag{8.13}$$

Интегрируя последнее равенство, получим:

$$-a_+ \varphi(x) + a_- \phi(x) = \int_{x_0}^{x} g(z)dz + C, \tag{8.14}$$

где x_0 и C – постоянные. Из системы уравнений (8.11), (8.14) имеем:

$$\begin{cases} \varphi(x) + \phi(x) = f(x) \\ -a_+ \varphi(x) + a_- \phi(x) = \int_{x_0}^{x} g(z)dz + C \end{cases}, \tag{8.15}$$

отсюда находим:

$$\begin{cases} \varphi(x) = \dfrac{1}{a_+ + a_-}\left[a_+ f(x) + \int_{x_0}^{x} g(z)dz + C \right] \\ \phi(x) = \dfrac{1}{a_+ + a_-}\left[a_- f(x) - \int_{x_0}^{x} g(z)dz - C \right] \end{cases}. \tag{8.16}$$

Полученные равенства должны иметь место для любого значения аргумента.

Подставляя найденные значения φ и ψ, получим общее решение:

$$\begin{aligned} p(t,x) &= \varphi(x - a_+ t) + \phi(x + a_- t) = \\ &= \frac{1}{a_+ + a_-}\left[a_+ f(x) + \int_{x_0}^{x - a_+ t} g(z)dz + C \right] + \frac{1}{a_+ + a_-}\left[a_- f(x) - \int_{x_0}^{x + a_- t} g(z)dz - C \right], \end{aligned} \tag{8.17}$$

или

$$\begin{aligned} p(t,x) &= \varphi(x - a_+ t) + \phi(x + a_- t) = \\ &= \frac{1}{a_+ + a_-}\left[a_+ f(x - a_+ t) + a_- f(x + a_- t) + \int_{x - a_+ t}^{x + a_- t} g(z)dz \right] \end{aligned} \tag{8.18}$$

Найденное решение является обобщением известной формулы Даламбера решения обобщенной задачи Коши для системы волновых уравнений. Рассмотрим решения для волнового процесса в невзаимной среде при начальных условиях:

$$p(t=0)=x^2,\ \ \frac{\partial p(t=0)}{\partial t}=\cos x\,. \tag{8.19}$$

С использованием формулы Даламбера, получаем:

$$p(t,x)=\frac{1}{a_+ + a_-}\left[a_+(x-a_+t)^2+a_-(x+a_-t)^2+\int\limits_{x-a_+t}^{x+a_-t}\cos(z)dz\right]= \tag{8.20}$$

$$=\frac{1}{a_+ + a_-}\left[a_+(x-a_+t)^2+a_-(x+a_-t)^2+\sin(x-a_+t)-\sin(x+a_-t)\right]$$

$$p(t,x)=\left[a_+(x-a_+t)^2+a_-(x+a_-t)^2+\sin(x-a_+t)-\sin(x+a_-t)\right]= \tag{8.21}$$

$$=x^2-2xt(a_+-a_-)+\left(a_+{}^2-a_+a_-+a_-^2\right)t^2-\frac{2}{a_+ + a_-}\sin\left(\frac{a_+ + a_-}{2}\right)t$$

Характер и особенности квазистоячих волн в ограниченной структуре рассматривался в [21, 22], где было обнаружен динамический характер картины колебаний: на колебательный процесс стоячих волн накладывается волновой процесс изменения амплитуды колебаний.

Таким образом, получено решение задачи Коши для волнового уравнения, описывающего физические процессы в невзаимных средах. Физические свойства невзаимных структур позволяют создать ряд новых функциональных элементов на акустических и других типах волновых процессов.

8.3. Отражение от неподвижной границы раздела двух невзаимных сред (нормальное падение)

Характер волновых процессов на границах разделов сред сравнительно подробно исследовался для большого числа комбинаций сред, обладающих взаимными свойствами. Невзаимные свойства сред существенно меняют характер волновых процессов, но такие исследования были проведены только для невзаимных ферритовых и полупроводниковых структур. Представляет интерес рассмотреть влияние невзаимности на различные свойства волновых процессов. Пусть плоская волна, распространяющаяся вдоль оси 0z в первой ($-\infty < z \le 0$, рис. 8.1) изотропной среде с плотностью ρ_1 со скоростью υ_1, падает на границу раздела со второй ($0 \le z < \infty$) изотропной средой с плотностью ρ_2, в которой скорость распространения волн υ_2. Если первая среда приводится в движение вдоль оси 0z со скоро-

стью u, то результирующая скорость волны вдоль оси 0z равна $\upsilon_{10} = \upsilon_1 + u$, а в противоположном направлении $\upsilon_{1R} = \upsilon_1 - u$.

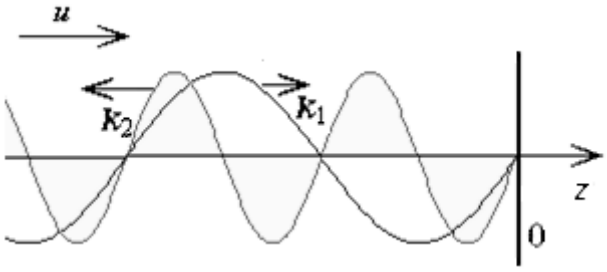


Рис. 8.1. *Отражение волны от границы раздела в невзаимной среде*

Поле монохроматической волны в первой среде представим в виде суммы падающей и отраженной волн:

$$p_1(z,t) = p_0 \cdot \left\{exp\left[i(\omega t - k_{10} z)\right] + R_p \cdot exp\left[i(\omega t + k_{1R} z)\right]\right\} \tag{8.22}$$

$$v_1(z,t) = v_0 \cdot exp\left[i(\omega t - k_{10} z)\right] + v_R \cdot exp\left[i(\omega t + k_{1R} z)\right],$$

где p_0, p_R – амплитуды акустических давлений соответственно падающей и отраженной волн, ν_0, ν_R – амплитуды колебательных скоростей частиц среды, движущихся под воздействием этих волн. Постоянные распространения прямой $k_{10} = \omega/\upsilon_{10}$ и обратной $k_{1R} = \omega/\upsilon_{1R}$ волн определяются скоростями распространения прямых и обратных волн в первой среде. Справа от границы раздела существует только прошедшая через границу волна

$$p_2(z,t) = p_T \cdot \exp\left[i(\omega t - k_2 z)\right] \tag{8.23}$$

$$v_2(z,t) = v_T \cdot exp\left[i(\omega t - k_2 z)\right].$$

Постоянная распространения во второй среде $k_2 = \omega/\upsilon_2$ определяется скоростью распространения прямых волн во второй среде. Движение второй среды проявляется в изменении скорости распространения $\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 + u_2$. Граничные условия в плоскости раздела сред имеют вид:

$$p_0 + p_R = p_T \tag{8.24}$$

$$\nu_0 + \nu_R = \nu_T .$$

Акустическое давление и колебательная скорость частиц среды связаны между собой через акустические сопротивления прямых и обратных волн в первой и второй средах:

$$Z_{10} = p_{10}/\nu_{10} = \rho_1 \upsilon_{10} = \rho_1 \omega / k_{10}, \tag{8.25}$$

$$Z_{1R} = -\,p_{1R}/\nu_{1R} = \rho_1 \upsilon_{1R} = \rho_1 \omega / k_{1R},$$

$$Z_2 = p_T / v_T = \rho_2 \upsilon_2 = \rho_2 \omega / k_2 .$$

Коэффициенты отражения и прохождения границы раздела сред определим как отношение амплитуд акустических давлений отраженной и падающей волн, давлений прошедшей и падающей волн:

$$R_p = \frac{p_R}{p_0},\ T_p = \frac{p_T}{p_0}. \tag{8.26}$$

Подстановка искомых решений в граничные условия дает коэффициенты отражения и прохождения:

$$R_p = \frac{Z_{1R}(Z_2 - Z_{10})}{Z_{10}(Z_2 + Z_{1R})} = \frac{\upsilon_{1R}(\rho_2\upsilon_2 - \rho_1\upsilon_{10})}{\upsilon_{10}(\rho_2\upsilon_2 + \rho_1\upsilon_{1R})}\ , \tag{8.27}$$

$$T_p = \frac{Z_2(Z_{10} + Z_{1R})}{Z_{10}(Z_2 + Z_{1R})} = \frac{\rho_2\upsilon_2(\upsilon_{10} + \upsilon_{1R})}{\upsilon_{10}(\rho_2\upsilon_2 + \rho_1\upsilon_{1R})}.$$

В случае взаимных ($u = 0$) сред параметры прямых и обратных волн в первой среде $\upsilon_{10} = \upsilon_{1R} = \upsilon_1$, $k_{10} = k_{1R} = k_1$, $Z_{10} = Z_{1R} = Z_1$ и коэффициенты отражения и прохождения принимают известный вид:

$$R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\ ,\ T_p = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}. \tag{8.28}$$

Если первая среда приводится в движение вдоль координатной оси 0z со скоростью u_1, она приобретает свойства невзаимной среды для прямых ($\upsilon_{10} = \upsilon_1 + u_1$) и обратных ($\upsilon_{1R} = \upsilon_1 - u_1$) волн. Тогда

$$R_p = \frac{(\upsilon_1 - u_1)(\rho_2\upsilon_2 - \rho_1(\upsilon_1 + u_1))}{(\upsilon_1 + u_1)(\rho_2\upsilon_2 + \rho_1(\upsilon_1 - u_1))}, \tag{8.29}$$

$$T_p = \frac{2\upsilon_1\rho_2\upsilon_2}{(\upsilon_1 + u_1)(\rho_2\upsilon_2 + \rho_1(\upsilon_1 - u_1))}.$$

Введем относительные скорости $\alpha = u/\upsilon_1, \beta = \upsilon_2/\upsilon_1$, тогда:

$$R_p = \frac{(1-\alpha)(\rho_2\beta - \rho_1(1+\alpha))}{(1+\alpha)(\rho_2\beta + \rho_1(1-\alpha))}, \tag{8.30}$$

$$T_p = \frac{2\rho_2\beta}{(1+\alpha)(\rho_2\beta + \rho_1(1-\alpha))}.$$

Коэффициенты отражения и прохождения зависят от скорости среды (рис. 8.2), существенно возрастают в областях скоростей среды $u \approx -\upsilon_1$, $u \approx \upsilon_1\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}+1\right)$.

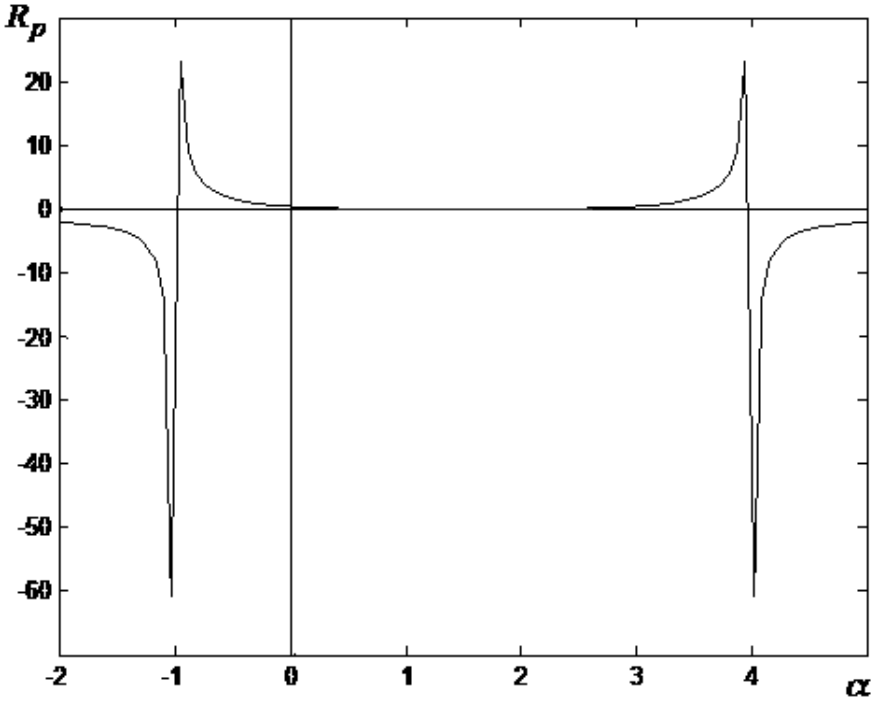


Рис. 8.2. *Зависимость коэффициента отражения от относительной скорости*

$$\alpha = u/\upsilon\ (\beta = 2,\ \rho_2/\rho_1 = 1{,}5).$$

Если вторая среда приводится в движение вдоль координатной оси 0z со скоростью u_2, тогда

$$R_p = \frac{(\upsilon_1 - u_1)(\rho_2(\upsilon_2 + u_2) - \rho_1(\upsilon_1 + u_1))}{(\upsilon_1 + u_1)(\rho_2(\upsilon_2 + u_2) + \rho_1(\upsilon_1 - u_1))}, \tag{8.31}$$

$$T_p = \frac{2\upsilon_1\rho_2(\upsilon_2 + u_2)}{(\upsilon_1 + u_1)(\rho_2(\upsilon_2 + u_2) + \rho_1(\upsilon_1 - u_1))}.$$

При увеличении скорости среды вплоть до скорости волн в неподвижной среде $u = \upsilon$ и $u = \upsilon\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{\upsilon_2}{\upsilon} - 1\right)$ отражение волн определяется в основном отношением волновых импедансов сред. Перед границей раздела (в первой среде) бегущие навстречу падающая и отраженная волны образуют интерференционное поле в виде пульсирующих стоячих волн акустического давления p_1 и колебательной скорости $v_1(R_p = 1)$:

$$p_1(z,t) = p_0 \cdot \{\exp[i(\omega t - k_{10} z)] + \exp[i(\omega t + k_{1R} z)]\} =$$
$$= 2 \cdot \cos\frac{k_{10} + k_{1R}}{2} z \cdot \exp\left[i\left(\omega t + \frac{k_{10} - k_{1R}}{2} z \right)\right] \quad , \qquad (8.32)$$

которое переходит в режим обычной стоячей волны при равенстве волновых чисел прямой и обратной волн $k_{10} = k_{1R} = k_1$.

8.4. Отражение акустических волн от подвижной границы раздела невзаимных сред

При отражении волн от движущейся границы раздела сред наблюдается изменение частоты (эффект Доплера), рассмотренное многими авторами. Движение сред сопровождается увлечением ими волновых процессов, что приводит к невзаимности параметров сред для прямых и обратных волн и к существенному изменению физических свойств структуры. Рассмотрим особенности отражения волн от подвижной границы раздела сред, которые также могут двигаться в общем случае с различными скоростями.

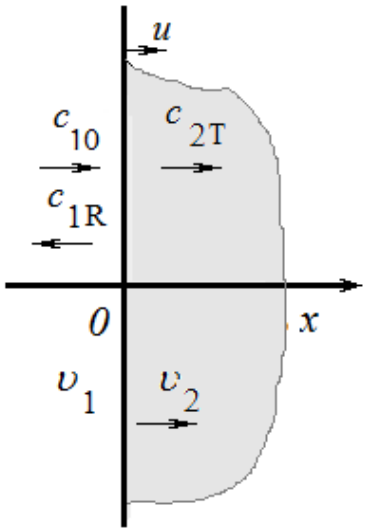


Рис. 8.3. *Отражение волн от подвижной границы раздела движущихся сред*

Пусть плоская граница раздела двух сред двигается с постоянной скоростью u вдоль оси $0x$ (рис. 8.3), а её координата описывается зависимостью $x = ut$. Слева от границы расположена акустическая среда, характеризуемая плотностью ρ_1 и скоростью волн c_1, справа – среда с параметрами ρ_2, c_2. Пусть обе эти среды могут двигаться вдоль оси $0x$ со скоростями υ_1 и υ_2 соответственно. Скорость распространения звуковых волн вдоль оси $0x$ в

первой среде равна $c_{10} = c_1 + \upsilon_1$, в противоположном направлении скорость равна $c_{1R} = c_1 - \upsilon_1$. Во второй среде волны распространяются вдоль оси $0x$ со скоростью $c_{2T} = c_2 + \upsilon_2$. Давление падающей, отраженной и прошедшей через границу раздела сред гармонической волны описывается в виде:

$$p_{10} = A_{10} \exp[i(\omega t - k_{10} x)] = A_{10} \exp\left[i\omega \left(t - \frac{x}{c_{10}} \right) \right], \tag{8.33}$$

$$p_{1R} = A_{1R} \exp[i(\omega_1 t + k_{1R} x)] = A_{1R} \exp\left[i\omega_1 \left(t + \frac{x}{c_{1R}} \right) \right], \tag{8.34}$$

$$p_{2T} = A_{2T} \exp[i(\omega_2 t - k_{2T} x)] = A_{1T} \exp\left[i\omega_2 \left(t - \frac{x}{c_{2T}} \right) \right]. \tag{8.35}$$

Функции p_{10}, p_{1R}, p_{2T} удовлетворяют волновому уравнению, а также должны удовлетворять граничным условиям на подвижной границе раздела сред:

$$p_{10} + p_{1R} = p_{2T}, \tag{8.36}$$

$$\upsilon_{10x} + \upsilon_{1Rx} = \upsilon_{2Tx} \tag{8.37}$$

координата которой описывается зависимостью $x = ut$. Подстановка искомых решений в первое граничное условие дает соотношение:

$$A_{10} \exp\left[i\omega t \left(1 - \frac{u}{c_{10}} \right) \right] + A_{1R} \exp\left[i\omega_1 t \left(1 + \frac{u}{c_{1R}} \right) \right] = A_{2T} \exp\left[i\omega_2 t \left(1 - \frac{u}{c_{2T}} \right) \right]. \tag{8.38}$$

Это соотношение должно выполняться для любого момента времени t. Это можно обеспечить только при условии

$$\omega \left(1 - \frac{u}{c_{10}} \right) = \omega_1 \left(1 + \frac{u}{c_{1R}} \right) = \omega_2 \left(1 - \frac{u}{c_{2T}} \right), \tag{8.39}$$

когда частоты ω_1, ω_2 – отраженной и прошедшей через границу раздела сред волн отличаются от частоты падающей волны и зависят как от скорости движения границы раздела сред u, так и от скоростей движения сред υ_1 и υ_2. В частном случае подвижной границы раздела и неподвижных сред имеем известные соотношения:

$$\omega_1 = \frac{c_1 - u}{c_1 + u} \omega, \; \omega_2 = \frac{c_1 - u}{c_2 - u} \omega. \tag{8.40}$$

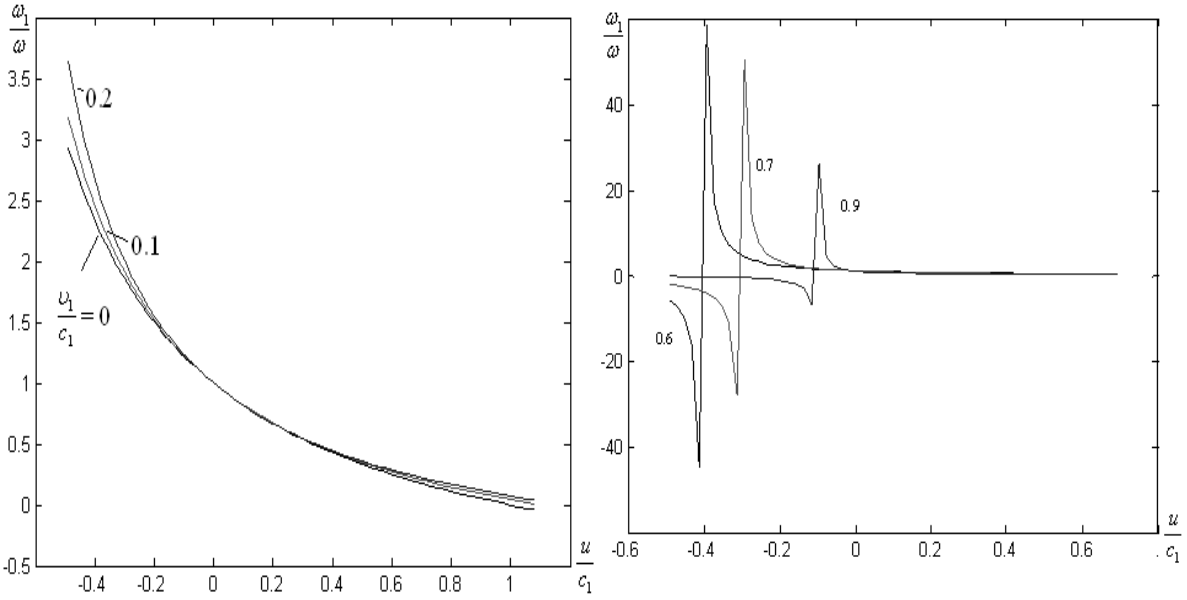
Если граница движется в направлении распространения падающей волны (скорости u и c_{10} по направлению совпадают), то частота отраженного сигнала меньше частоты падающей волны $\omega_1 < \omega$; если граница двигается навстречу падающей волне, то $\omega_1 > \omega$. Частота прошедшего сигнала может быть больше или меньше ω в зависимости от соотношения скоростей сигнала в первой и второй средах: c_{10} / c_{2T}. При $c_{10} / c_{2T} > 1$ и скорости движения

границы, меньшей скоростей волн в обеих средах: $u < c_{10}, c_{2T}$ частота прошедшего сигнала $\omega_2 > \omega$. Частоты отраженного и прошедшего границу раздела сред волн могут быть представлены в виде:

$$\omega_1 = \omega \frac{\left(1 - \frac{u}{c_{10}}\right)}{\left(1 + \frac{u}{c_{1R}}\right)} = \frac{c_1 + \upsilon_1 - u}{c_1 + \upsilon_1} \frac{(c_1 - \upsilon_1)\omega}{c_1 - \upsilon_1 + u},$$

$$\omega_2 = \omega \frac{\left(1 - \frac{u}{c_{10}}\right)}{\left(1 - \frac{u}{c_{2T}}\right)} = \frac{c_1 + \upsilon_1 - u}{c_1 + \upsilon_1} \frac{(c_2 + \upsilon_2)\omega}{c_2 + \upsilon_2 - u}. \qquad (8.41)$$

На рис. 8.4*а, б* показаны зависимости частоты отраженной волны от скорости движения границы раздела при различных скоростях среды. Наибольшее влияние движение среды на частоту отраженных волн наблюдается при скоростях, сопоставимых со скоростью распространения волн в среде.



а) б)

Рис. 8.4. *Частота отраженной волны в зависимости от относительной скорости движения границы для малой (а) и большой (б) скорости среды*

Учет граничных условий при $x = ut$ дает систему уравнений для определения амплитуд отраженной A_{1R} и прошедшей A_{2T} волн:

$$A_{10} + A_{1R} = A_{2T},$$

$$-\frac{k_{10}}{\rho_1}A_{10}+\frac{k_{1R}}{\rho_1}A_{1R}=-\frac{k_{2T}}{\rho_2}A_{2T}. \tag{8.42}$$

Коэффициент отражения

$$R=\frac{A_{1R}}{A_{10}}=\frac{\rho_2 k_{10}-\rho_1 k_{2T}}{\rho_2 k_{1R}+\rho_1 k_{2T}}=\frac{\dfrac{\rho_2}{c_1+\upsilon_1-u}-\dfrac{\rho_1}{c_2+\upsilon_2-u}}{\dfrac{\rho_2}{c_1-\upsilon_1+u}+\dfrac{\rho_1}{c_2+\upsilon_2-u}}. \tag{8.43}$$

Рассмотрим частные случаи, представляющие практический интерес.

Если $u=\upsilon_1=\upsilon_2=0$, имеем известный результат:

$$R=\frac{\rho_2 c_2-\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2+\rho_1 c_1}. \tag{8.44}$$

Если скорости среды $u=0$, движется только граница раздела сред и

$$R=\frac{\rho_2(c_2-u)-\rho_1(c_1-u)}{\rho_2(c_2-u)+\rho_1(c_1+u)}. \tag{8.45}$$

Коэффициент отражения $R=0$ при скорости движения границы

$$u=\frac{\rho_2 c_2-\rho_1 c_1}{\rho_2-\rho_1}. \tag{8.46}$$

Если $u=\upsilon_2,\ \upsilon_1=0$, вторая среда движется совместно с границей раздела, первая среда не движется

$$R=\frac{\rho_2 c_2-\rho_1(c_1-u)}{\rho_2 c_2+\rho_1(c_1+u)}\frac{c_1+u}{c_1-u}. \tag{8.47}$$

Коэффициент отражения $R=0$ при скорости движения границы

$$u=c_1-\frac{\rho_2}{\rho_1}c_2. \tag{8.48}$$

Если $u=\upsilon_1,\ \upsilon_2=0$, первая среда движется совместно с границей раздела, вторая среда не движется

$$R=\frac{\rho_2(c_2-u)-\rho_1 c_1}{\rho_2(c_2-u)+\rho_1 c_1}. \tag{8.49}$$

Коэффициент отражения $R=0$ при скорости движения границы

$$u=c_2-\frac{\rho_1}{\rho_2}c_1. \tag{8.50}$$

Коэффициент прохождения равен

$$T=\frac{A_{2T}}{A_{10}}=\frac{\rho_2(k_{1R}+k_{10})}{\rho_2 k_{1R}+\rho_1 k_{2T}}. \tag{8.51}$$

Условие отсутствия отраженного сигнала: $\rho_2 k_{10} = \rho_1 k_{2T}$ выполняется при скорости движения границы раздела сред равной:

$$u = \frac{\rho_2(c_2 + \upsilon_2) - \rho_1(c_1 + \upsilon_1)}{\rho_2 - \rho_1}. \qquad (8.52)$$

Таким образом, движение сред существенно влияет как на частоты отраженной и прошедшей волн, так и на коэффициенты отражения и прохождения. Это влияние наиболее сильное при скоростях сред, сопоставимых со скоростью распространения волн в средах.

8.5. Отражение акустических волн от подвижного упругого слоя в невзаимных средах

В эффекте Доплера, как правило, рассматривается только одна граница раздела сред. Рассмотрим особенности отражения волн от подвижной слоя конечной толщины в общем случае с невзаимными свойствами по оси 0x.

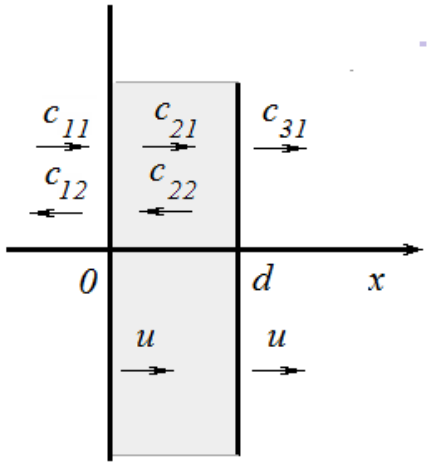


Рис. 8.5. *Отражение волн от подвижного слоя*

Пусть слой толщиной d двигается с постоянной скоростью u вдоль оси $0x$ (рис. 8.5), тогда координата левого края слоя описывается зависимостью $x = ut$. Слева от границы расположена акустическая среда, характеризуемая плотностью ρ_1 и в направлении оси $0x$ скоростью волн c_{11}, в обратном направлении c_{12}, справа – среда с параметрами ρ_3, c_{31}, слой характеризуется плотностью ρ_2 и скоростями прямой и обратной волн c_{21} и c_{22}. Пусть обе эти среды могут двигаться вдоль оси $0x$ со скоростями υ_1 и υ_2 соответственно. Скорость распространения звуковых волн вдоль оси $0x$ в первой среде равна $c_{10} = c_1 + \upsilon_1$, в противо-

положном направлении скорость равна $c_{1R} = c_1 - \upsilon_1$. Во второй среде волны распространяются вдоль оси $0x$ со скоростью $c_{2T} = c_2 + \upsilon_2$. Давление падающей волны, отраженной, прошедшей через границу раздела сред и в области слоя волн, можно представить в виде:

$$p_{11} = A_{11}\exp\left[i\left(\omega t - k_{11}x\right)\right] = A_{10}\exp\left[i\omega\left(t - \frac{x}{c_{11}}\right)\right],$$

$$p_{12} = A_{12}\exp\left[i\left(\omega_1 t + k_{12}x\right)\right] = A_{12}\exp\left[i\omega_1\left(t + \frac{x}{c_{12}}\right)\right],$$

$$p_{21} = A_{21}\exp\left[i\left(\omega_2 t - k_{21}x\right)\right] = A_{21}\exp\left[i\omega_2\left(t - \frac{x}{c_{21}}\right)\right], \qquad (8.53)$$

$$p_{22} = A_{22}\exp\left[i\left(\omega_3 t + k_{22}x\right)\right] = A_{22}\exp\left[i\omega_3\left(t + \frac{x}{c_{22}}\right)\right],$$

$$p_{31} = A_{31}\exp\left[i\left(\omega_4 t - k_{31}x\right)\right] = A_{31}\exp\left[i\omega_4\left(t - \frac{x}{c_{31}}\right)\right].$$

Функции p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}, p_{31} удовлетворяют волновым уравнениям в средах, а также должны удовлетворять граничным условиям на подвижных границах раздела сред:

$$p_{11} + p_{12} = p_{21} + p_{22}, \qquad (8.54)$$

$$\upsilon_{11} + \upsilon_{12} = \upsilon_{21} + \upsilon_{22},$$

координата которой описывается зависимостью $x = ut$, и

$$p_{21} + p_{22} = p_{31}, \qquad (8.55)$$

$$\upsilon_{21} + \upsilon_{22} = \upsilon_{31}$$

на другой границе раздела сред, $x = ut + d$.

Подстановка искомых решений в первое граничное условие дает соотношения:

$$\begin{gathered}
A_{11}\exp\left[i\omega t\left(1 - \frac{u}{c_{11}}\right)\right] + A_{12}\exp\left[i\omega_1 t\left(1 + \frac{u}{c_{12}}\right)\right] = A_{21}\exp\left[i\omega_2 t\left(1 - \frac{u}{c_{21}}\right)\right] + A_{22}\exp\left[i\omega_3 t\left(1 + \frac{u}{c_{22}}\right)\right] \\
-\frac{k_{11}}{\rho_1}A_{11}\exp\left[i\omega t\left(1 - \frac{u}{c_{11}}\right)\right] + \frac{k_{12}}{\rho_1}A_{12}\exp\left[i\omega_1 t\left(1 + \frac{u}{c_{12}}\right)\right] = \\
-\frac{k_{21}}{\rho_2}A_{21}\exp\left[i\omega_2 t\left(1 - \frac{u}{c_{21}}\right)\right] + \frac{k_{22}}{\rho_2}A_{22}\exp\left[i\omega_3 t\left(1 + \frac{u}{c_{22}}\right)\right] \\
A_{21}\exp\left(-\frac{i\omega_2 d}{c_{21}}\right)\exp\left[i\omega_2 t\left(1 - \frac{u}{c_{21}}\right)\right] + A_{22}\exp\left(\frac{i\omega_3 d}{c_{22}}\right)\exp\left[i\omega_3 t\left(1 + \frac{u}{c_{22}}\right)\right] = \\
A_{31}\exp\left(-\frac{i\omega_4 d}{c_{31}}\right)\exp\left[i\omega_4 t\left(1 - \frac{u}{c_{31}}\right)\right]
\end{gathered}, \qquad (8.56)$$

$$-\frac{k_{21}}{\rho_2}A_{21}\exp\left(-\frac{i\omega_2 d}{c_{21}}\right)\exp\left[i\omega_2 t\left(1-\frac{u}{c_{21}}\right)\right]+\frac{k_{22}}{\rho_2}A_{22}\exp\left(\frac{i\omega_3 d}{c_{22}}\right)\exp\left[i\omega_3 t\left(1+\frac{u}{c_{22}}\right)\right]=$$
$$-\frac{k_{31}}{\rho_3}A_{31}\exp\left(-\frac{i\omega_4 d}{c_{31}}\right)\exp\left[i\omega_4 t\left(1-\frac{u}{c_{31}}\right)\right]$$

Это соотношения должны выполняться для любого момента времени t. Это можно обеспечить только при условии:

$$\omega\left(1-\frac{u}{c_{11}}\right)=\omega_1\left(1+\frac{u}{c_{12}}\right)=\omega_2\left(1-\frac{u}{c_{21}}\right)=\omega_3\left(1+\frac{u}{c_{22}}\right)=\omega_4\left(1-\frac{u}{c_{31}}\right), \qquad (8.57)$$

когда частоты ω_1 – отраженной и прошедшей в слой ω_2 ω_3, и через границу раздела сред ω_4 волн отличаются от частоты падающей волны ω и зависят как от скорости движения границы раздела сред u, так и от скоростей движения сред υ_1, υ_2 и υ_3. В частном случае подвижной границы раздела и неподвижных сред имеем известные соотношения:

$$\omega_1=\frac{c_1-u}{c_1+u}\omega, \qquad \omega_2=\frac{c_1-u}{c_2-u}\omega \qquad (8.58)$$

Если граница движется в направлении распространения падающей волны (скорости u и c_{10} по направлению совпадают), то частота отраженного сигнала меньше частоты падающей волны $\omega_1<\omega$; если граница двигается навстречу падающей волне, то $\omega_1>\omega$. Частота прошедшего сигнала может быть больше или меньше ω в зависимости от соотношения скоростей сигнала в первой и второй средах: c_{10}/c_{2T}. При $c_{10}/c_{2T}>1$ и скорости движения границы, меньшей скоростей волн в обеих средах: $u<c_{10},c_{2T}$ частота прошедшего сигнала $\omega_2>\omega$. Частоты отраженного и прошедшего границу раздела сред волн могут быть представлены в виде:

$$\omega_1=\omega\frac{\left(1-\frac{u}{c_{11}}\right)}{\left(1+\frac{u}{c_{12}}\right)}=\frac{c_1+\upsilon_1-u}{c_1+\upsilon_1}\frac{(c_1-\upsilon_1)\omega}{c_1-\upsilon_1+u}, \quad \omega_4=\omega\frac{\left(1-\frac{u}{c_{11}}\right)}{\left(1-\frac{u}{c_{31}}\right)}=\frac{c_1+\upsilon_1-u}{c_1+\upsilon_1}\frac{(c_3+\upsilon_3)\omega}{c_3+\upsilon_3-u}. \qquad (8.59)$$

На рис. 8.6*а, б* показаны зависимости частоты отраженной волны от скорости движения границы раздела при различных скоростях среды. Наибольшее влияние движение среды на частоту отраженных волн наблюдается при скоростях, сопоставимых со скоростью распространения волн в среде.

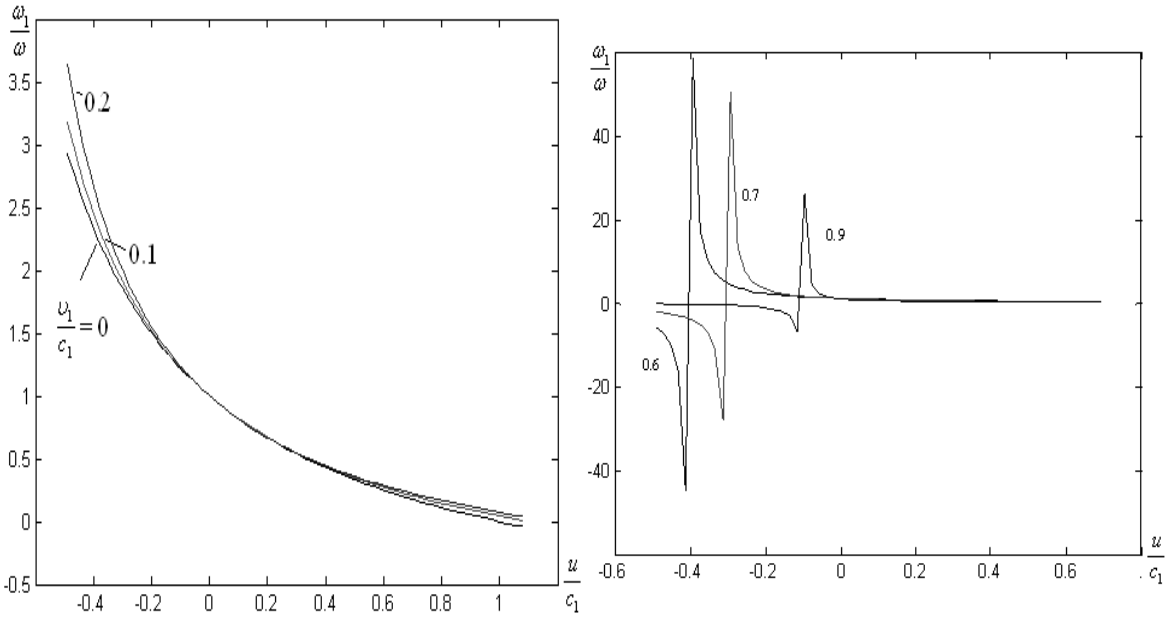
Учет граничных условий при $x=ut$, $x=ut+d$ дает систему уравнений для определения амплитуд отраженной A_{12} и прошедшей A_{31} волн:

$$A_{11}+A_{12}=A_{21}+A_{22},$$

$$-\frac{k_{11}}{\rho_1}A_{11}+\frac{k_{12}}{\rho_1}A_{12}=-\frac{k_{21}}{\rho_2}A_{21}+\frac{k_{22}}{\rho_2}A_{22},$$

$$A_{21}\exp\left(-\frac{i\omega_2 d}{c_{21}}\right)+A_{22}\exp\left(\frac{i\omega_3 d}{c_{22}}\right)=A_{31}\exp\left(-\frac{i\omega_4 d}{c_{31}}\right) \qquad (8.60)$$

$$-\frac{k_{21}}{\rho_2}A_{21}\exp\left(-\frac{i\omega_2 d}{c_{21}}\right)+\frac{k_{22}}{\rho_2}A_{22}\exp\left(\frac{i\omega_3 d}{c_{22}}\right)=-\frac{k_{31}}{\rho_3}A_{31}\exp\left(-\frac{i\omega_4 d}{c_{31}}\right)$$



а) б)

Рис. 8.6. *Частота отраженной волны в зависимости от относительной скорости движения границы для малой (а) и большой (б) скорости среды*

Коэффициент отражения

$$R=\frac{A_{12}}{A_{11}}=\frac{\rho_1^2k_2^2-\rho_2^2k_1^2}{\rho_1^2k_2^2+\rho_2^2k_1^2+\rho_1k_1\rho_2k_2ctg\dfrac{\beta d}{2}}, \qquad (8.61)$$

Здесь принято $k_{11}=k_{12}=k_1$, $k_{21}=k_{22}=k_2$.

Обсуждение результатов.

Движение сред существенно влияет как на частоты отраженной и прошедшей волн, так и на коэффициенты отражения и прохождения. Это влияние наиболее существенно при скоростях сред, сопоставимых со скоростью распространения волн в средах.

8.6. Резонатор с невзаимной средой

Хорошо известно, что при наложении когерентных волн, движущихся во взаимно противоположных направлениях, формируются стоячие волны, которые позволяют накапливать энергию колебательных процессов [1-7]. Физические свойства стоячих волн широко используются в резонаторах акустических и электромагнитных волн [6, 7]. Параметры резонаторов и физические процессы в них существенно зависят от заполняющих их сред. В невзаимных структурах и средах интерференционные процессы и, как частный случай, стоячие волны не рассматривались. Вместе с тем проведенный анализ показывает, что свойства стоячих волн в невзаимных средах и структурах качественно отличаются от свойств стоячих волн в изотропных средах. Покажем, что на колебательный процесс стоячей волны за счет невзаимных свойств сред дополнительно накладывается волновой процесс. Колебания пространственно разнесенных точек стоячей волны теряют свойство синфазности. Установлена зависимость положений узлов и пучностей от параметра невзаимности сред.

Известно, что стоячие волны образуются наложением двух однонаправленных когерентных волн равной амплитуды, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях. В силу когерентности прямой и обратной волн частоты этих волн равны: $\omega_1 = \omega_2 = \omega = 2\pi\nu$. В одномерном приближении уравнение стоячей волны может быть представлено в виде (для простоты начальная фаза каждой из волн может быть выбрана равной нулю, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$):

$$\begin{aligned}\xi(\omega,t) &= \xi_1(\omega,t) + \xi_2(\omega,t) = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx) = \\ &= 2A\cos(kx)\cdot\cos(\omega t) = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cdot\cos(\omega t).\end{aligned} \tag{8.62}$$

Обычно, без каких-либо оговорок, принимается, что равны и волновые числа прямой и обратной волн ($k_1 = k_2 = k$). Однако последнее справедливо только в частном (хотя и весьма распространенном) случае сред и структур, обладающих взаимными свойствами для прямых и обратных волн (одинаковыми параметрами, в частности, одинаковой скорость распространения прямых и обратных волн $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$). При наличии анизотропии скорость распространения волн может зависеть от направления их распространения. Если скорости волн различны для волн, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях, в этом случае среда или волноводная структура обладают невзаимными свойствами. Например, невзаимные свойства структур с гиротропными средами применяются в конструировании функциональных элементов микроволнового и оптического диапазонов. Рассмотрим здесь особенности акустических стоячих волн в среде, обладающей невзаимными свойствами. На

рис. 8.3 показана модель резонатора в виде экранированной в плоскостях $x = 0, d$ среды. Фазовая скорость распространения волн в среде υ. Если резонатор привести в движение вдоль координатной оси $0x$ со скоростью $\boldsymbol{u}$, он приобретает свойства невзаимной среды для прямых ($\upsilon_1 = \upsilon + u$) и обратных ($\upsilon_2 = \upsilon - u$) волн (рис. 8.7).

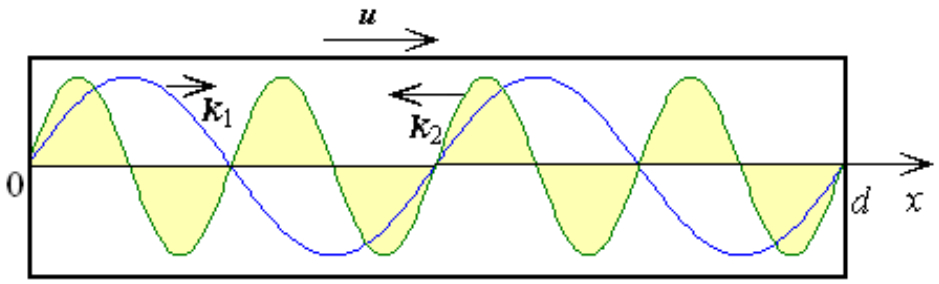


Рис. 8.7. *Наложение прямой (k_1) и отраженной (k_2) волн в невзаимной среде (d – длина, u – скорость движения среды)*

Скорость среды u здесь играет роль параметра невзаимности (при $u = 0$ структура обладает взаимными свойствами). Помимо скоростей, различаются волновые числа и длины прямой и обратной волн:

$$k_1 = \frac{\omega}{\upsilon + u},\ k_2 = \frac{\omega}{\upsilon - u},\ \lambda_1 = \frac{\upsilon + u}{\nu},\ \lambda_2 = \frac{\upsilon - u}{\nu}. \tag{8.63}$$

Для прямой и отраженной волн временная когерентность волн сохраняется, но физические свойства стоячей волны изменяются и описываются обобщенным уравнением, которое можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \xi(x,t) &= \xi_1 + \xi_2 = A\cos(\omega t - k_1 x) + A\cos(\omega t + k_2 x) = \\ &= 2A\cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x\right)\cdot\cos\left(\omega t - \frac{k_1 - k_2}{2}x\right) = \\ &= 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_r}x\right)\cdot\cos(\omega t - k_r x), \end{aligned} \tag{8.64}$$

где для результирующего волнового процесса длина стоячей волны λ_r, волновое число k_r и скорость υ_r определяются соотношениями:

$$\lambda_r = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \tag{8.65}$$

$$k_r = \frac{k_1 - k_2}{2} = \frac{\omega}{\upsilon_r}, \tag{8.66}$$

$$\upsilon_r = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{u^2 - \upsilon^2}{u}. \qquad (8.67)$$

Уравнение описывает квазистоячую волну, которая при устранении невзаимности переходит в обычную стоячую волну. Первый сомножитель уравнения обобщенной стоячей волны

$$2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_r}x\right)$$

является амплитудой, которая, как известно, у стоячих волн зависит от координаты, но также и от длин прямых (λ_1) и обратных (λ_2) волн. Второй сомножитель показывает наличие волнового процесса с фазовой скоростью υ_r и с амплитудой, зависящей от координат (для обычных стоячих волн он описывает синфазные колебания в точках, расположенных между ближайшими узлами). Направление распространения волны зависит от соотношения скоростей u и υ:

- совпадает с осью 0x при скоростях, удовлетворяющих соотношениям:

$$\upsilon < u < 0 \text{ или } u > \upsilon;$$

- противоположно оси 0x при скоростях, удовлетворяющих соотношениям:

$$u < \upsilon < 0 \text{ или } 0 < u < \upsilon.$$

Таким образом, при малых скоростях перемещения $|u| < |\upsilon|$ направление волнового процесса противоположно направлению движения. В отсутствие движения ($u = 0$) среда проявляет свойства взаимности, $k_1 = k_2 = k$ и обобщенное уравнение сводится к известному уравнению стоячей волны.

Известно, что в выражении для фазы уравнения стоячей волны во взаимной среде не входит координата, поэтому колебательные процессы во всех точках между ближайшими узлами в областях:

$$-\frac{\lambda}{4} + m\lambda < x < \frac{\lambda}{4} + m\lambda, \qquad (8.68)$$

$$\frac{\lambda}{4} + m\lambda < x < \frac{3\lambda}{4} + m\lambda,$$

синфазны по отношению друг к другу (m = 0,1,2,…). Напротив, из уравнения следует, что в невзаимных средах синфазны только колебания в точках, для которых выполняется соотношение:

$$\omega t - \frac{k_1 - k_2}{2}x = const. \qquad (8.69)$$

Характер волнового процесса наложения прямых и обратных волн в среде с взаимными свойствами (a) и в невзаимных средах (b,c) в зависимости от координаты и времени показан на рис. 8.8. Невзаимность свойств среды приводит к возникновению пространственных биений.

В точках, координаты которых удовлетворяют условию:

$$\frac{k_1 + k_2}{2} x = \pm\left(\frac{2m+1}{2}\right)\pi, \tag{8.70}$$

суммарная амплитуда колебаний равна нулю. Здесь находятся узлы стоячей волны. Координаты узлов и расстояние Δx между ними определяются соотношениями:

$$x_{min,\,m} = \pm\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\left(m + \frac{1}{2}\right). \tag{8.71}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{\nu(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{\upsilon^2 - u^2}{2\nu\upsilon} \tag{8.72}$$

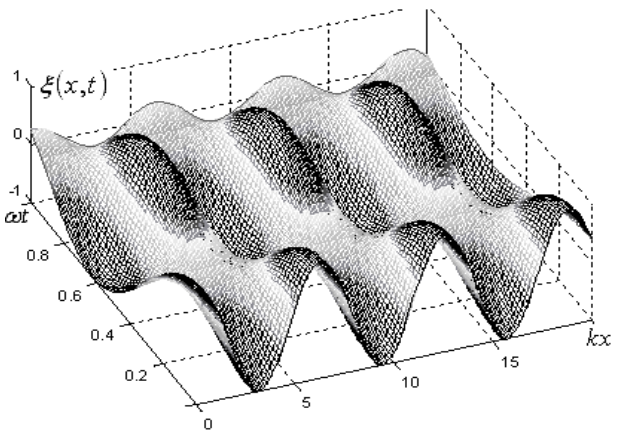
зависит от скоростей u и υ. В точках, где координаты удовлетворяют условию:

$$\frac{k_1 + k_2}{2} x = \pm m\pi, \tag{8.73}$$

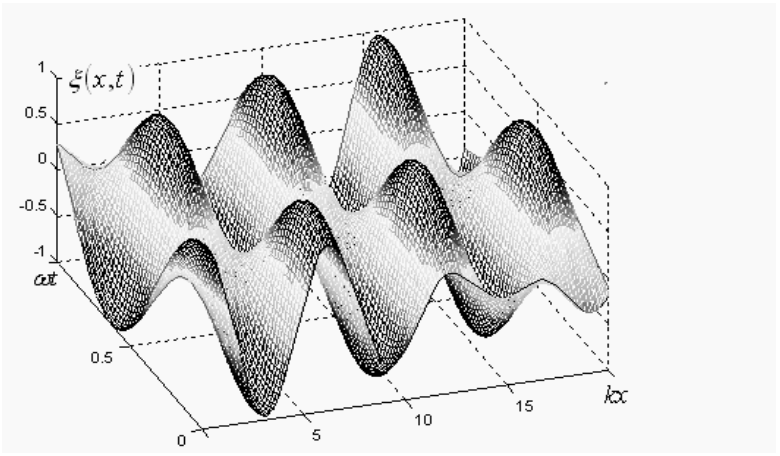
суммарная амплитуда достигает максимальных значений 2*A*, однако колебания происходят с меняющейся во времени амплитудой. Координаты «динамических» пучностей определяются соотношением:

$$x_{\max,m} = \pm\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} m. \tag{8.74}$$

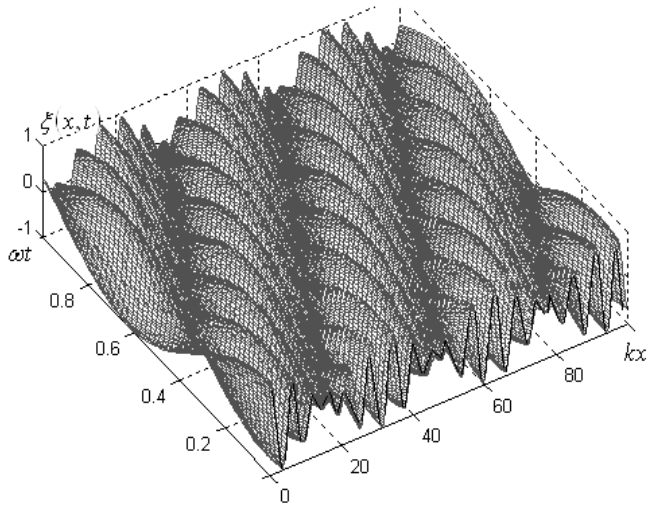
При $u \to \upsilon$ расстояние между узлами $\Delta x \to 0$ (структура стоячей волны «сжимается»). В отличие от стоячих волн во взаимных средах, амплитуда колебаний во всех точках (кроме узлов) с течением времени меняется (рис. 8.8*б, в*) и носит периодический характер.



а)



б)



в)

Рис. 8.8. *Характер интерференции прямых и обратных волн во взаимных (а – стоячая волна) и невзаимных (б, в) средах*

Соотношение для Δx позволяет при заданной длине невзаимной среды, ограниченной в зависимости от условий на границах узлами или пучностями, найти резонансные длины волн стоячей волны и соответствующие им резонансные частоты:

$$\nu_p = \frac{\upsilon_1 \upsilon_2}{(\upsilon_1 + \upsilon_2)d} = \frac{\upsilon^2 - u^2}{2\upsilon d}. \qquad (8.75)$$

При $u \to 0$ резонансная частота совпадает с формулой для стоячей волны во взаимной среде $\nu_p = \upsilon / 2\mathrm{d}$. При $u \to \upsilon$ резонансная частота $\nu_p \to 0$, волновой процесс отсутствует. На рис. 8.9 показана зависимость резонансной частоты стоячей волны от относительной скорости стержня ($\upsilon / 2d = 10^4, \varepsilon = 10^{-2}$).

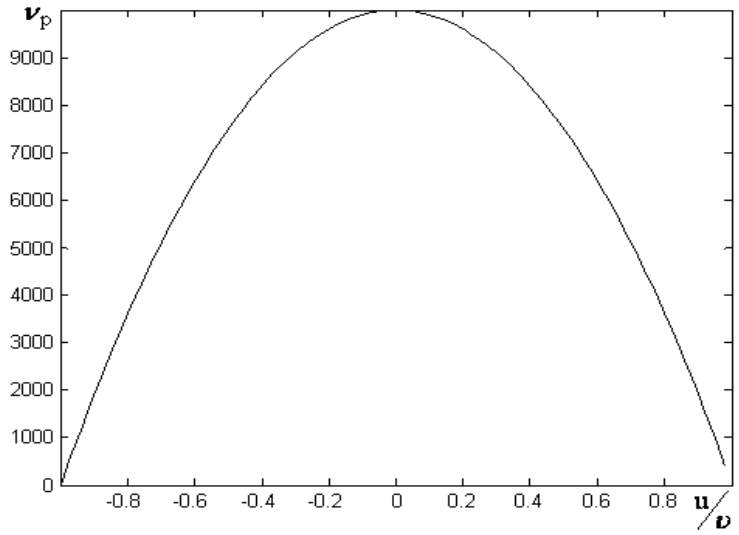


Рис. 8.9. *Зависимость резонансной частоты от скорости стержня*

В общем случае волновой процесс характеризуется относительной величиной волнового числа, которая определяется отношением скорости движения среды к фазовой скорости волн в среде (рис. 8.10):

$$\frac{k_r}{k_0} = \frac{u/\upsilon}{1 - u^2/\upsilon^2}. \tag{8.76}$$

Направление результирующего волнового процесса зависит от направлений и относительной величины скоростей.

Если движение среды описывается функцией скорости в виде: $u(t) = u_0 \sin(\Omega t)$, то зависимость волнового числа от времени (рис. 8.11) и описывается уравнением:

$$\frac{k_r}{k_0} = \frac{\varepsilon \cdot \sin(\Omega t)}{1 - \varepsilon^2 \cdot \sin^2(\Omega t)} \tag{8.77}$$

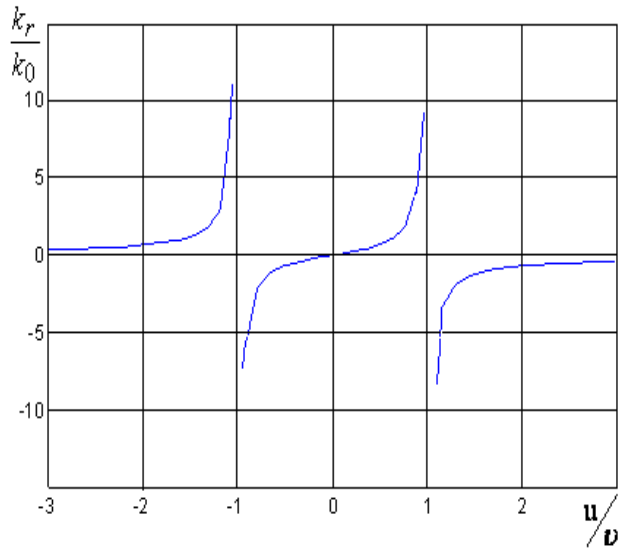


Рис. 8.10. *Зависимость волнового числа от скорости среды*

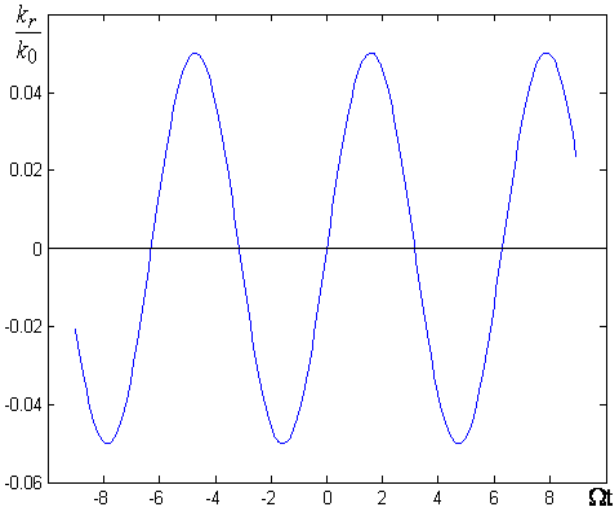


Рис. 8.11. *Периодическое изменение волнового числа* ($\varepsilon = u_0 / \upsilon$)

Интерференция прямых и обратных когерентных волн в невзаимных средах имеет свои особенности. Стоячие волны становятся нестационарными – на распределение поля стоячей волны накладывается волновой процесс, направление которого определяется параметром невзаимности. Колебания соседних точек теряют свойство синфазности. Резонансные частоты зависят от параметра невзаимности среды. Таким образом, введение в резонаторы сред с невзаимными параметрами существенно расширяет возможности резонансных структур в управлении их параметрами и представляет практический интерес.

8.7. Резонатор с подвижной границей

Акустические резонаторы со стабильными во времени параметрами изучены достаточно подробно и находят широкое применение в различных технических и измерительных устройствах. Вместе с тем стабильность параметров резонаторов, в том числе геометрических, является, скорее, исключением. Многие объекты имеют электрические, магнитные и геометрические параметры, которые меняются во времени, например, вибрирующие конструкции, биообъекты и др. Свойства таких резонаторов мало изучены. Рассмотрим сначала параметры экранированного акустического резонатора с жесткими стенками, заполненного однородной изотропной средой ($0 < z \le d$), с одной подвижной при $z = d(t)$ стенкой. Плотность среды в полости резонатора равна ρ_1, скорость распространения волн – υ_1.

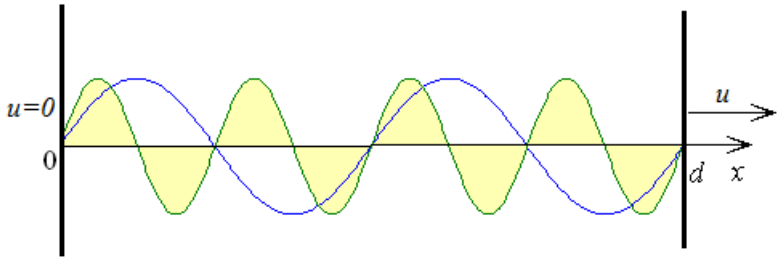


Рис. 8.12. *Структура одномерного резонатора с подвижной границей*

Поле монохроматической волны в области резонатора представим в виде суммы прямой и обратной волн:

$$p_1(z,t) = p_0 \exp[i(\omega t - k_1 z)] + p_R \exp[i(\omega t + k_1 z)] \ . \qquad (8.78)$$

Здесь p_0, p_R – амплитуды акустических давлений соответственно падающей и отраженной волн. Постоянные распространения прямой $k_1 = \omega/\upsilon_1$ и обратной $k_{1R} = \omega/\upsilon_1$ волн в отсутствие движения среды в полости резонатора совпадают. Справа от границы раздела волна описывается в виде:

$$p_T(z,t) = p_T \cdot \exp[i(\omega t - k_2 z)] \qquad (8.79)$$

Постоянная распространения во второй среде $k_2 = \omega/\upsilon_2$ определяется скоростью распространения прямых волн во второй среде. Наличие движения второй среды может быть учтено в изменении скорости распространения $\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 + u_2$. Граничные условия в плоскостях $z = 0$ и $z = d$ имеют вид:

$$p_0 + p_R = 0, \qquad (8.80)$$

$$p_0 \exp(-ik_1 d) + p_R \exp(ik_1 d) = 0.$$

Рассмотрим резонансные структуры:

1. Одномерный стационарный резонатор. Подстановка в граничные условия дает уравнение для расчета частот собственных колебаний резонатора:

$$\omega_m = \frac{m\pi\upsilon}{d} \text{ или } f_m = \frac{m\upsilon}{2d}, \qquad (8.81)$$

m = *1, 2, 3…* – номер резонансной частоты. Если граница раздела не движется, то $z(t) = const$ и резонансные частоты различных типов колебаний, определяемых m, $\omega_m = const$.

2. Одномерный резонатор с подвижной границей. В общем случае частоты $\omega_m(t)$ являются функциями времени.

При монохроматическом воздействии от внешнего источника механических колебаний ширина резонатора меняется в соответствии с выражением:

$$d = d_0 + d_m \sin \Omega t\,, \tag{8.82}$$

где d_0 – толщина резонатора в стационарном состоянии, d_m – амплитуда механического воздействия на резонатор, Ω – частота колебаний стенки резонатора за счет внешнего воздействия. В этом случае частота собственных колебаний зависит от времени:

$$f_m = \frac{m\upsilon}{2(d_0 + d_m \sin \Omega t)}. \tag{8.83}$$

На рис. 8.13 показана временная зависимость наименьшей ($m=1$) собственной частоты колебаний одномерного резонатора

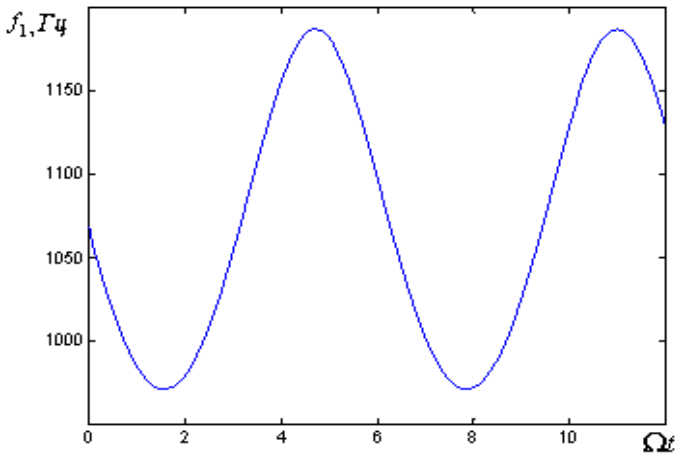


Рис. 8.13. *Временная зависимость резонансной частоты резонатора*

f_1 ($\upsilon = 330 м/с$, d_0=0,1м, d_m=0,001 м)

3. Трехмерный прямоугольный резонатор с подвижными границами. Собственные частоты резонатора:

$$\omega_{mnl} = \upsilon\sqrt{\left(\frac{m\pi}{d}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{b}\right)^2} \text{ или } f_{mnl} = \frac{\upsilon}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{d}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{l}{b}\right)^2}\,, \tag{8.84}$$

где m, n, l = 0, 1, 2, 3… – индекс колебания, a, b, d – размеры резонатора, которые в общем случае являются функциями времени. На рис. 8.14 показаны временные зависимости резонансных частот $f_1(m=1)$, $f_2(m=2)$, $f_3(m=3)$. Увеличение индекса моды приводит к росту собственных частот.

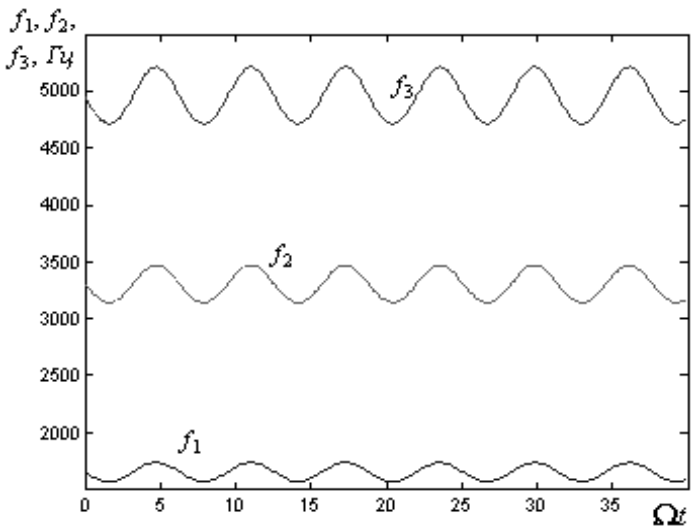


Рис. 8.14. *Временные характеристики резонансных частот мод*
$f_1(m=1)$, $f_2(m=2)$, $f_3(m=3)$, $n=0, l=0$.

На рис. 8.15 показаны временные зависимости $f_{01}(m=1, n=0)$, $f_{11}(m=1, n=1)$. Увеличение индексов моды приводит к росту резонансных частот. Зависимость резонансной частоты от колебаний границ резонатора для одной подвижной границы с двух- и трехкратными частотами показана на рис. 8.16.

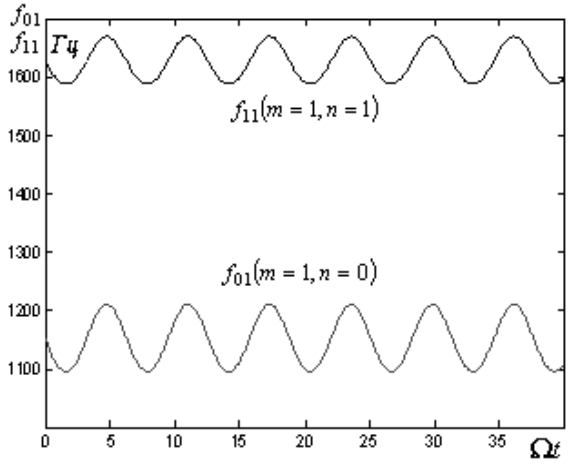


Рис. 8.15. *Временные зависимости резонансных частот*
$f_{01}(m=1, n=0)$, $f_{11}(m=1, n=1)$, $a_0 = d_0 = 0{,}1$ *м.*

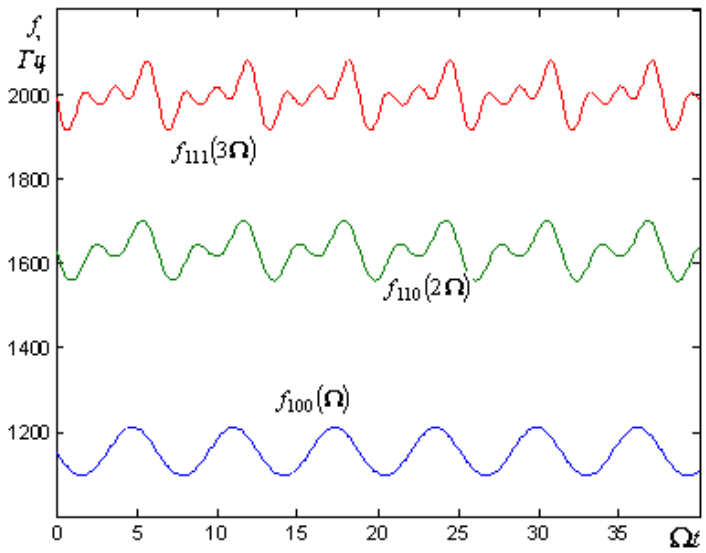


Рис. 8.16. *Временные зависимости резонансных частот,*
d_m *=0.5 см* $d=a=l=10$ *см,* $d_m=a_m=l_m=10$ *см.*

4. Учет движения среды в полости резонатора. Если первая среда приводится в движение вдоль оси 0z со скоростью u, то результирующая скорость волны вдоль оси 0z равна $\upsilon_{10}=\upsilon+u$, а в противоположном направлении $\upsilon_{1R}=\upsilon-u$. Тогда поле монохроматической волны в первой среде представим в виде суммы падающей и отраженной волн:

$$p_1(z,t)=p_0\cdot\left\{\exp\left[i(\omega t-k_{10}z)\right]+R_p\cdot\exp\left[i(\omega t+k_{1R}z)\right]\right\}, \qquad (8.85)$$

где p_0, p_R – амплитуды акустических давлений соответственно падающей и отраженной волн, R_p – коэффициент отражения. Постоянные распространения прямой $k_{10}=\omega/\upsilon_{10}$ и обратной $k_{1R}=\omega/\upsilon_{1R}$ волн различны и определяются суммарными скоростями распространения прямых и обратных волн в первой среде. Бегущие навстречу падающая и отраженная волны образуют интерференционное поле в виде стоячих волн с пульсирующей величиной акустического давления p_1 ($R_p=1$):

$$p_1(z,t)=p_0\cdot\left\{\exp\left[i(\omega t-k_{10}z)\right]+\exp\left[i(\omega t+k_{1R}z)\right]\right\}=2\cdot\cos\frac{k_{10}+k_{1R}}{2}z\cdot\exp\left[i\left(\omega t+\frac{k_{10}-k_{1R}}{2}z\right)\right], \qquad (8.86)$$

которое переходит в режим обычной стоячей волны при $k_{10}=k_{1R}=k_1$. Учет граничных условий дает уравнение для резонансной частоты резонатора с подвижной средой в его полости:

$$\omega_m=\frac{m\pi\left(\upsilon^2-u^2\right)}{d\upsilon} \text{ или } f_m=\frac{m\left(\upsilon^2-u^2\right)}{2d\upsilon}=\frac{m\upsilon}{2d}\left(1-\frac{u^2}{\upsilon^2}\right). \qquad (8.87)$$

Таким образом, движение среды вдоль оси $0z$ независимо от направления скорости приводит к уменьшению резонансной частоты всех мод резонатора. При периодическом изменении величины скорости $u = u_m \sin \Omega t$ частота модуляции резонансной частоты в два раза выше частоты изменения величины скорости:

$$f_m = \frac{m\upsilon}{2d}\left(1 - \frac{u_m^2 \sin^2 \Omega t}{\upsilon^2}\right) = \frac{m\upsilon}{2d}\left(1 - \frac{u_m^2}{2\upsilon^2} + \frac{u_m^2}{2\upsilon^2}\cos \Omega t\right) \qquad (8.88)$$

Средняя частота резонанса каждой моды уменьшается на величину $mu_m^2 / 4d\upsilon$, пропорциональную квадрату амплитуды колебания скорости движения среды.

Таким образом, движение границ резонатора и среды внутри его полости приводит к изменению резонансных частот мод резонатора и при периодическом воздействии носит также периодический характер. При этом периодичность изменения резонансных частот соответствует внешнему воздействию при движении границ резонаторов и отличается в два раза при движении среды в полости резонатора. Движение среды меняет характер поля внутри резонатора – возникают отличающиеся от обычных стоячие волны со сдвинутыми по фазе высокочастотными колебаниями в различных точках резонатора. Сдвиг по фазе зависит от расстояния между точками $\varphi = (k_{10} - k_{1R})z / 2$.

8.8. Выводы

Получено решение задачи Коши для волнового уравнения, описывающего физические процессы в невзаимных средах. Физические свойства невзаимных структур позволяют создать ряд новых функциональных элементов на акустических и других типах волновых процессов.

Осуществлен анализ влияния движений сред и границ разделов сред на особенности отражения и колебательных процессов резонаторов.

Движение сред существенно влияет как на частоты отраженной и прошедшей волн, так и на коэффициенты отражения и прохождения. Это влияние наиболее сильное при скоростях сред, сопоставимых со скоростью распространения волн в средах.

Движение среды меняет характер поля внутри резонатора – возникают отличающиеся от обычных стоячие волны со сдвинутыми по фазе высокочастотными колебаниями в различных точках резонатора.

Интерференция прямых и обратных когерентных волн в невзаимных средах имеет свои особенности. Стоячие волны становятся нестационарными – на распределение поля стоячей волны накладывается волновой процесс, направление которого определяется параметром не-

взаимности. Колебания соседних точек теряют свойство синфазности. Резонансные частоты зависят от параметра невзаимности среды. Таким образом, введение в резонаторы сред с невзаимными параметрами существенно расширяет возможности резонансных структур в управлении их параметрами и представляет практический интерес.

Список литературы

1. Савельев И. В. Курс общей физики Т. 1. Механика, колебания, волны. – М. : Наука, 1970. – 283-286 с.
2. Дубнищев Ю. Н. Колебания и волны. – СПб. : Лань, 2011. – 384 с.
3. Горелик Г. С. Колебания и волны. – М. : Физматлит, 2008. – 656 с.
4. Гринченко В. Т. Основы акустики / В. Т. Гринченко, И. В. Вовк, В. Т. Мацыпура. – Київ : Наукова думка, 2007. – 640 с.
5. Стрэтт Дж. Теория звука : пер. с англ. : 2 т. Т. 1. – М. : Изд-во ГИТТЛ, 1940. – 500 с.
6. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М. : Наука, 1989. – 544 с.
7. Нефедов Е. И. Техническая электродинамика. – М. : Академия, 2008. – 416 с.
8. Глущенко А. Г., Захарченко Е. П. Запредельные волноводные структуры и среды с усилением. – Самара : Изд-во Сам НЦ РАН, 2009. – 170 с.
9. Глущенко А. Г., Захарченко Е. П. Стимулированная прозрачность запредельных структур с активными средами. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 186 с.
10. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. – М. : Госэнергоиздат, 1963. – 663 с.
11. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М. : Наука, 1973. – 592 с.
12. Вамберский М. В. Конструирование ферритовых развязывающих приборов СВЧ / М. В. Вамберский, В. П. Абрамов, В. И. Казанцев. – М. : Радио и связь, 1982. – 362 с.
13. Осташев В. Е. Распространение звука в движущихся средах. – М. : Наука, 1992. – 208 с.
14. Глущенко А. Г., Захарченко Е. П. В мире открытий. – 2010. – № 6. – С. 11-16.
15. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции. – М. : Наука, 1984. – 385 с.
16. Глущенко А. Г. Влияние движения сред на отражение упругих волн от подвижной границы [Электронный ресурс] / А. Г. Глущенко и др. // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – URL: http://www.science-education.ru/113-11655 (дата обращения: 14.01.2014).
17. Глущенко А. Г. Особенности отражения волн от границ раздела невзаимных сред. Современные проблемы физики, химии, биологии / А. Г. Глущенко и др. // ФизХимБио 2012 : материалы международ. научно-технич. конф. (Севастополь, 28-30 ноября 2012). – Севастополь, 2012. – С. 37-39.

18. Glushchenko A. G. Features of Reflection Acoustic Waves from Mobile Boundary of Section Moving Media. Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics innovative approach / A. G. Glushchenko, E. P. Glushchenko, V. V. Ivanov. – Titusville, FL, USA. – Vol. 1. – P. 6-9.

19. Глущенко А. Г., Глущенко Е. П. Стимулированная прозрачность слоистых волноводных структур // Наука в информационном просторе : материалы VIII міжнародної науково-практичної конф. (4-5 октября 2012). – Київ– Біла. – Т. 4. – С. 59-62.

20. Glushchenko A. G. Characteristics of non-stationary resonators / A. G. Glushchenko, E. P. Glushchenko, N. A. KnochinovaScience // Technology and Higher Education : materials of the International Research and Practice Conference (11-12-December). – Westwood, Canada, 2012. – P. 356-361.

21. Глущенко А. Г. Интерференция волн в невзаимных средах / А. Г. Глущенко, Е. П. Глущенко, В. В. Иванов и др. // В мире научных открытий. – 2012. – № 1.1 (25). – С. 98-112.

22. Глущенко А. Г. Особенности стоячих волн в невзаимных средах / А. Г. Глущенко, Е. П. Глущенко, В. В. Иванов // Естественные и технические науки. – 2012. – № 1 (57). – С. 257-259.

23. Glushchenko A. G. Reflection of acoustic waves from a moving elastic layer in nonreciprocal media / A. G. Glushchenko, E. P. Glushchenko, V. V. Ivanov // Global Science and Innovation : materials Of the I International Scientific Conference. Vol. II. (december 17-18th, 2013). Chicago, USA, 2013. – P. 340-345.

24. Glushchenko A. G. Media movement effect on elastic waves propagation in planar waveguides / A. G. Glushchenko, E. P. Glushchenko, V. V. Ivanov // Eastern European Scientific Journal. – 2013. – № 6. – P. 38-42.

25. Глущенко А. Г. Моделирование свойств невзаимных волноведущих структур / А. Г. Глущенко, Е. П. Глущенко, В. В. Иванов и др. // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики : материалы 3-й научно-практич. Internet-конф. (20-21 февраля 2014 г.). – 2014. – С. 138-142.

26. Glushchenko A. G., Glushchenko E. P. Wave interference with the circular polarization in plasma [Электронный ресурс] // International Journal of Applied and Fundamental Research. – 2013. – № 11. – Режим доступа: URL: www.science-sd.com/455-24341 (30.12.2013).

27. Глущенко А. Г. Стоячие волны в гиротропных средах / А. Г. Глущенко, Е. П. Глущенко, Н. Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2013. – № 4. – С. 516-519.

ГЛАВА 9

КЛАССИФИКАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТЕКСТУР НА ОСНОВЕ ЛОКАЛЬНО-ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Шерстобитов А. И., Тимофеев Д. В., Марчук В. И.

В главе разработан алгоритм классификации текстур на основе локально-полиномиальной аппроксимации. Анализ литературных источников показал, что большинство часто используемых на практике методов при решении задачи поиска текстур натурных изображений показывают низкие результаты. Методы, основанные на LBP, показывают наиболее высокие результаты, в связи с чем в главе разработан локально-полиномиальный дескриптор, позволяющий производить классификацию широкого класса текстур. Полученное ядро является инвариантным к освещению, контрастности и масштабу. На наборе тестовых текстурных изображений, различающихся размерами и освещённостью, показана эффективность предложенного подхода.

В настоящее время в результате интенсивных исследований получили широкое распространение методы текстурного анализа, применяющиеся в решении задач классификации и сегментации изображений. Данные методы разделяют на 4 категории: геометрические, статистические, методы, основанные на моделях и методы, основанные на обработке сигналов. Среди наиболее широко используемых традиционных методов выделяют статистические методы, основанные на матрицах смежности статистиких уровней серого второго порядка или статистики первого порядка свойств локальных значений (разница гистограмм) [1] , методы обработки сигналов на основе локальных линейных преобразований, многоканальная фильтрация Габора или вейвлет [2-4] и модели на основе методов, основанных на марковских случайных полях или фракталов [5]. Большинство из предложенных методов не способно выполнять текстурный анализ достаточно хорошо для реальной текстуры и в вычислительном отношении слишком сложно для удовлетворения требований к реальному времени многих приложений компьютерного зрения. В последние годы были предложены методы, способные эффективно разделять текстуры с помощью вычисления локальных дескрипторов, например Local binary patterns (LBP), что привело к значительному прогрессу в методах применения текстуры к различным проблемам компьютерного зрения. В настоящее время область исследования расширилась от 2D текстур до 3D текстур и динамических текстур [7, 8], текстурный анализ охватил такие современные области компьютерного зрения, как распознавание

лиц, распознавание выражения лиц, распознавание объектов, вычитание фона, визуальное распознавание речи и распознавание действий и походки.

9.1. Модель изображения

Как правило, математическая модель текстурированных изображений представляет собой 2D быстроменяющиеся сигналы с широкой полосой спектральных элементов в частотной области, локальных неоднородностей в пространственной области. На основе набора нелинейных преобразований можно выделить набор структурных элементов текстуры: изменение градиентов в различных направлениях, набор объектов прямолинейной и криволинейной формы, периодичность локальных особенностей и т.д. Совокупность отдельных структурных элементов формирует текстурное изображение в целом. Целью большинства методов текстурного анализа является получение компактного дескрипторного описания текстурных элементов изображения для последующей их классификации. Совокупность текстурных элементов и их характеристики позволяют сформировать дескрипторы с устойчивыми дискриминационными свойствами. Точность решения задачи классификации текстуры существенно зависит как от набора дескрипторов, их описывающих, так и от критерия их сравнения.

9.2. Предлагаемый метод

В работе [6] представлен обзор существующих современных методов текстурного анализа и классификации. В их основе лежат различные принципы получения и формирования пространства признаков. Класс методов формирования дескрипторных значений основан на обработке локальных областей изображений различных форм. Как правило, используются не перекрывающиеся блоки небольших размеров. Все блоки преобразуются в вектора различными способами: по кругу относительно центрального пикселя, по периметру локальной области и т.д. Таким образом, используя вектор каждой локальной области изображения, формируется локальный дескриптор, который представляет собой комбинацию локальной гистограммы яркости текстурированного изображения или специально сформированный вектор, массив. Рассмотрим получение дескриптора в локальной области текстурированного изображения на основе локально полиномиальной аппроксимации.

Предположим, что для любой локальной области текстурированного изображения формируется вектор $\{Y_k\}_{k=0}^{m}$ из её элементов. Определим полиномиальную функцию S_k, ко-

торая аппроксимирует вектор значений $\{Y_k\}_{k=0}^{m}$ на основе метода наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов относится к классу параметрических методов обработки и имеет квазиоптимальные свойства в условиях непараметрической априорной неопределенности. Целевая функция метода наименьших квадратов минимизирует сумму квадратов разности вида:

$$f = \sum_k (Y_k - S_k)^2 \to \min, \tag{9.1}$$

где S_k – априорно заданная модель аппроксимирующей функции степени p, $S_k = \sum_{i=0}^{p} a_i {x_k}^i$,

где $x_k = h' \cdot k, \quad k = \overline{0,m}; \; p \geq 0$.

Для минимизации целевой функции (9.1) необходимо решить систему линейных уравнений относительно коэффициентов a_i. Минимум целевой функции (9.1) является решением системы p линейный уравнений:

$$\frac{\partial f}{\partial a_i} = -2\sum_k (Y_k - S_k){x_k}^i = 0, \quad (i = 0,1,2...p),$$

$$\sum_k Y_k {x_k}^i = a_0 \sum_k {x_k}^i + a_1 \sum_k Y_k {x_k}^{i+1} + ... + a_p \sum_k Y_k {x_k}^{i+p} = \sum_{j=0}^{p} a_j \sum_{k=0}^{m} {x_k}^{i+j}. \tag{9.2}$$

Систему линейных уравнений (9.2) можно представить в матричной форме:

$$X \cdot A = Y^{(i)}, \tag{9.3}$$

где элементы матрицы X определяются как $X_{ij} = \left\{ \sum_k x_k^{i+j} \right\}, \quad i, j = \overline{0, p}$, матрица A представляет собой вектор искомых коэффициентов $A = \{a_0, a_1, ..., a_p\}$, а матрица $Y^{(i)}$ представляет собой вектор $Y^{(i)} = \left\{ \sum_k x_k^i Y_k \right\}, \quad i = \overline{0, p}$.

Решение уравнения (9.3) можно записать как $A = X^{-1} \cdot Y^{(i)}$. Использование на практике полученного решения при $p > 5$ является крайне затруднительным по нескольким причинам:

1. Предположим, что $0 \leq x_k \leq 1, \quad k = \overline{0,n}$ и равномерно распределено на отрезке $[0,1]$, тогда матрица X является гильбертовой, а её определитель быстро стремится к нулю с ростом n.

2. С ростом степени аппроксимирующего полинома p на порядок увеличивается сложность расчета коэффициентов аппроксимирующей функции $\{a_0, a_1, ..., a_p\}$.

3. При уменьшении или увеличении степени аппроксимирующего полинома необходимо производить перерасчет значений коэффициентов $\{a_0, a_1, ..., a_p\}$.

Для преодоления возникших трудностей используют системы ортогональных функций, которые преобразуют сигнал в заданном ортогональном базисе. Для случая полиномиальной аппроксимации, ортогональный базис может быть образован системой полиномов Лежандра, Лагера, Чебышева и т.д. Использование системы ортогональных многочленов позволяет увеличивать или уменьшать степень аппроксимирующего полинома без пересчета ранее полученных оценок. Если исходный вектор $\{Y_k\}_{k=0}^{m}$ определен на регулярной сетке, тогда выражение (9.2) перепишется как:

$$\frac{\partial f}{\partial a_i} = -2\sum_k (Y_k - S_k) k^i = 0, \quad (i = 0,1,2...p),$$

$$\sum_k Y_k x_k{}^i = a_0 m + a_1 \sum_k Y_k k^{i+1} + ... + a_p \sum_k Y_k k^{i+p} = \sum_{j=0}^{p} a_j \sum_k k^{i+j}. \qquad (9.4)$$

Элементы матрицы X и $Y^{(i)}$ переопределяются как $X_{ij} = \left\{\sum_k k^{i+j}\right\}$, $i, j = \overline{0, p}$, $Y^{(i)} = \left\{\sum_k k^i Y_k\right\}$, $i = \overline{0, p}$ для выражения (9.3).

Рассмотрим значения аппроксимирующей функции $\overline{S_k} = \sum_{i=0}^{p} \overline{a_i} \cdot k^i$ на интервале $k = \overline{0,m}$ как совокупность откликов нестационарной системы. Для аппроксимации 1D сигнала $\{Y_k\}_{k=0}^{m}$ необходимо определить 2D импульсную характеристику размера $\{m+1 \times m+1\}$, которая состоит из набора стационарных импульсных характеристик для каждого фиксированного $k \in [0, m]$. Определим 2D функцию единичного скачка следующим выражением:

$$Y_k(r) = \begin{cases} 1 & k = r, \\ 0 & k \neq r, \end{cases}, \ k = \overline{0,m}, \qquad (9.5)$$

где переменная r определяет положение единичного импульса на интервале $k \in [0, m]$.

Из (9.5) следует, что $Y_k(r)$ единичная матрица размера $\{m+1 \times m+1\}$. Используя определение функции воздействия (9.5), выражение (9.3) на основе (9.4) будет определяться как:

$$X \cdot A = Y^{(i)} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} m+1 & \sum\limits_k k & \dots & \sum\limits_k k^p \\ \sum\limits_k k & \sum\limits_k k^2 & \dots & \sum\limits_k k^{p+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum\limits_k k^p & \sum\limits_k k^{p+1} & \dots & \sum\limits_k k^{2p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum\limits_k Y_k \\ \sum\limits_k Y_k k \\ \dots \\ \sum\limits_k Y_k k^p \end{pmatrix} \Bigg|_{Y_k = Y_k(r)} =$$

$$= \begin{pmatrix} m+1 & \sum\limits_k k & \dots & \sum\limits_k k^p \\ \sum\limits_k k & \sum\limits_k k^2 & \dots & \sum\limits_k k^{p+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum\limits_k k^p & \sum\limits_k k^{p+1} & \dots & \sum\limits_k k^{2p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ \dots \\ k^p \end{pmatrix} \Bigg|_{Y_k = Y_k(r)} \tag{9.6}$$

$$\text{где } Y^{(i)} = \left\{ r^i \right\}, \quad i = \overline{0, p}.$$

Решением системы уравнений (9.6) является вектор оценок коэффициентов $A = \left\{ \overline{a}_0, \overline{a}_1, ..., \overline{a}_p \right\}$, который функционально зависит от $k \in [0, m]$ – аргумент аппроксимирующей функции $\overline{S_k}$ и r – положения единичного скачка функции $Y_k(r)$. Используя оценки вектора $A(k, r)$ на основе (9.6), построим 2D импульсную характеристику нестационарной дискретной системы $h^{(p)}(k, r)$ на основе классического определения полиномиальной функции $S_k = \sum\limits_{i=0}^{p} a_i k^i$. Для примера, при $p = 1$ выражение для импульсной характеристики $h^{(p)}(k, r)$ имеет вид:

$$h^{(1)}(k, r) = \frac{2(2m+1) - 6r}{m(m-1)} + \left(\frac{12r}{m(m^2-1)} - \frac{6}{m(m-1)} \right) k, \qquad k = \overline{0, m}, \; r = \overline{0, m}. \tag{9.7}$$

Цифровая система обработки с 2*D* импульсной характеристикой (9.7) позволяет сформировать на своем выходе значения аппроксимирующей полиномиальной функции при фиксированной степени p на произвольном интервале аппроксимации $k = \overline{0, m}$ без непосредственного решения системы (9.6). Вся процедура сводится к двумерной свертке обрабатываемого сигнала (умножение квадратной матрицы на вектор столбец) с ядром локально полиномиальной аппроксимации для фиксированного интервала $[0, m]$:

$$\overline{S_k^{(p)}} = \sum_{i=0}^{m} h^{(p)}(k, j) Y(j), \; k = \overline{0, m}, \tag{9.8}$$

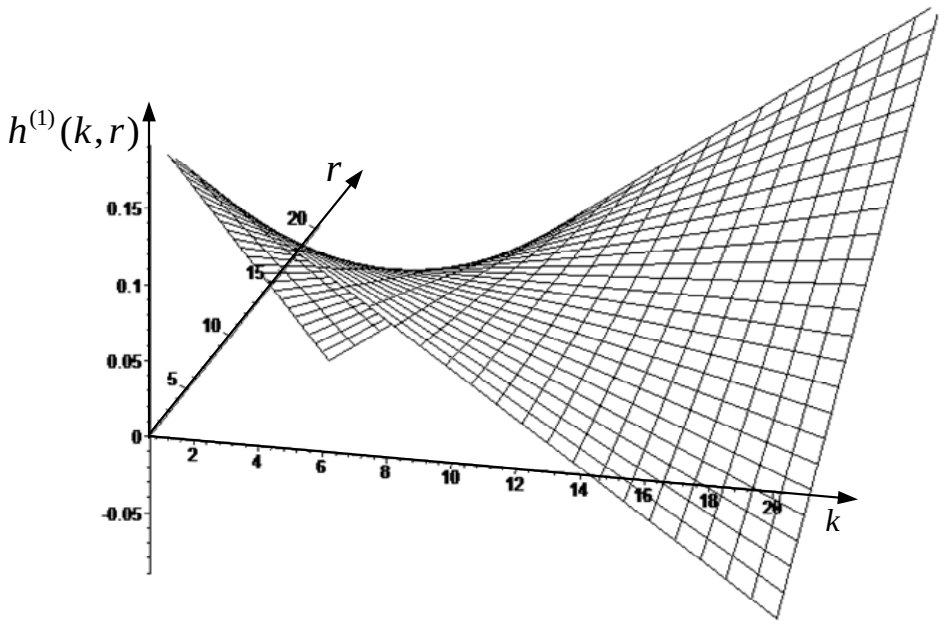
где $h^{(p)}(k, j)$ – ядро локально-полиномиальной аппроксимации (k-LPA^p) степени p, значения $\overline{S_k^{(p)}}$ принадлежат полиномиальной аппроксимирующей функции степени p.

На рис. 9.1*а* представлен график импульсной характеристики $h^{(p)}(k,r)$ (9.7) нестационарной дискретной системы, позволяющей сформировать на выходе значения, принадлежащие линейной функции, аппроксимирующие произвольный сигнал Y_k на интервале $[0,20]$. Альтернативным способом получения 2*D* импульсной характеристики $h^{(p)}(k,r)$ является аппроксимация каждой колонки (строки) единичной матрицы $Y_k(r)$ полиномиальной функцией с фиксированной степенью (рис. 9.1*б*). На рис. 9.2*а* и 9.2*б* представлены 2*D* ядра *k-LPA*^{2} и *k-LPA*^{3}, соответственно при $p=2$ и $p=3$.

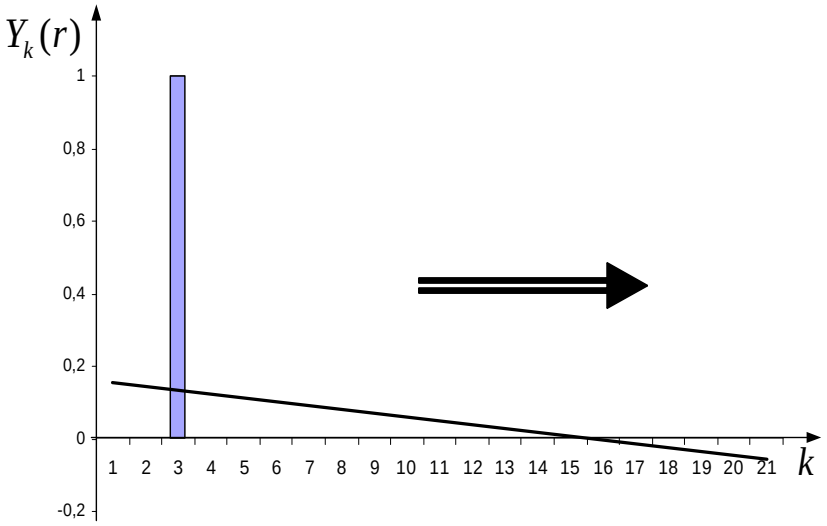
Исходя из области определения синтезированного ядра (9.7), локально-полиномиальная аппроксимация может быть реализована в виде банка КИХ фильтров порядка m, полученных при различных фиксированных значениях r.

В работе [6] рассматривается семейство локальных дескрипторов, простроенных на основе получения локальных бинарных особенностей при обработке широкого класса цифровых сигналов: речевых сигналов, изображений, видеопоследовательностей и т.д. Одной из ключевых задач, которая лежит в основе решения многих прикладных систем распознавания образов, является проведение классификации текстур на изображениях и видеопоследовательностях. В работе [10] представлен обзор существующих методов классификации текстур.

На основе синтезированных ядер локально-полиномиальной аппроксимации k-LPA^p сформируем набор локальных дескрипторов для описания и распознавания текстур на изображении. Предположим, что имеется изображение I размера $\{u \times u\}$. Разобьем исходное обрабатываемое изображение на квадратные не перекрывающиеся области размером $\{r \times r\}$, при этом r является нечетным и может принимать значения $\{3,5,7,9....\}$.

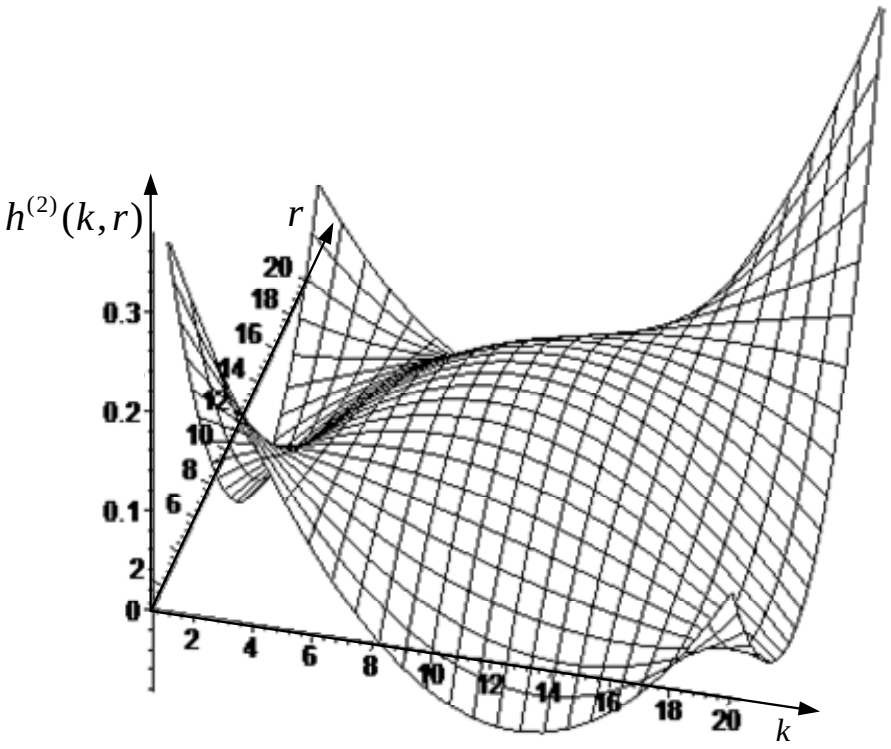


а)

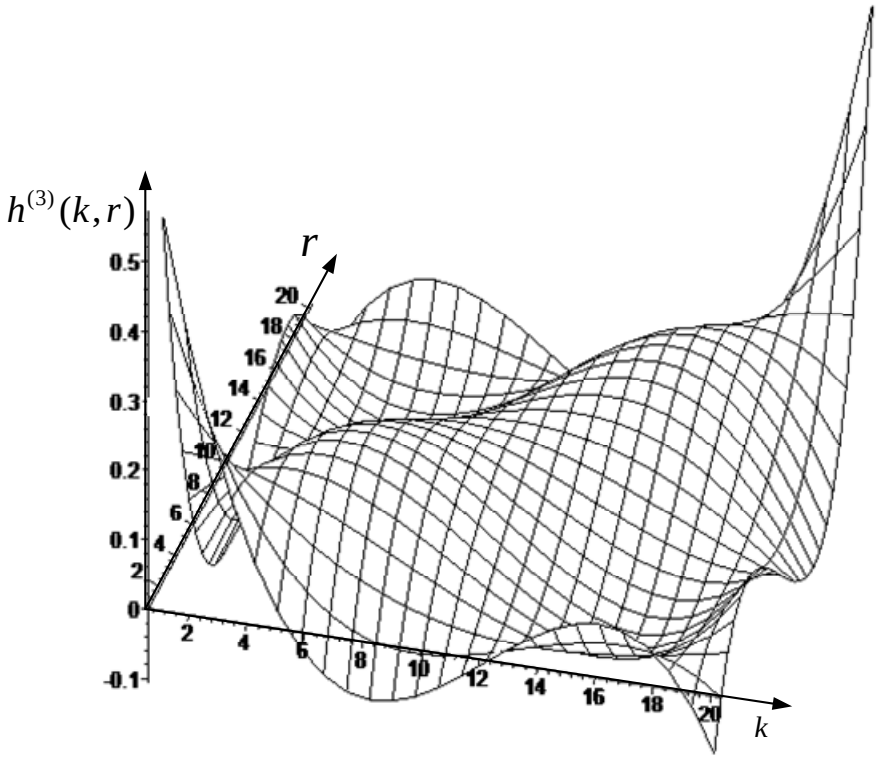


б)

Рис. 9.1. *Формирование ядра локально-полиномиальной аппроксимации при* $p=1$



а)



б)

Рис. 9.2. *Ядра локально-полиномиальной аппроксимации при а)* $p = 2$ *и б)* $p = 3$

Относительно первого значения g_0 локальной области сформируем вектор G:

$$G = \{g_0, g_1, g_2, ..., g_{r^2-1}\},$$

где $g_0, g_1, g_2, ..., g_{r^2-1}$ – пиксели локальной области (рис. 9.3), размер вектора G определяется как $d = \{1 \times r^2\}$.

Вектор G может быть образован путем различного способа обхода пикселей, входящих в анализируемую локальную область (рис. 9.3). В данной работе используются три типа обхода локальной области при формировании вектора G (тип 1#, тип 2#, тип 3#), которые представлены на рис. 9.3 при $r = 3$.

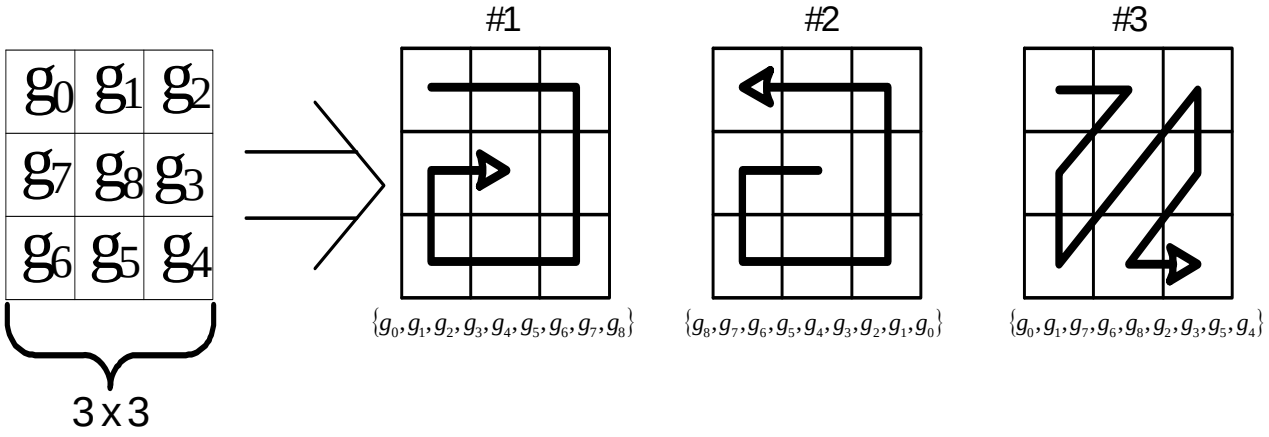


Рис. 9.3. *Формирование вектора G из локальной области изображения*

В работе [9] предлагается формирование дескрипторов описания локальных особенностей текстур на основе получения коэффициентов $(a_0, ..., a_{d-1})$ путем минимизации целевой функции:

$$E(a_0, ..., a_{d-1}) = \left| g_0 - \sum_{i=0}^{d-1} a_i g_i \right| \to \min \qquad (9.9)$$

На основе полученных оценок $(\overline{a}_0, ..., \overline{a}_{d-1})$ формируется локальный дескриптор. Для конструирования инвариантного дескриптора к повороту искомой текстуры используется одномерное преобразование Фурье вектора оценок коэффициентов $(\overline{a}_0, ..., \overline{a}_{d-1})$ [9].

Использование предлагаемого метода позволяет построить дескриптор путем формирования матрицы индексов полиномиальных функций различных степеней, аппроксимирующих значения вектора G. На основе построенных ядер *k-LPA*^{p} перепишем выражение (9.9) в следующем виде:

$$\left(g_j - \sum_{i=1}^{d} h^{(p)}(j,i) G(i) \right) \xrightarrow[p=1..q]{} \min,\ j = 1..d,\quad q \le d-1, \tag{9.10}$$

где q – максимальная степень аппроксимирующего полинома на интервале значений вектора G.

В отличие от (9.9), целевая функция (9.10) минимизируется по переменной p при каждом фиксированном j. В результате минимизации (9.10) определяется такое сечение функции $h^{(p)}(j,i)$ по переменной p, при котором (9.10) минимально – значение p становится первым индексом из формируемого вектора w_j размера $\{1 \times q\}$, остальные индексы (значения p) записываются в порядке возрастания функции (9.10). Для каждого элемента вектора G формируется ранговый вектор w_j, $j \in [1,q]$. Набор ранговых векторов w_j для одной локальной области образует дескриптор D:

$$D = \bigcup_j w_j, \tag{9.11}$$

где D – матрица $\{q \times d\}$ целых чисел из набора степеней аппроксимирующих полиномов $p \in [1,q]$.

Каждая колонка матрицы D содержит комбинацию значений степеней $p \in [1,q]$, которая определяет траекторию минимизации целевой функции (9.10) по переменной p в каждой точке g_j вектора G. Дескриптор локальной области текстурированного изображения определяется как:

$$L_D = \bigcup_i D_{j,i}, \quad i = 1..q,\ j = 1..d, \tag{9.12}$$

где L_D имеет размер $\{1 \times d\}$, каждый элемент $L_D \in P_q$, P_q – набор всех перестановок порядка q или число размещений C_q^q.

Полный дескриптор текстурированного изображения определяется как гистограмма совокупности локальных дескрипторов L_D на шкале P_q (рис. 9.4):

$$D^G(j) = \sum_i \left\{ 1 \,|\, L_D^i = P_q(j) \right\}, \tag{9.13}$$

где i – число локальных областей текстурированного изображения.

Набор перестановок порядка q формирует шкалу полного дескриптора D^G изображения текстуры и определяет его длину, которая равна $q!$. На рис. 9.4 представлены основные стадии формирования дескриптора изображения текстуры на примере одной из локальных областей квадратной формы и размера $\{3 \times 3\}$. Матрица индексов D (9.11) конструируется на

основе аппроксимации значений вектора G набором полиномиальных функций степеней $p \in [1, q]$ через ядра *k-LPA*^{p} .

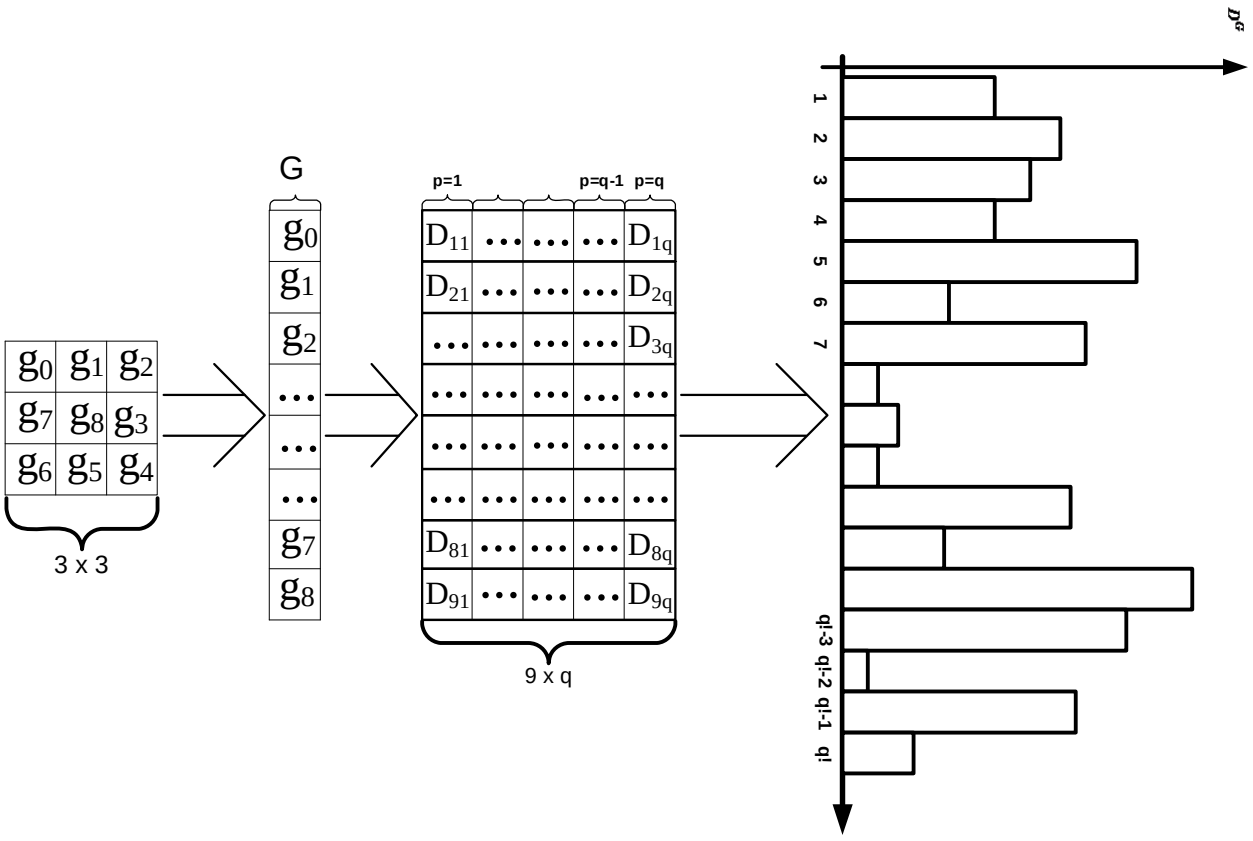


Рис. 9.4. *Пример расчета дескриптора изображения текстуры* D^{G}
в случае разбиения изображения на квадратные блоки $\{3\times 3\}$

Таким образом, на основе индексирования наборов аппроксимирующих функций векторов локальных областей строится локально полиномиальный дескриптор с использованием ядер *k-LPA*^{p} (*LPD2D*). Предложенный метод позволяет решать широкий класс прикладных задач в области текстурного анализа: классификация текстур на изображениях и видеопоследовательностях, поиск и группирование одинаковых блоков на изображении и т.д.

9.3. Экспериментальные исследования

Для экспериментального исследования локально полиномиального дескриптора используются различные тестовые наборы текстурных изображений: *Brodatz album* (*BrAT*) [11], *KTH-TIPS* и *KTH-TIPS*2 [12], *Columbia-Utrecht* (*CUReT*) [13]. Все цветные текстурные изображения преобразуются в градации серого. Набор *Brodatz album* (*BrAT*) содержит 112 классов текстурных изображений в 256 градациях серого и разрешением 640x640, каждый класс

содержит одно изображение (рис. 9.5). Данный набор текстурных изображений широко используется для сравнения различных методов классификации текстур. Существуют различные модификации данного набора, заключающиеся в изменении освещённости, нормализации (*Normalized BrAT* (*NBrAT*)) изображений, изменении размера изображений, вращении изображений на различные углы [6, 7, 14]. Для проведения исследований локально полиномиального дескриптора используются наборы текстурных изображений *Brodatz album* (*BrAT*) и *Normalized Brodatz album* (*NBrAT*) со следующими изменениями: каждое изображение из набора *BrAT* разрезается на 9 изображений размером 200x200, из которых формируется набор *BrAT200*, содержащий 1008 изображений из 112 классов; каждое изображение из набора *BrAT* разрезается на 36 изображений размером 100x100, из которых формируется набор *BrAT*100, содержащий 4032 изображения из 112 классов; каждое изображение из набора *BrAT* разрезается на 9 изображений размером 200x200, размерность полученных изображений уменьшается в 2 раза. Из уменьшенных изображений формируется набор *BrAT*100*R*, содержащий 1008 изображений из 112 классов размером 100x100.

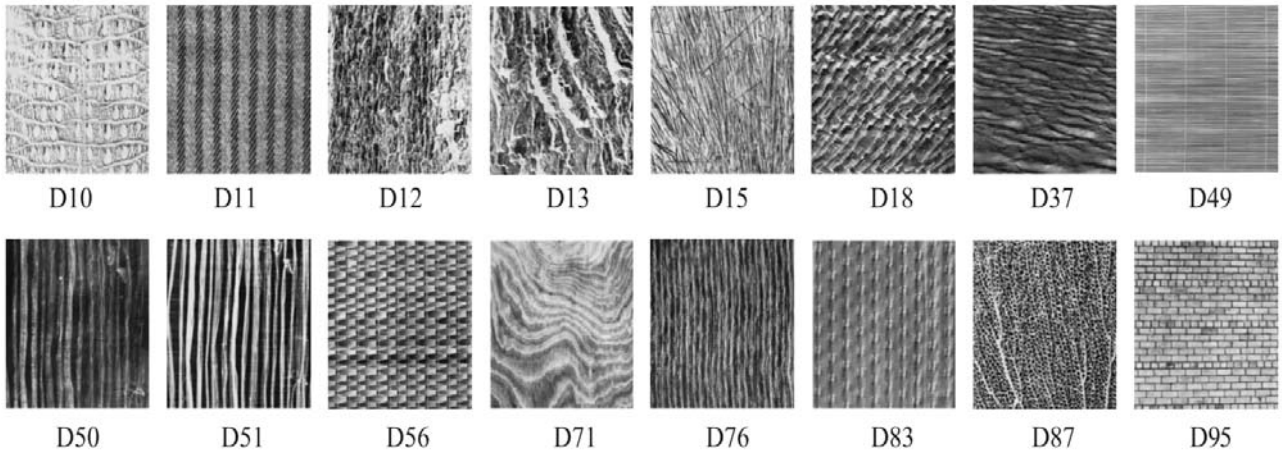


Рис. 9.5. *Анизотропные текстурные изображения из набора Brodatz Album*

База текстурных изображений *Outex* содержит более 51 тысячи изображений, разделенных на 16 наборов для исследования и сравнения различных методов классификации текстурных изображений. Для проведения исследований локального полиномиального дескриптора используется набор *Outex_TC*_00010, который состоит из 24 классов по 180 изображений. Каждый класс содержит 20 текстурных изображений размером 128x128, повернутых на различные углы от 0 до 90 градусов. Набор текстурных изображений *KTH-TIPS* состоит из 810 изображений, разделенных на 10 классов по 81 изображению размером 200x200.

Для проведения исследований локально полиномиального дескриптора используется набор текстурных изображений *KTH-TIPS* со следующими изменениями: каждое изображение из набора разрезается на 4 изображения размером 100x100, из которых формируется набор *KTH-TIPS*100, содержащий 3240 изображений из 10 классов; размер каждого изображения из набора уменьшается в 2 раза. Из полученных изображений размером 100x100 формируется набор *KTH-TIPS*100*R*.

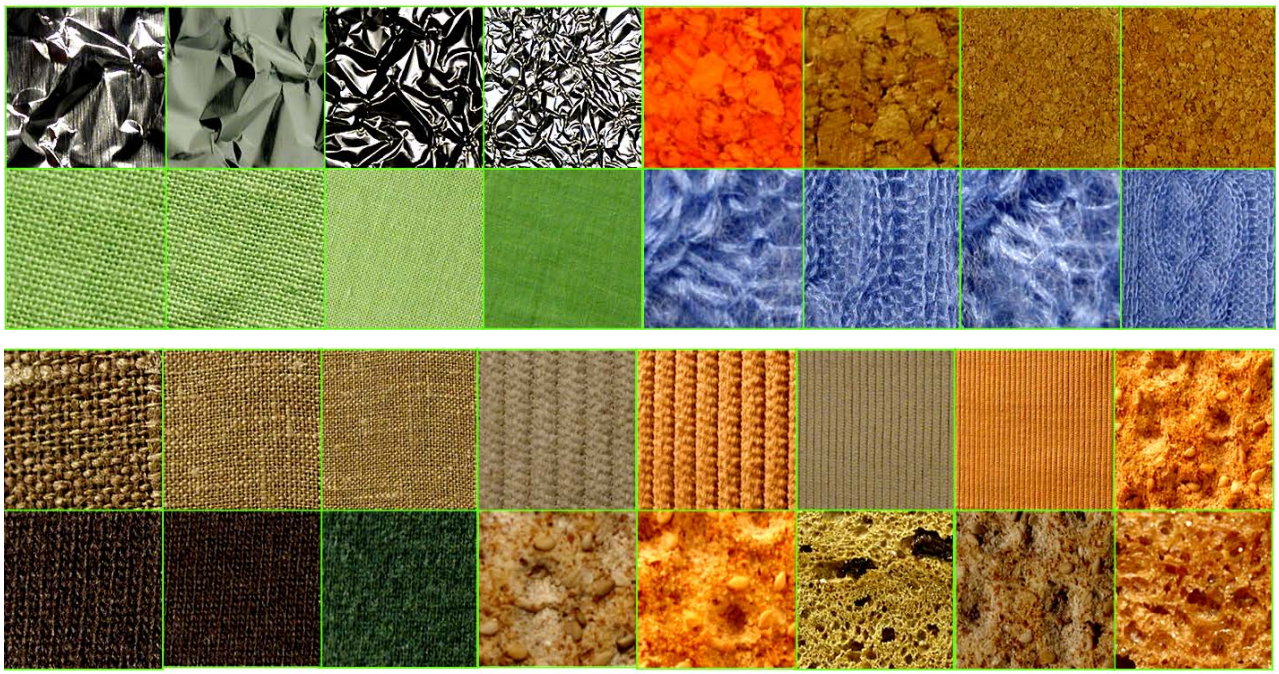


Рис. 9.6. *Текстурные изображения из набора KTH-TIPS2b*

Набор текстурных изображений *KTH-TIPS2b* (рис. 9.6) включает в себя набор *KTH-TIPS* и содержит 4752 текстурных изображения, разделенных на 11 классов по 432 изображения. Наборы *KTH-TIPS* и *KTH-TIPS2b* содержат текстурные изображения некоторых материалов («пробка», «шерсть», «листья салата», «алюминиевая фольга», «вельвет», «лён», «хлопок», «чёрный хлеб», «белый хлеб», «дерево», «крекер») с различной освещенностью, положением и масштабом. Набор текстурных изображений *CUReT* содержит 5612 изображений, разделенных на 61 класс по 92 изображения размером 200x200. Для проведения исследований локально полиномиального дескриптора используется набор текстурных изображений *CUReT* (рис. 9.7) и *CUReT*100*R*, полученный из набора *CUReT* путём уменьшения размерности каждого изображения в 2 раза до размера 100x100.

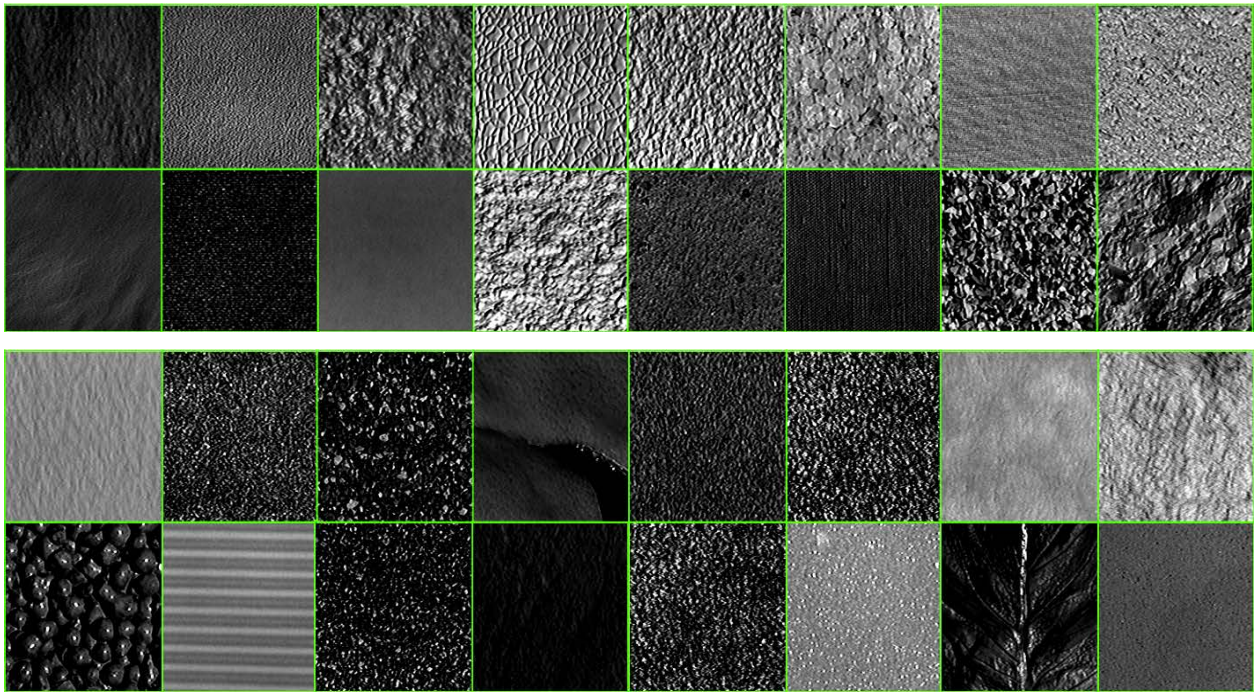


Рис. 9.7. *Текстурные изображения из набора CUReT*

Результаты решения задачи классификации текстурных изображений представлены на рис. 9.8. Для построения локально полиномиального дескриптора в виде гистограммы D^G, изображение разрезается на локальные области 3x3 и трансформируется в вектор G (рис. 9.3). Для построения индексного поля определяется максимальная степень q локальной полиномиальной аппроксимации. На рисунке 9.5 представлена зависимость эффективности классификации текстурных изображений от максимальной степени q локальной полиномиальной аппроксимации для различных типов обхода локальной области.

В качестве критерия оценки эффективности классификации используется максимальный коэффициент корреляции $r_{D_i^G, D_j^G}$ в области дескриптора.

Эффективность классификации определяется как:

$$\max_j \left(\left\{ r_{D_i^G, D_j^G} \right\}_{i,j=1}^{M} \right), \; i \neq j, \tag{9.14}$$

где D_i^G, D_j^G – дескрипторы изображения i и j соответственно; M – набор текстурных изображений. Классификация текстурных изображений заключается в последовательном сравнении дескриптора изображения с каждым дескриптором текстурных изображений всего набора (9.14). На рис. 9.9 представлено сравнение локально полиномиального дескриптора *LPD2D* с другими методами при решении задачи классификации текстурных изображений из наборов *Brodatz*, *KTH-TIPS* и *KTHTIPS2b*: *BIF* [15], *LBP* [10], *LTP* [16], *CLBP* [17], *WLD* [18], *VZ-MR*8

[19], *VZ-Joint* [20], *Haiman* [21], *Zang*[22] и *Liu* [23], обученных на одном текстурном изображении из каждого класса. Экспериментальное исследование с набором *Brodatz* проводилось по инструкции, предложенной *Zhang* и др. [24]. Экспериментальные исследования с наборами *KTH-TIPS* и *KTH-TIPS*2 проводились по инструкции, предложенной *Zhang* и др. [24], но использовалось только одно изображение из класса в качестве обучающей выборки.

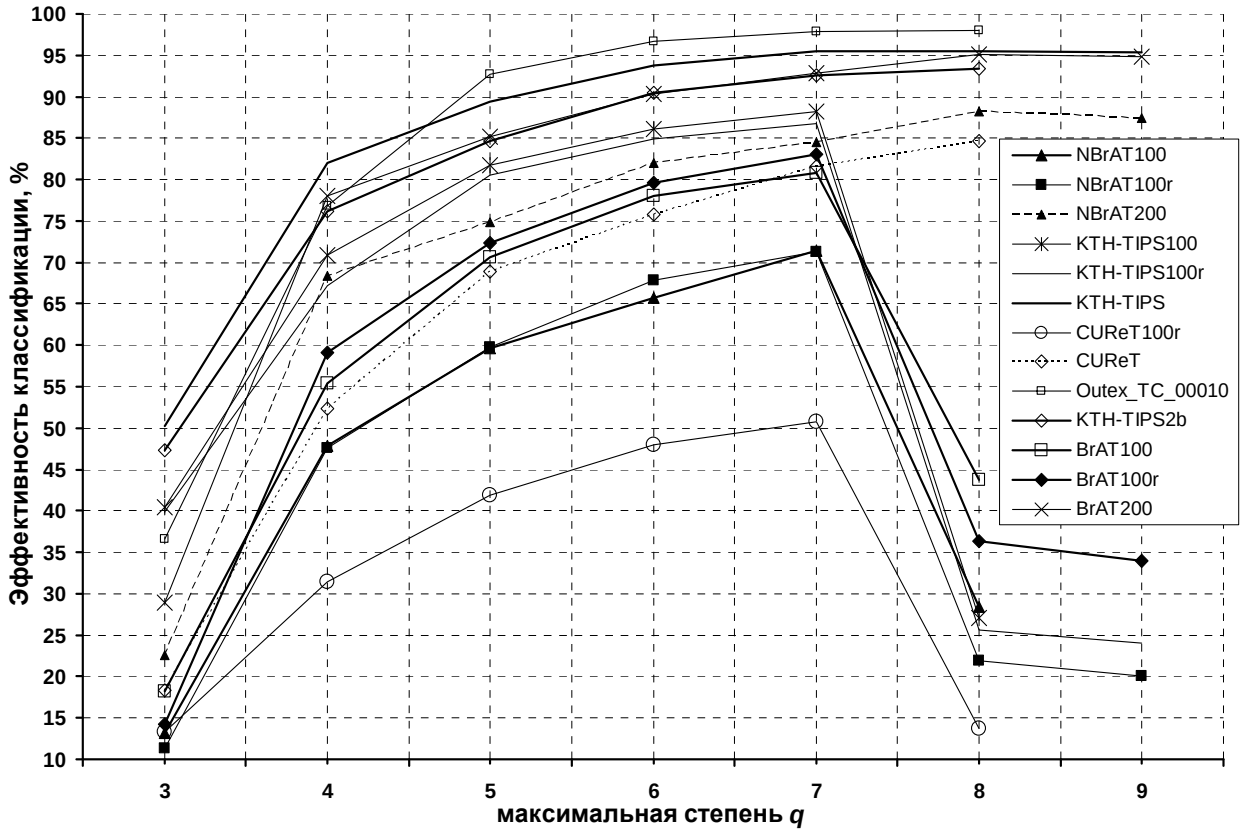
Максимальная эффективность классификации текстурных изображений с помощью дескриптора *LPD2D* представлена на рис. 9.8*г*.

Проценты эффективности классификации текстурных изображений из разных наборов показывают инвариантность предложенного локально полиномиального дескриптора к освещению (84,6% – *CUReT*, 96,66% – *KTH-TIPS*, 93,98% – *KTH-TIPS*2*b*), к масштабированию (83,03% – *BraT*100*r* и 95,43% – *BraT*200; 96,66% – *KTH-TIPS* и 86,79% – *KTH-TIPS*100*r*).

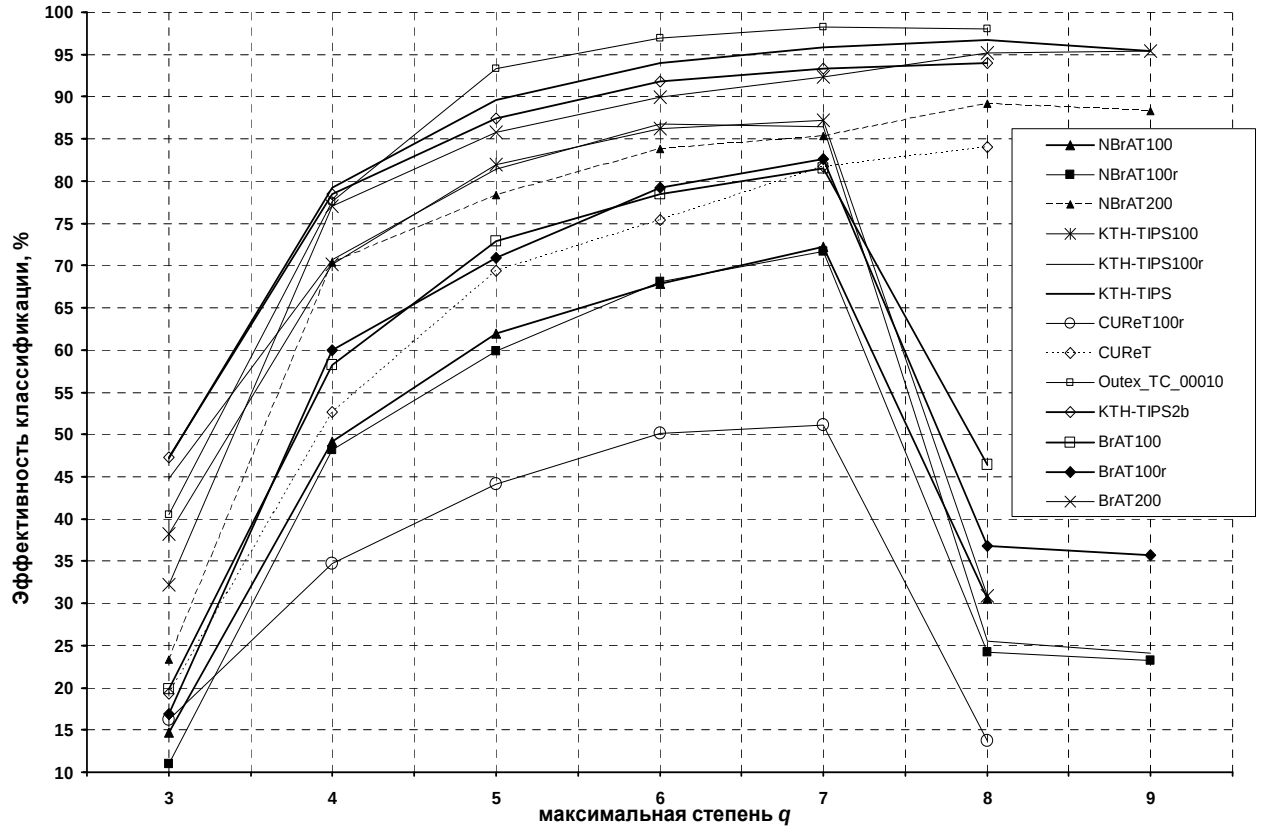
Стоит отметить, что полученные результаты решения задачи классификации текстурных изображений с помощью *LPD2D* являются предельным случаем, при котором достигается верхний предел возможностей представленного дескриптора.

На рис. 9.9*а* показана эффективность классификации текстурных изображений из набора *Brodatz* различными методами. Эффективность классификации с помощью локально полиномиального дескриптора выше, чем у большинства методов, использующих обучение на одном текстурном изображении из каждого класса, и сравнима с эффективностью классификации *MLEP* [24] и *BIF* [15].

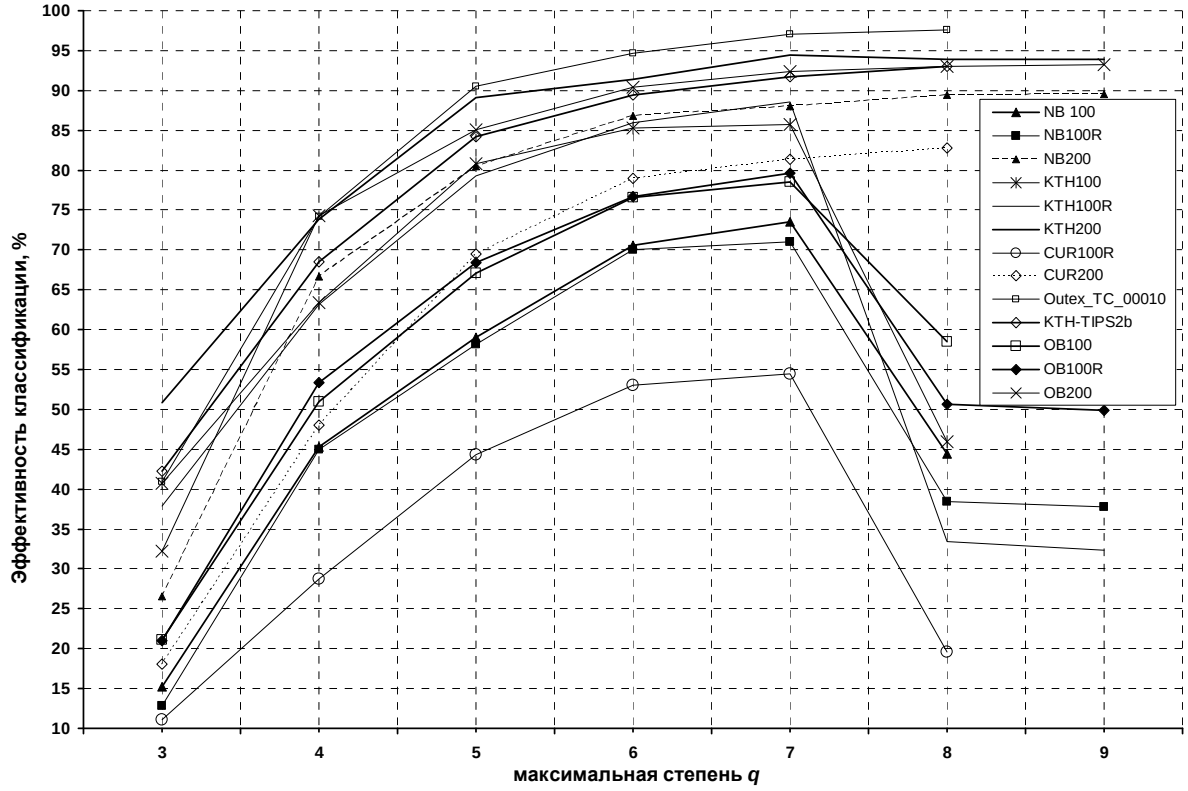
Эффективность классификации текстурных изображений из набора *KTH-TIPS* достигает 96,66% (рис. 9.8*г*), что превосходит эффективность классификации остальных методов, использующих обучение на одном текстурном изображении из каждого класса. Представленная на рис. 9.9*б* эффективность классификации локально полиномиальным дескриптором получена при максимальной степени $q = 6$ (длина дескриптора 720 точек) и меньше, чем эффективность классификации методами [21] и [15].


Эффективность классификации, %
максимальная степень q
NBrAT100
NBrAT100r
NBrAT200
KTH-TIPS100
KTH-TIPS100r
KTH-TIPS
CUReT100r
CUReT
Outex_TC_00010
KTH-TIPS2b
BrAT100
BrAT100r
BrAT200

а)


Эффективность классификации, %
максимальная степень q
NBrAT100
NBrAT100r
NBrAT200
KTH-TIPS100
KTH-TIPS100r
KTH-TIPS
CUReT100r
CUReT
Outex_TC_00010
KTH-TIPS2b
BrAT100
BrAT100r
BrAT200

б)

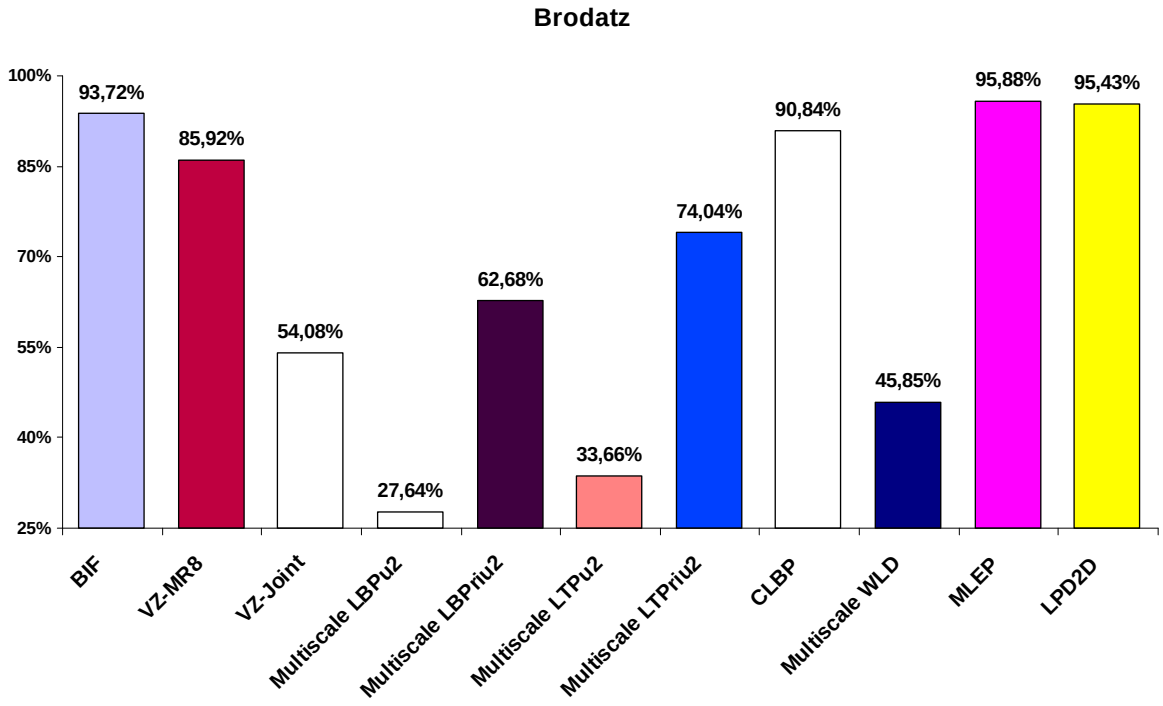


в)

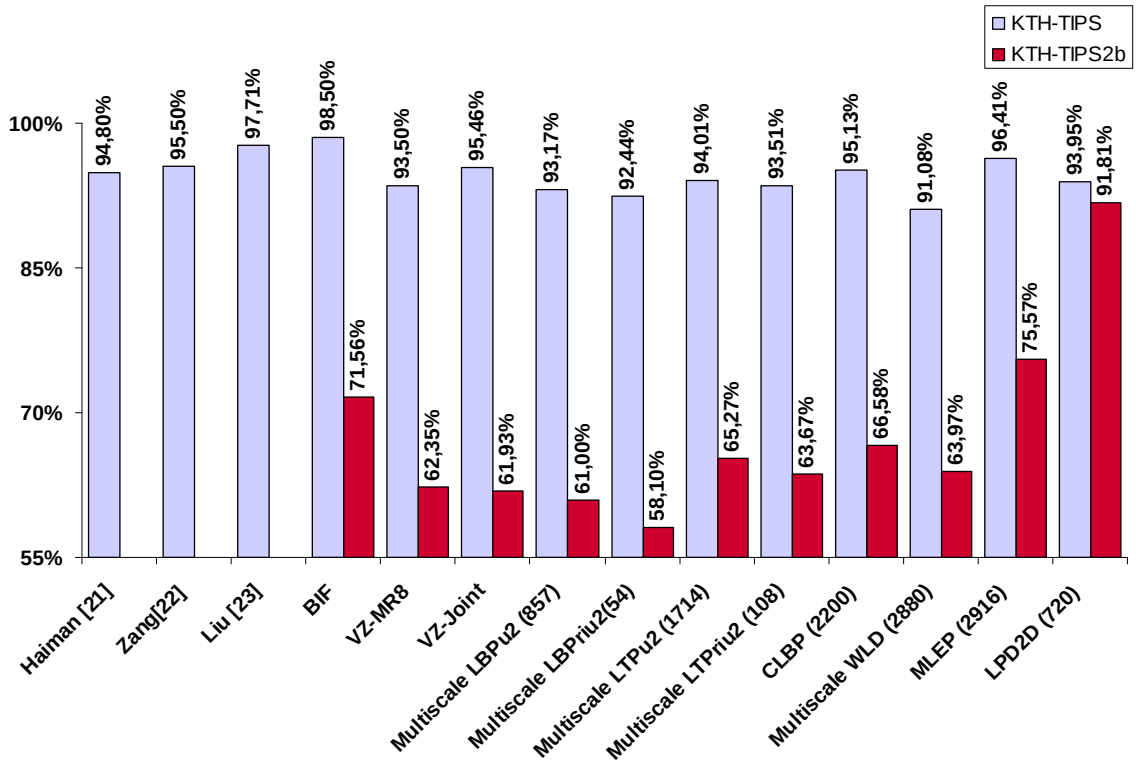
Image base	Type local area transform		
	#1	**#2**	**#3**
BrAT100	80.80%, (7)	**81.57**%, (8)	78.57%, (7)
BrAT100r	**83.03**%, (7)	82.64%, (7)	79.66%, (7)
BrAT200	95.14%, (8)	**95.43**%, (9)	93.25%, (9)
KTH-TIPS	95.55%, (7)	**96.66**%, (8)	94.44%, (7)
KTH-TIPS100	**88.18**%, (7)	87.16%, (7)	85.71%, (8)
KTH-TIPS100r	**86.79**%, (7)	86.79%, (6)	88.52%, (7)
KTH-TIPS 2b	93.41%, (8)	**93.98**%, (8)	92.99%, (8)
CUReT	**84.60**%, (8)	84.02%, (8)	82.79%, (8)
CUReT100r	50.78%, (7)	51.07%, (7)	**54.49**%, (7)
Outex_TC_00010	98.01%, (8)	**98.24**%, (7)	97.64%, (8)

г)

Рис. 9.8. *Эффективность классификации текстурных изображений с помощью локально полиномиального дескриптора для различных типов обхода локальной области: а) тип 1# , б) тип 2#, в) тип 3#, г) сравнительная таблица*



а)



б)

Рис. 9.9. *Сравнение эффективности классификации текстурных изображений: а) Brodatz; б) KTH-TIPS, KTH-TIPS2b*

Стоит отметить, что метод [21] использует классификатор опорных векторов (*SVM*). Эффективность классификации текстурных изображений из набора *KTH-TIPS2b* составляет 91,81%, что значительно превосходит результаты остальных методов классификации. Поскольку набор *KTH-TIPS2b* содержит текстурные изображения, вызывающие трудности при классификации у большинства методов, предложенный локально полиномиальный дескриптор является устойчивым и позволяет достаточно точно классифицировать текстурные изображения при изменении освещенности, контрастности и масштаба.

9.4. Выводы

Экспериментальные исследования эффективности классификации текстурных изображений показывают, что предложенный локально полиномиальный дескриптор позволяет классифицировать широкий класс текстурных изображений, взятых из различных наборов изображений. Высокая эффективность классификации текстурных изображений указывает на такие свойства дескриптора, как инвариантность к освещению, контрастности, масштабу. Длина предложенного дескриптора для каждого изображения определяется максимальной степенью полиномиальной аппроксимации q.

Анализ зависимости эффективности классификации от максимальной степени q с учетом длины дескриптора показывает, что оптимальная эффективность классификации достигает при $q = 6$. В этом случае длина вектора D^G равна 720, при дальнейшем увеличении максимальной степени q длина вектора D^G значительно возрастает, а эффективность классификации изменяется слабо (рис. 9.5*а-в*).

Список литературы

1. Tuceryan M., Jain A. K. Texture Analysis. In: Chen, C.H., Pau, L.F., Wang, P.S.P. (eds.) The Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision, 2nd edn. World Scientific. – Singapore, 1998. – P. 207-248.

2. Manjunath B. S., Ma W. Y. Texture features for browsing and retrieval of image data. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 18. – 1996. – P. 837-842.

3. Haley G. M., Manjunath B. S. Rotation-Invariant Texture Classification Using a Complete Space-Frequency Model Image Processing, IEEE Transactions on Volume 8, Issue 2. – 1999. – P. 255-269.

4. Randen T., Husoy J. H. Filtering for texture classification: A comparative study. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. – 1999. – № 21 (4). – P. 291-310.

5. Chellappa R., Kashyap R. L. Model-based Texture Segmentation and Classification. In: Chen, C.H., Pau, L.F., Wang, P.S.P. (eds.) The Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision, 2nd edn. World Scientific. – Singapore, 1998. – P. 249-282.

6. Pietikinen M. Computer Vision Using Local Binary Patterns / M. Pietikinen, A. Hadid, G. Zhao. – Springer, 2011.

7. Saisan P. Dynamic texture recognition / P. Saisan, G. Doretto, Y. N. Wu, S. Soatto // Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2001. – Vol. 2. – P. 58-63.

8. Zhao G & Pietikäinen M. Dynamic texture recognition using local binary patterns with an application to facial expressions. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2007. – 29 (6). – P. 915-928.

9. Guo Y, Zhao G & Pietikäinen M. Texture classification using a linear configuration model based descriptor. Proc. the British Machine Vision Conference (BMVC 2011). – Dundee. UK, 2011. – P. 119.1-119.10.

10. Ojala T. Multiresolution gray scale and rotation invariant texture analysis with local binary patterns / T. Ojala, M. Pietikainen, T. Maenpaa // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. – 2002. – Vol. 24. – No. 7 Jul. – P. 971-987.

11. Lazebnik S. A Sparse Texture Recognition Using Local Affine Regions / S. Lazebnik, C. Schmidt, J. Ponce // Technical Report CVR-TR-2004-01, Beckman Inst. – 2004 : Univ. of Illinois.

12. Ojala T. Outex – New framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms / T. Ojala, T. Mäenpää, M. Pietikäinen // Proc. 16th International Conference on Pattern Recognition, Quebec, Canada, 1. – 2002. – P. 701-706.

13. Mallikarjuna P. The KTH-TIPS and KTH-TIPS2 Image Databases [Электронный ресурс] / P. Mallikarjuna, M. Fritz, A. Targhi. – 2006. – Режим доступа: http://www.nada.kth.se/cvap/databases/kth-tips/. – Загл. с экрана.

14. Dana K. J. Reflectance and Texture of Real World Surfaces, ACM Transactions on Graphics (TOG) / K. J. Dana, B. Van-Ginneken, S. K. Nayar. – 1999, Jan. – Vol. 18. – N 1. – P. 1-34.

15. Crosier M., Griffin L. Using basic image features for texture classification // Int. J. Comput. Vision. – 2010. – Vol. 88. – N 3. – P. 447-460.

16. Tan X., Triggs B. Enhanced local texture feature sets for face recognition under difficult lighting conditions // IEEE Trans. Image Process. – 2010, Jun. – Vol. 19. – N 6. – P. 1635-1650.

17. Guo Z. A completed modeling of local binary pattern operator for texture classification / Z. Guo, L. Zhang, D. Zhang // IEEE Trans. Image Process. – 2010, Jun. – Vol. 19. – № 6. – P. 1657-1663.

18. Chen S. WLD: A robust local image descriptor / S. Chen, C. Shan, G. He // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. – 2010, Sep. – Vol. 32. – N 9. – P. 1705-1720.

19. Varma M., Zisserman A. A statistical approach to texture classification from single images // Int. J. Comput. Vision. – 2005. – Vol. 62. – N 1. – P. 61-81.

20. Varma M., Zisserman A. A statistical approach to material classification using image patch exemplars // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. – 2009, Nov. – Vol. 31. – N 11. – P. 2032-2047.

21. Hayman E. On the significance of real-world conditions for material classification / E. Hayman, B. Caputo, M. Fritz // in Computer Vision-ECCV. – New York : Springer-Varlag, 2004. – P. 253-266.

22. Zhang J. Local features and kernels for classification of texture and object categories: A comprehensive study / J. Zhang, M. Marszalek, S. Lazebnik // in Proc. Comput. Vision Pattern Recogn. Workshop Conf. – 2006. – P. 1-13.

23. Liu L. Sorted random projections for robust texture classification / L. Liu, P. Fieguth, G. Kuang // in Proc. IEEE Trans. Comput. Vision Int. Conf. – 2011, Nov. – P. 391-398.

24. Zhang J. Local energy pattern for texture classification using self-adaptive quantization thresholds / J. Zhang, J. Liang, H. Zhao // IEEE Trans. On Image Proc. – 2013. – Vol. 22. – N 1. – P. 31-42.

ГЛАВА 10
МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ РАЗОВЫХ СООБЩЕНИЙ ПО ЗАНЯТЫМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫМ КАНАЛАМ

Воловач В. И., Анфалов К. В.

В главе исследуются методы построения систем передачи разовых сообщений по занятым телекоммуникационным каналам. Для реализации поставленной цели определены энергетические соотношения сигналов разовых и регулярных сообщений при их совместной передаче. Выбраны сигналы для передачи разовых сообщений и методы их обработки. Рассмотрены вопросы, связанные с выбором помехоустойчивого кода.

10.1. Определение энергетических соотношений сигналов разовых сообщений и регулярной информации при их совместной передаче

Для того чтобы наложение сигналов разовых сообщений практически не сказывалось на помехоустойчивости системы передачи аналоговой и дискретной информации, необходимо определить требуемую максимальную мощность сигналов разовых сообщений, учитывая при этом характеристики телефонного канала и свойства самих сигналов.

Сигналы разовых сообщений, как будет показано далее, имеют «гладкий» спектр. Поэтому их воздействие на речевой сигнал подобно воздействию «белого» шума.

В первой главе было показано, что допустимая мощность сигнала разового сообщения, накладываемого на речевой сигнал, должна соответствовать неравенству

$$h^2 \geq 9, \qquad (10.1)$$

то есть должна быть в 9-10 раз меньше мощности речевого сигнала.

Определим максимальную мощность сигналов разовых сообщений для каналов связи, занятых передачей дискретной информации. Максимальную мощность сигналов разовых сообщений следует выбирать исходя из расчета допустимого увеличения вероятности ошибки при приеме данных из-за мешающего действия разовых сообщений. Обычно при приеме данных вероятность ошибки символа находится в пределах 10-4...10-7. По данным МККТТ, средняя вероятность ошибки при передаче данных равна $3 \cdot 10^{-5}$.

При оценке влияния на регулярную информацию сигналов разовых сообщений рассмотрим случай, когда время корреляции сигналов разовых сообщений соизмеримо или

больше времени передачи единицы информации данных. При этом сигналы разовых сообщений воздействуют на сигналы данных так же, как гармоническая помеха.

На рис. 10.1 показаны верхние границы вероятности ошибки Ро.р.с в приеме данных, вызванной присутствием в канале сигналов разовых сообщений, в зависимости от отношения «сигнал-помеха» на выходе приемника данных для различных способов модуляции: фазовой (ФМ), частотной (ЧМ), относительной фазовой (ОФМ) и амплитудной (АМ) [1]. Под помехой понимаются сигналы разовых сообщений.

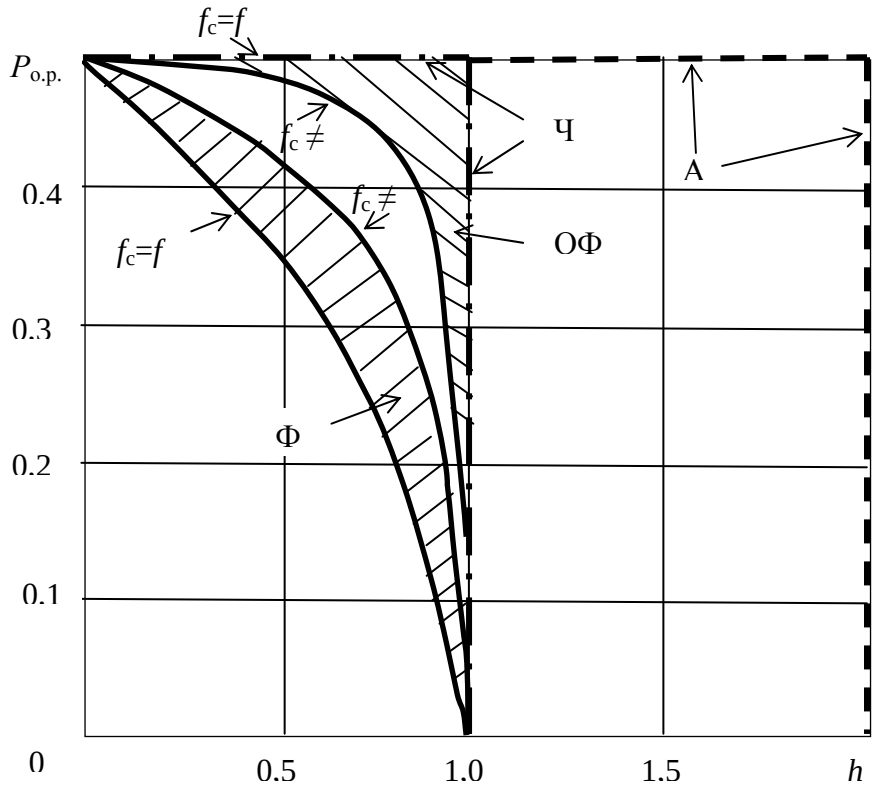


Рис. 10.1. *Верхние границы вероятности ошибки в приеме данных*

Зависимости приведены для случаев, когда $f_с = f_п$ и $f_с \neq f_п$, где $f_с$ – частота несущей сигналов данных; $f_п$ – частота несущей разовых сообщений. При АМ и ЧМ используется некогерентный метод приема, при ОФМ – метод сравнения фаз.

Как видно из рис. 10.1, помеха не вызывает ошибок, пока $h > 2$ при АМ и $h > 1$ при остальных видах модуляции. Таким образом, наихудшей устойчивостью к помехе обладает некогерентная АМ. Наиболее устойчивой оказывается когерентная ФМ.

Следовательно, в случае низкого уровня флуктуационного шума в канале достаточно выбрать мощность передатчика разовых сообщений такой, чтобы выполнялось условие

$$h^2 \geq 4 \qquad (10.2)$$

при любом способе модуляции, используемой при передаче сигналов данных.

При этом предполагается, что

$$P_{0\,\text{имп}} >> P_{\text{оф}}, \tag{10.3}$$

где $P_{0\,\text{имп}}$ – вероятность ошибки при приеме данных, вызванная импульсной помехой, прерываниями и др.; $P_{\text{оф}}$ – вероятность ошибки, вызванная флуктуационной помехой.

Для линий с низким уровнем флуктуационного шума неравенство (10.3) всегда выполняется.

Например, для отношения «сигнал флуктуационный шум» в интервале 17…13 дБ $P_{\text{оф}} < 10^{-18}$ при любом виде модуляции общая же вероятность ошибки Р0 не менее 10-7…10-8, то есть:

$$P_{0\,\text{имп}} >> P_{\text{оф}} \text{ или } P_0 = P_{0\,\text{имп}} + P_{\text{оф}}.$$

Вероятность искажения сигналов данных от импульсной помехи остается почти неизменной как в присутствии, так и в отсутствии сигналов разовых сообщений, если только их мощность меньше мощности сигналов данных. Такое предположение можно сделать на основе экспериментальных данных, приведенных [3], которые показывают, что вероятность ошибки мало зависит от уровня сигнала в канале.

Таким образом, с учетом результатов первой главы можно сделать следующий вывод: для того чтобы сигналы разовых сообщений не оказывали существенного влияния на достоверность передачи аналоговой и дискретной информации в случае использования каналов с малым уровнем флуктуационных шумов, необходимо обеспечить условие

$$h2 > 9. \tag{10.4}$$

Здесь под $h2$ понимается отношение по мощности сигнала полезной информации к сигналу разового сообщения.

Найдем величину $h2$ для каналов с высоким уровнем флуктуационного шума (отношение «сигнал – флуктуационная помеха» не более 15 дБ).

Увеличение вероятности ошибки при приеме данных может быть вызвано уменьшением мощности сигнала данных на входе приемника при противофазном наложении сигналов разовых сообщений. Определим максимально допустимую мощность сигналов разовых сообщений для самого неблагоприятного случая: сигналы данных и сигналы разовых сообщений противофазны; отношение «сигнал данных – флуктуационная помеха» примерно 14...15 дБ; при передаче данных используется амплитудная модуляция (АМ).

При когерентном приеме АМ-сигналов вероятность ошибки $P_{\text{оф}}$, вызванная флуктуационной помехой, запишется в виде:

$$P_{\text{оф}} = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\sqrt{\frac{U_c^2 \cdot T}{2N_0}}\right], \qquad (10.5)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$; U_c – эффективное напряжение сигнала данных; T – длительность элементарного сигнала данных; N_0 – спектральная плотность мощности шума.

Очевидно, что в присутствии сигналов разовых сообщений

$$P_{\text{оф}} = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\sqrt{\frac{(U_c - U_k)^2 T}{2N_0}}\right] = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\sqrt{(1-k)^2 \frac{U_c^2 T}{2N_0}}\right], \qquad (10.6)$$

где $k = \frac{U_k}{U_c}$, U_k – эффективное напряжение сигнала разовых сообщений.

Согласно формуле (10.6), на рис. 10.2 показана зависимость вероятности ошибки Роф от отношения «сигнал – флуктуационная помеха» в присутствии противофазного сигнала разовых сообщений.

Из графиков видно, что при $h^2 = 20...30$ дБ допустимая мощность сигналов разовых сообщений должна быть в 4...5 раз меньше мощности сигнала данных; при малых h2($h^2 = 14...15$ дБ) допустимая мощность сигнала разовых сообщений уменьшается.

Для сохранения неравенства (10.3) и, следовательно, для сохранения практически неизменной вероятности ошибки при приеме данных, при наложении сигналов разовых сообщений k^2 должно быть порядка 0,033...0,04.

Итак, при работе по «плохим» каналам связи, то есть по каналам с высоким уровнем флуктуационного шума, максимально допустимая мощность сигналов разовых сообщений должна быть в 25...30 раз меньше мощности сигналов данных.

Таким образом, для «хороших» каналов связи (отношение «сигнал данных – флуктуационная помеха» составляет приблизительно 20…30 дБ)

$$h^2 \geq +10\,\text{дБ}, \qquad (10.7)$$

для «плохих» каналов связи (отношение «сигнал данных – флуктуационная помеха» примерно 15...16 дБ)

$$h^2 \geq +14 \div +15\,\text{дБ}. \qquad (10.8)$$

Эти результаты получены для любого вида модуляции, используемой для передачи аналоговой и дискретной информации.

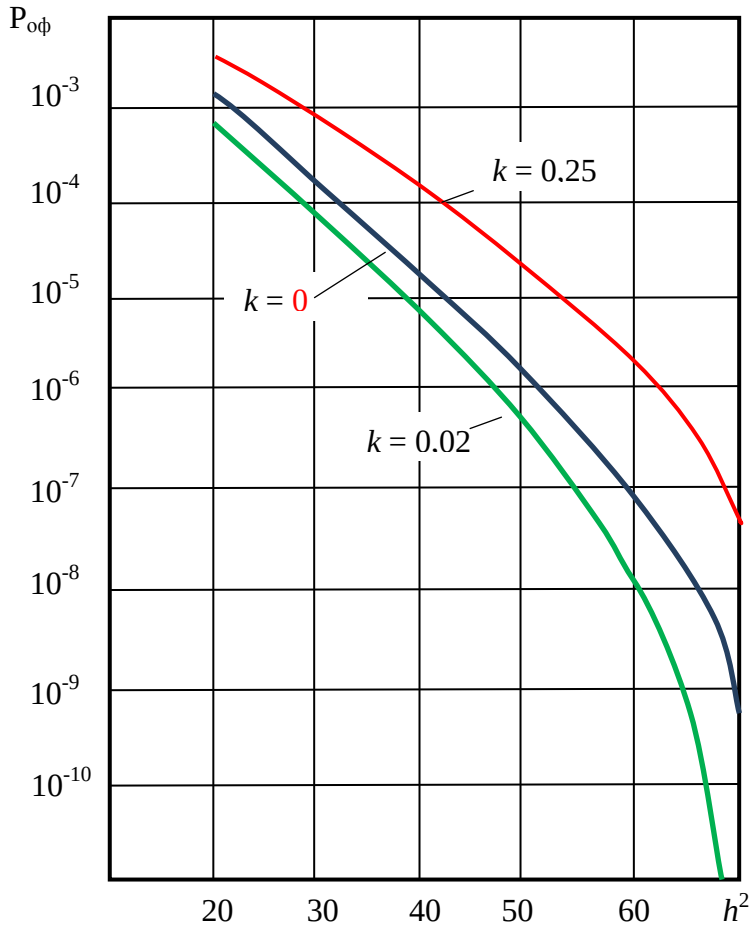


Рис. 10.2. *Зависимость вероятности ошибки от отношения «сигнал – флуктуационная помеха» при наличии противофазного сигнала разовых сообщений*

Уверенный прием сигналов разовых сообщений и сигналов регулярной информации возможен только при условии, что:

$$h^2_{\text{р.с}} >> 1,$$
$$h^2_{\text{р.и}} >> 1, \qquad (10.9)$$

где $h^2_{\text{р.с}}$ – отношение по мощности сигнала разовых сообщений к сигналу регулярной информации на входе решающего устройства приемника разовых сообщений; $h^2_{\text{р.и}}$ – отношение по мощности сигнала регулярной информации к сигналу разовых сообщений на входе решающего устройства приемника регулярной информации.

Для выяснения возможной селекции представим сигналы регулярной информации в виде стационарного случайного процесса, имеющего на входе интегратора приемника разовых сообщений мощность Рр.и и нормированную функцию корреляции $\rho(\tau')$.

Тогда мощность сигналов регулярной информации, являющихся помехой сигналам разовых сообщений, на входе решающего устройства приемника сигналов разовых сообщений ($P_{\text{вых}}$) будет [4]:

$$P_{\text{вых}} = \frac{2P_{\text{р.и}}}{T}\int_0^T \left(1-\frac{\tau'}{T}\right)\rho(\tau')d\tau', \qquad (10.10)$$

где T – время интегрирования.

Обозначим $\tau_{\text{р.и}}$ время корреляции сигналов регулярной информации.

Для случая $T >> \tau_{\text{р.и}}$

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{р.и}}\frac{\tau_{\text{р.и}}}{T}. \qquad (10.11)$$

На выходе интегратора приемника сигналов разовых сообщений

$$h^2_{\text{р.с}} = \frac{P_{\text{р.с}}}{P_{\text{вых}}} = \frac{P_{\text{р.с}}}{P_{\text{р.и}}}\cdot\frac{T}{\tau_{\text{р.и}}} = \frac{1}{h^2_{\text{р.и}}}\cdot\frac{T}{\tau_{\text{р.и}}} \qquad (10.12)$$

(при полном перекрытии спектров сигналов регулярной информации и сигналов разовых сообщений) или

$$h^2_{\text{р.и}} = \frac{1}{h^2_{\text{р.с}}}\cdot\frac{T}{\tau_{\text{р.и}}}. \qquad (10.13)$$

Соотношения (10.12), (10.13) показывают возможность селекции сигналов регулярной информации и сигналов разовых сообщений при заданной скорости передачи последних.

Уменьшение времени корреляции помехи τп на входе интегратора приемника разовых сообщений приводит к улучшению селекции сигналов регулярной информации и сигналов разовых сообщений.

Уменьшение $\tau_{\text{п}}$ возможно, если для передачи разовых сообщений применяются широкополосные сигналы. Тогда

$$\tau_{\text{п}} = \frac{\tau_{\text{р.с}}\cdot\tau_{\text{р.и}}}{\tau_{\text{р.с}}+\tau_{\text{р.и}}}. \qquad (10.14)$$

Следовательно, время корреляции помехи на выходе перемножающего устройства определяется временем корреляции слабо коррелированного процесса. Например, в случае применения в качестве широкополосного сигнала М-последовательности с $f_{\text{ТИ}} \approx$ 900 Гц ($\tau_{\text{р.с}} \approx \frac{1}{f_{\text{ТИ}}} \approx 1{,}1$ мс) время корреляции помехи на выходе интегратора: для слабо коррелиро-

ванных сигналов данных ($\tau_{р.и} \approx 2$ мс) $\tau_{п} \approx 0{,}7$ мс; для сильно коррелированных сигналов данных ($\tau_{р.и} > 20$ мс) $\tau_{п} \approx 1{,}1$мс; для речевого сигнала ($\tau_{р.и} \approx \tau_0 \approx 8$ мс) $\tau_{п} \approx 0{,}97$мс.

Таким образом, применение широкополосного сигнала для передачи разовых сообщений позволяет улучшить селекцию команд от сигналов регулярной информации, особенно при сильно коррелированных сигналах последней.

10.2. Выбор сигналов и методов их обработки при передаче разовых сообщений

Известными являются способы поэлементной регистрации и приема «в целом» кодовых сигналов. На вопрос о том, какой из этих способов приема лучше, однозначного ответа не существует. Строго говоря, ни один из этих методов не может быть оптимальным вообще. Каждый из них имеет свои преимущества при различных помехах. В частности, поэлементный прием позволяет локализовать действие помехи какой угодно интенсивности в границах отдельного элемента. Прием же «в целом» лучше при равномерном распределении интенсивности помех в границах длительности сигнала [4].

В первой главе было показано, что в телефонном канале связи встречаются независимые и сильно коррелированные ошибки, то есть в границах длительности разового сообщения помехи распределены неравномерно. Кроме того, увеличение числа разовых сообщений, например до 100, при поэлементном приеме незначительно усложняет кодирующее и декодирующее устройства, а от приема «в целом» приходится отказаться из-за трудности технической реализации.

Учитывая вышесказанное, далее будем рассматривать поэлементную регистрацию разовых сообщений.

Наиболее эффективным методом повышения помехоустойчивости систем связи является расширение спектра сигнала [5]. Широкополосность системы определяется не абсолютной шириной используемой полосы частот, а соотношением спектра сообщения (он зависит от скорости поступления информации, которую необходимо передать) и спектра сигнала, обусловленного избранным видом модуляции.

Пусть ΔF – ширина спектра сообщения, W – ширина спектра сигнала, $B_c = WT$ – база сигнала, T – длительность сигнала.

Для узкополосных систем $\Delta F \approx W$ и

$$\Delta FT = WT = 1. \qquad (10.15)$$

Для случая использования широкополосных систем характерно выполнение следующих соотношений:

$$W >> \Delta F;\ WT \approx 100...1000. \qquad (10.16)$$

Отношение $W/\Delta F$ показывает, во сколько раз расширяем спектр сообщения. Помеха от широкополосных сигналов для обычных каналов связи ослаблена по мощности пропорционально соотношению занимаемых ими полос. Этим определяется возможность применения широкополосных систем совместно с обычными системами.

Рассмотрим равенство

$$h^2 = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_{\text{п}}^2} WT, \tag{10.17}$$

где $\sigma_{\text{п}}^2$ – удельная мощность помехи; σ_c^2 – удельная мощность шумоподобного сигнала.

Из формулы (10.17) следует, что одно и то же значение *h*2, определяющее вероятность ошибки, можно получить при различных отношениях $\sigma_c^2/\sigma_{\text{п}}^2$, меняя базу сигнала Вс. При больших Вс отношение $\sigma_c^2/\sigma_{\text{п}}^2$ может стать намного меньше 1, т.е. сигнал опустится ниже уровня шума. Это значительно затрудняет как обнаружение передачи, так и прием такого сигнала, если его форма точно не известна. Эти особенности представляют интерес для ряда систем связи. Поэтому, исходя из вышесказанного, будем передавать каждый элемент кодового слова с помощью широкополосного шумоподобного сигнала.

Для создания такого сигнала необходимо разбить самую короткую информационную посылку кодового слова (элемент кодового слова) длительностью $T_{\text{эл}}$ на бинарные элементы длительностью τ_0, имеющие ту же амплитуду, что и информационная посылка. Число элементарных импульсов в информационной посылке определяется как

$$L = \frac{T_{\text{эл}}}{\tau_0} = T_{\text{эл}} W. \tag{10.18}$$

Однако не всякое разбиение информационной посылки дает сигнал, который можно использовать в широкополосной системе. Возможность разделения во времени посылок связана с наличием у корреляционной функции передаваемых сигналов единственного лепестка со значительной амплитудой и шириной

$$\tau_{\text{эфф}} \approx \frac{1}{W} \approx \tau_0. \tag{10.19}$$

Так как корреляционной функцией такого вида обладают отрезки шума с полосой *W*, то и все детерминированные сигналы, корреляционные функции которых имеют аналогичные свойства, называют псевдошумовыми, или шумоподобными. Рассмотрим построение и свойства таких шумоподобных сигналов.

Свойства шумоподобных сигналов. В последнее время получили распространение шумоподобные сигналы, под которыми имеются в виду строго детерминированные двоичные последовательности с числом символов *L*, обладающие следующими двумя свойствами.

1. Периодическая корреляционная функция имеет при $\tau = 0$ резко выраженный центральный лепесток, равный по высоте L, и относительно малые боковые лепестки, равные 1.

2. Число символов разного вида в этих последовательностях приблизительно одинаково.

Впервые последовательности с указанными свойствами были найдены Баркером [5]. Однако такие идеальные последовательности, как баркеровские, обеспечивающие подавление боковых лепестков в L раз, не обязательны для применения. Достаточно, если значения боковых лепестков будут малы по сравнению с главным лепестком корреляционной функции. Такими свойствами обладают последовательности максимальной длины, называемые M-последовательностями, или рекуррентными последовательностями [5].

Известно, что любой символ M-последовательности может быть выражен линейным рекуррентным соотношением следующего вида:

$$y_j = c_1 y_{j-1} \oplus c_2 y_{j-2} \oplus \ldots \oplus c_n y_{j-n}, \tag{10.20}$$

где c_1, c_2, ..., c_n равны нулю или единице; $\oplus$ – знак сложения по модулю 2.

Последовательности может быть поставлена в соответствие образующая функция, представляющая собой многочлен от алгебраического оператора задержки D:

$$G(D) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n D^n. \tag{10.21}$$

Эта функция может быть переписана в виде

$$G(D) = \frac{H(D)}{1 \oplus \sum_{j}^{n} C_j D_j}, \tag{10.22}$$

где $H(D)$ – многочлен начальных условий, степень r которого удовлетворяет неравенству $r < n$. Многочлен

$$F(D) = 1 \oplus \sum_{j=1}^{n} C_j D^j \tag{10.23}$$

называют характеристическим многочленом М-последовательности. Этот многочлен обладает таким свойством: если задана логическая функция $F(D)$, то M-последовательность, определяемая этой функцией, может быть воспроизведена с помощью п-разрядного сдвигового регистра, охваченного обратной связью.

Схема обратной связи регистра реализует функцию $F(D)$, причем выходы разрядов регистра подключаются к входам схемы обратной связи, а выход последней – к входу регистра.

При практическом использовании М-последовательностей должна решаться задача построения сдвигового регистра, формирующего эту последовательность лишь на основе заданного периода последовательности. Кроме того, М-последовательности получаются при вполне определенных функциях обратной связи и начальных условиях, заданных в регистре.

На основании исследований, проведенных многими авторами, можно сделать следующие выводы:

1. Двоичная М-последовательность, воспроизводимая п-разрядным сдвиговым регистром, охваченным обратной связью, имеет период

$$L = 2^n - 1 \tag{10.24}$$

при любых начальных условиях, записанных в разряды регистра, за исключением случая, когда регистр сдвига содержит только нули.

2. Для того чтобы на выходе сдвигового регистра имела место *M*-последовательность, необходимо и достаточно, чтобы многочлен *F*(*D*), описывающий логическую структуру функции обратной связи регистра, был примитивным, т.е., во-первых, не делился ни на какой другой многочлен степени, меньшей *n*, но большей 0 (условие неприводимости многочлена), и, во-вторых, сам не являлся делителем многочлена $D^k \oplus 1$ при любом целом $k < 2^n - 1$.

3. Число различных примитивных многочленов при заданной степени *n* удовлетворяет соотношению:

$$M_2(n) = \frac{\varphi(2^n - 1)}{n}, \tag{10.25}$$

где $\varphi(\cdot)$ – функция Эйлера ($\varphi(k)$ есть число целых положительных чисел, меньших *k* и взаимно простых с *k*, включая 1).

4. Двоичная *M*-последовательность имеет

$$\begin{cases} \dfrac{L+1}{2} = 2^{n-1} & \text{единиц,} \\ \dfrac{L-1}{2} = 2^{n-1} - 1 & \text{нулей.} \end{cases} \tag{10.26}$$

То есть число единиц и нулей в последовательности почти одинаково. При этом минимальная длина неповторяющихся комбинаций символов в последовательности равна разрядности сдвигового регистра *n*.

5. *M*-последовательность обладает свойством цикличности при сложении, т.е. сумма по модулю 2 этой последовательности и такой же последовательности, но взятой с произвольным сдвигом, есть также *M*-последовательность:

$$\{\alpha_r\} \oplus \{\alpha_{r+s}\} = \{\alpha_{r+j}\} \tag{10.27}$$

при всех $S \neq 0$.

6. На основе свойств 4 и 5 может быть определена нормированная корреляционная функция *M*-последовательности. В работах [5, 6] показано, что корреляционная функция псевдослучайной последовательности, периодически повторяющейся во времени и состоящей из ± 1, имеет очень хорошую форму. Это качество позволяет применить такие последовательности для ввода в синхронизм декодирующих систем.

На рис. 10.3 показана псевдослучайная последовательность *S*(*t*) с $L = 2n - 1 = 2^3 - 1 = 7$, ее спектр *C*(*f*) и нормированная корреляционная функция $\rho(\tau)$.

Постоянная составляющая амплитудного спектра *M*-последовательности

$$C(0) = \frac{1}{L}, \tag{10.28}$$

а амплитуда k-й гармоники

$$C\left(\frac{2\pi k}{L\tau_0}\right)=\frac{2}{\pi k}\sqrt{L+1}\times\left|\sin\frac{\pi k}{L}\right|, \qquad (10.29)$$

где $k = f/F$, $F = 1/L\tau_0$.

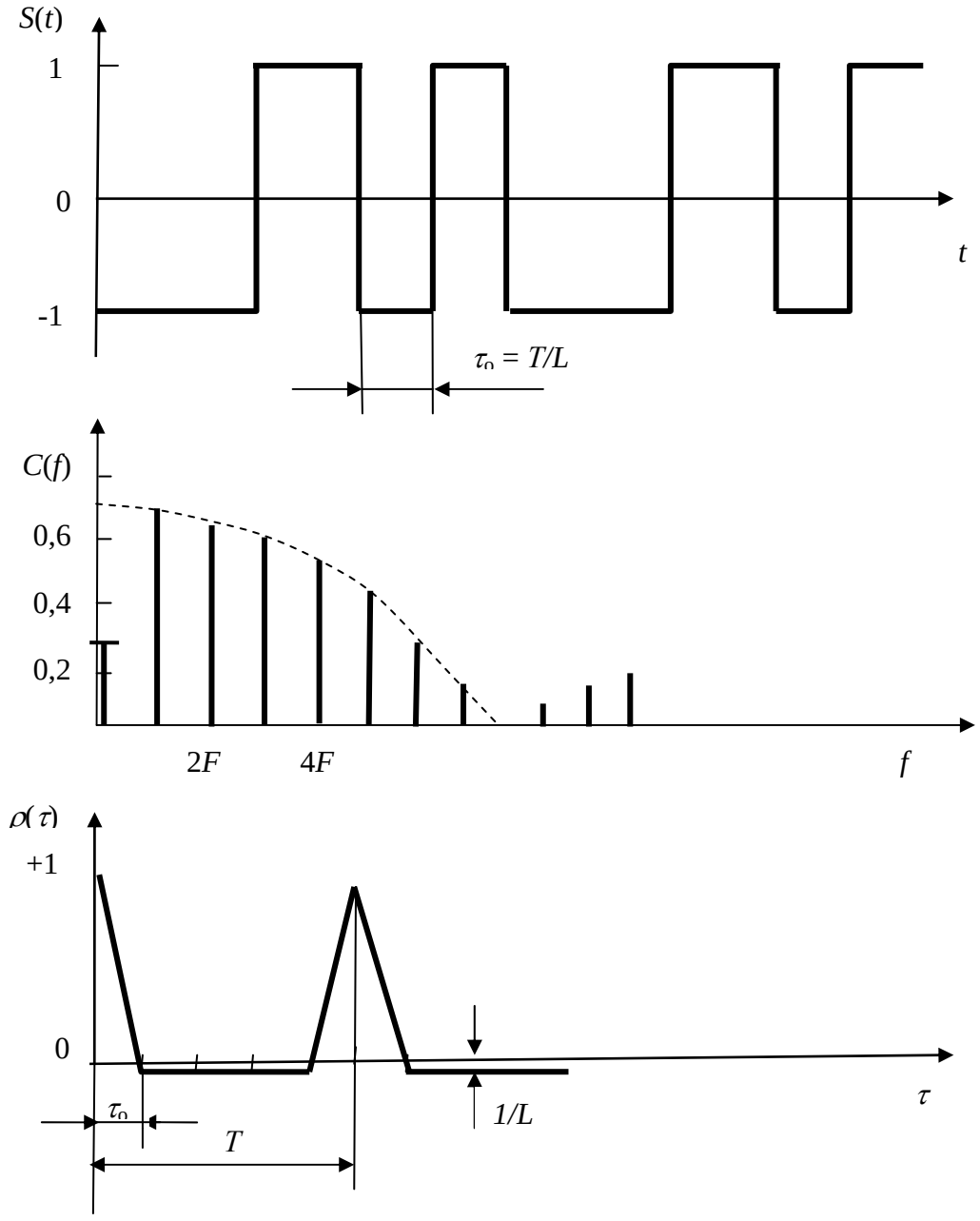


Рис. 10.3. *Псевдослучайная последовательность S(t) с L = 7, ее спектр C(f) и нормированная корреляционная функция* $\rho(\tau)$

Существуют некоторые особенности для такого спектра:

1. Спектр линейчатый, причем линии спектра находятся на частотах, кратных основной частоте.

2. Ширина полосы, требуемая для того, чтобы передать сигнал с данной точностью, не зависит от длины сигнала псевдослучайной последовательности, а определяется исключительно тактовой частотой.

На рис. 10.4 для сравнения приведены спектр $C'(f)$ и корреляционная функция B (τ) последовательности импульсов $S'(t)$ длительностью $\tau_0 = \frac{T}{L}$ и с периодом $T = \frac{1}{F}$, где F – частота следования импульсов.

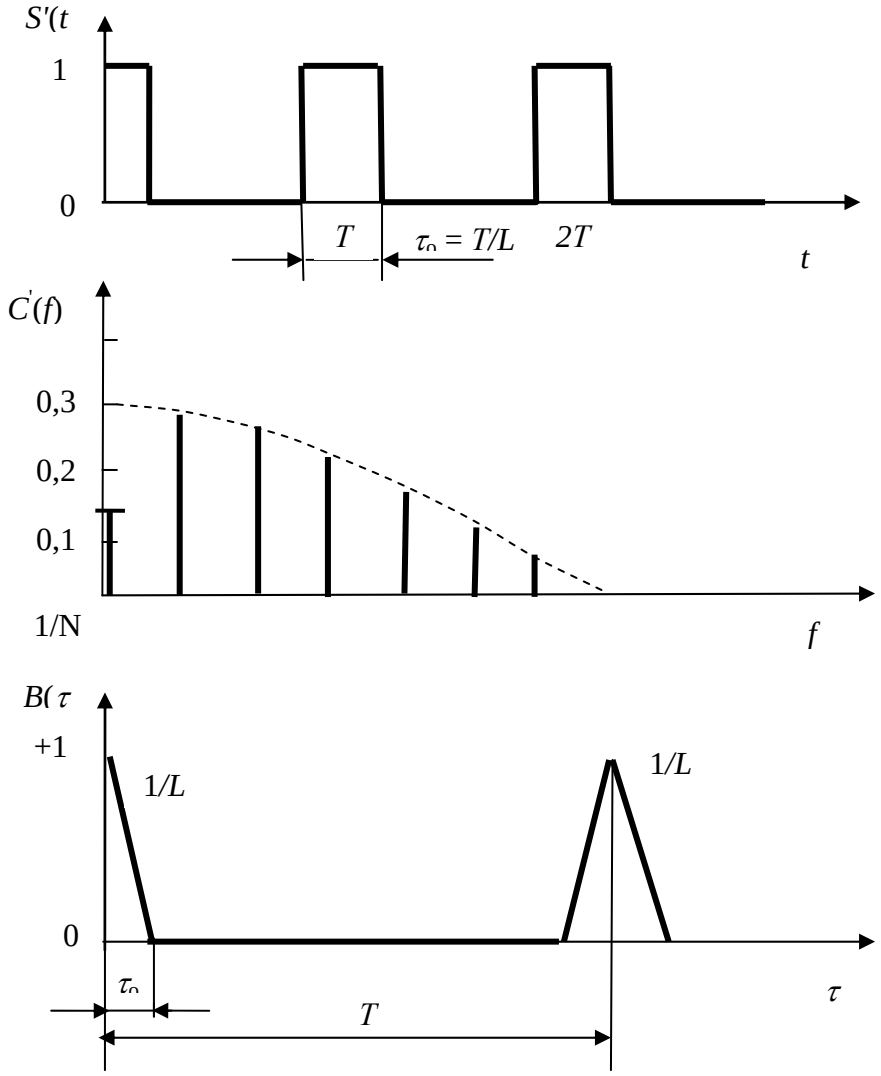


Рис. 10.4. *Спектр $C'(f)$ и корреляционная функция B (τ) последовательности импульсов $S'(t)$ длительностью τ0 и с периодом T*

Для этого случая постоянная составляющая

$$C'(0) = \frac{1}{L}, \tag{10.30}$$

а амплитуда k-й гармоники

$$C'(k) = \frac{2}{\pi k}\left|\sin\frac{\pi k}{L}\right|. \tag{10.31}$$

Из сопоставления формул (10.28) – (10.31) следует, что М-последовательность имеет такую же постоянную составляющую, как и периодически повторяющиеся импульсы (что объясняется структурой этой последовательности). Амплитуды остальных составляющих спектра М-последовательности в $(L + 1)1/2 = 2n/2$ раз больше амплитуды составляющих периодической последовательности импульсов.

Наряду с рассмотренным способом существуют и некоторые другие методы образования щумоподобных сигналов. С ними можно ознакомиться по работам [5, 6] и др.

Следует также отметить, что М-последовательности в настоящее время хорошо изучены, так, например, в работе [7] приведены таблицы, с помощью которых можно найти все неприводимые по модулю 2 многочлена степени 16 и ниже, там же приводятся примитивные многочлены с минимальным числом ненулевых коэффициентов для каждой степени от 17 до 34.

Выбор вида модуляции и базы широкополосного сигнала. Информация, которая содержится в прямоугольных импульсных сигналах М-последовательности, не может быть удовлетворительно передана по типовым телефонным каналам ввиду следующих двух причин.

Во-первых, независимо от скорости передачи элементов сигнала большая часть энергии передается низкочастотными составляющими спектра (рис. 10.3) и будет потеряна; во-вторых, та часть сигнала, которая достигнет другого конца телефонного канала, настолько сильно исказится, что удовлетворительное обнаружение его будет невозможным.

Вследствие этого информация, содержащаяся в сигналах М-последовательности, всегда используется лишь для модуляции несущего колебания с тем, чтобы таким образом основную часть энергии из области низких частот сместить в область более высоких.

С точки зрения помехоустойчивости, простоты построения приемного устройства и минимальных искажений сигнала при передаче по телефонному каналу связи лучше применить ОФМ [1, 7]. В роли несущей в данном случае используется меандр, благодаря чему в качестве фазового манипулятора применяется схема сумматора по модулю 2.

Так как в телефонных каналах коэффициент остаточного затухания b_0 нестабилен во времени и может изменяться в больших пределах (глава 1), то использование пороговых схем в решающем устройстве приемника резко повышает вероятность ошибки на выходе декодирующего устройства. Поэтому решающее устройство приемника должно работать по

принципу сравнения напряжений с выходов интегрирующих фильтров корреляционного приемника. Для правильной работы приемника при отсутствии передачи разовых сообщений необходимо передавать одну из кодовых последовательностей, т.е. сигнал «молчание».

Для уменьшения искажений, обусловленных характеристиками телефонного канала, а также с учетом рекомендаций МККТТ [1] выбираем частоту следования меандра *fm* = 1600 Гц и частоту тактовых импульсов генератора *M*-последовательности $f_{\text{ТИ1}} = f_m / 2 = 900\,\text{Гц}$.

Определим базу широкополосного сигнала:

При использовании в качестве широкополосного шумоподобного сигнала *M*-последовательности необходимо найти ее длину $L_{\text{эл}} = B_c = 2^n - 1$.

Вероятность ошибки при приеме одного символа кодового слова может быть рассчитана на основании следующей формулы [1, 4]:

$$\text{Р0.}_{\text{офм}} = \left[1 - \Phi^2\left[\sqrt{\frac{E}{N_0(1-\rho_{12})}}\right]\right]. \qquad (10.32)$$

При этом предполагаем, что все символы равновероятны и имеется аддитивный «белый» шум.

При широкополосной передаче элемента кодового слова с использованием противоположных сигналов, т.е. при коэффициенте взаимной корреляции $\rho_{12} = -1$, формула (10.32) будет выглядеть так:

$$\text{Р0.}_{\text{офм}} = \frac{1}{2}[1 - \Phi 2[\sqrt{2h_{\text{вх}}^2 T_{\text{эл}} W}]]. \qquad (10.33)$$

Так как $T_{\text{эл}} W = L_{\text{эл}}$, то формулу (10.33) можно записать в виде

$$\text{Р0.}_{\text{офм}} = \frac{1}{2}[1 - \Phi 2[\sqrt{2h_{\text{вх}}^2 L_{\text{эл}}}]]. \qquad (10.34)$$

На рис. 10.5 представлены зависимости вероятности ошибки $\text{Р0.}_{\text{офм}}$ на входе декодирующего устройства от ОСШ $h_{\text{вх}}^2$ на входе приемника разовых сообщений для случаев, когда в качестве широкополосного шумоподобного сигнала для передачи элемента кодового слова используются *M*-последовательности длиной *L* = 63; 127; 1023.

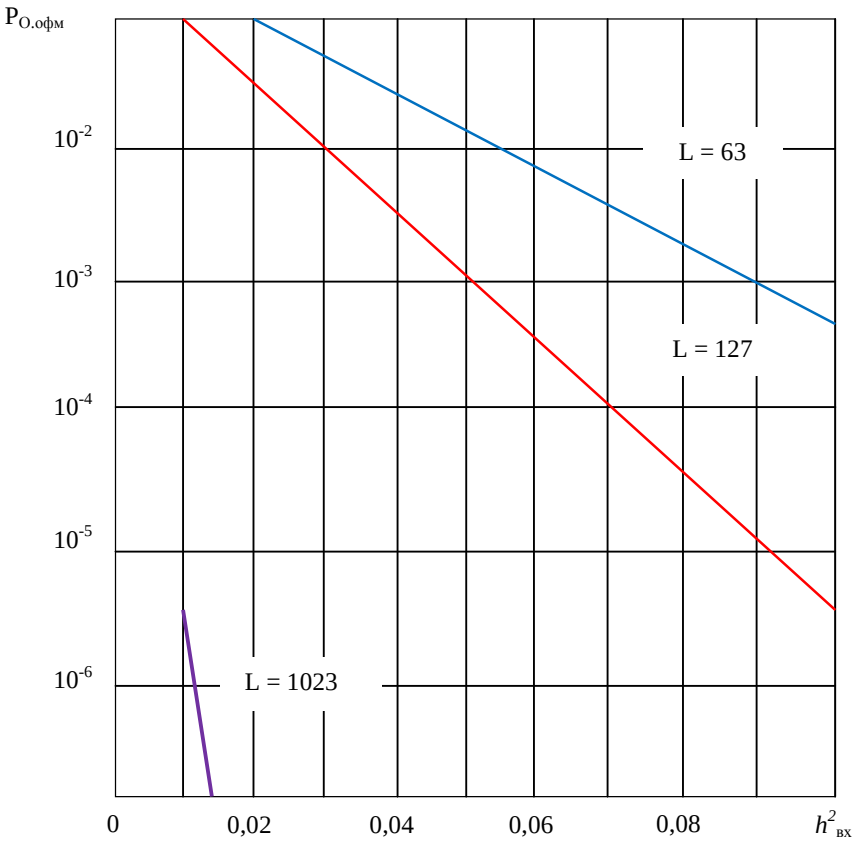


Рис. 10.5. *Зависимости вероятности ошибки $P0._{офм}$ на входе декодирующего устройства от ОСШ $h^2_{вх}$ на входе приемника разовых сообщений*

Из рис. 10.5 видно, что для получения на входе декодирующего устройства вероятности ошибок $P_0 \approx (1{,}2...3{,}0)\cdot 10^{-3}$ в случае «плохих» каналов связи ($h^2_{вх} = -(14...15$ дБ)) необходимо использовать M-последовательность длиной $L_{эл} \approx 127$. При тактовой частоте $f_{ТИ1} \approx 900$ Гц ($\tau_0 = 1/f_{ТИ1} = 1{,}11$ мс) время передачи одного кодового слова будет $T_{эл} = L_{эл}\cdot\tau_0 = 127\cdot 1{,}11\cdot 10^{-3} = 0{,}14$ с.

10.3. Выбор кода для передачи разовых сообщений

Считается, что применение помехоустойчивых кодов в режиме исправления ошибок является хорошим средством достижения высокой достоверности передачи информации. Однако зачастую встречаются ситуации, когда канал связи работает в изменяющихся условиях; в таких случаях применение декодирования с исправлением ошибок неизбежно оказывается неудовлетворительным. Так, например, затухание сигнала или сильный пульсирующий шум приведет к значительному ухудшению достоверности передачи информации, если не обратиться к одному из следующих двух способов.

1. Можно построить систему связи таким образом, чтобы она удовлетворительно работала в наихудших условиях. Это можно осуществить либо значительным понижением скорости передачи информации, что является неэффективным средством, либо увеличением возможности корректирования с сохранением постоянной скорости передачи, что приведет к необходимости удлинения кодовых групп. Поскольку сложность вычислений при декодировании возрастает как степенная функция от длины кодовой группы, то последний подход приводит к усложнению аппаратуры.

2. Можно настроить систему на работу при средних условиях в канале связи, применяя длинные кодовые группы либо распределяя символы данной кодовой группы среди большого числа независимых каналов или по длительному интервалу времени. В последнем случае должны перемешиваться символы различных кодовых групп.

В настоящее время наиболее перспективным методом защиты от ошибок при передаче информации по телефонным каналам является применение систем с автоматическим обнаружением ошибок и передачей сигнала «запрос» на передающую сторону. По этому сигналу передающая сторона повторяет кодовую комбинацию, в которой обнаружена ошибка при приеме.

Система передачи с переспросом считается простейшей самонастраивающейся системой, в которой избыточность кода в зависимости от вероятности ошибки в приеме символа кодовой комбинации меняется от $(n-k)$ до бесконечности, где $n-$длина кодовой комбинации, $k-$число информационных символов. Она в одинаковой мере весьма эффективно исправляет ошибки как статистически независимые, так и групповые, вызванные импульсными помехами. Реализация метода декодирования с обнаружением ошибок существенно проще, чем реализация метода декодирования с исправлением ошибок. Все это и обусловливает перспективность систем передачи с переспросом.

Сравним эффективность использования различных кодов в системах с переспросом. В качестве параметров сравнения, как и в [23], возьмем помехоустойчивость и эффективность кода. Помехоустойчивость кода q определяется вероятностью ошибки в расчете на 1 бит передаваемой информации при соответствующих затратах энергии:

$$q = 1 - Q^{1/H}, \tag{10.35}$$

где

$$Q = \sum_{i=0}^{r} P_{\text{пр}} \cdot P^{i}_{\text{повт}} = \frac{1 - P^{r+1}_{\text{повт}}}{1 - P_{\text{повт}}} P_{\text{пр}} - \tag{10.36}$$

вероятность правильного приема сообщения после r повторений; $P_{\text{пр}}-$вероятность правильной передачи кодовой комбинации; $P_{\text{повт}}-$вероятность повторной передачи кодовой комбинации, равная вероятности обнаружения ошибки на приемной стороне; $r-$максимальное число повторений кодовой комбинации, допускаемых в системе,

$H = -\sum_{i=1}^{N} \rho_i \log \rho_i$ – энтропия источника сообщения; N – число возможных сообщений; ρ_i – вероятность появления i-го сообщения.

Эффективность кода χ определяется средним числом передаваемых символов, отнесенных к одному биту передаваемой информации:

$$\chi = \frac{n}{H}\bar{r}, \tag{10.37}$$

где

$$\bar{r} = \sum_{i=0}^{r} (1 - P_{\text{повт}}) P^{i}_{\text{повт}} (1 + i) - \tag{10.38}$$

среднее число повторений кодовой комбинации.

При $r \to \infty$

$$Q = \frac{P_{\text{пр}}}{1 - P_{\text{повт}}}, \tag{10.39}$$

$$\bar{r} = \frac{P_{\text{пр}}}{1 - P_{\text{повт}}}. \tag{10.40}$$

В реальных условиях вероятность Рповт достаточно мала. Поэтому результаты вычислений по формулам (10.39) и (10.40) будут мало отличаться от результатов расчета по формулам (10.36) и (10.38). В дальнейшем ограничимся рассмотрением системы с $r \to \infty$.

Считая, что ошибки статистически независимы, вероятность правильного приема кодовой комбинации длиной п

$$P_{\text{пр}} = (1 - \varepsilon)^n, \tag{10.41}$$

где $\varepsilon -$ вероятность ошибочного приема одного символа.

Вероятность не обнаружения ошибки:

$$P_{\text{НО}} = 1 - (1 - \varepsilon)^n - P_{\text{повт}}. \tag{10.42}$$

Тогда (10.35), (10.37) с учетом (10.39), (10.40) можно записать следующим образом:

$$q = 1 - \left[\frac{(1 - \varepsilon)^n}{(1 - \varepsilon)^n + P_{\text{НО}}} \right]^{\frac{1}{H}}, \tag{10.43}$$

Итак, задача сводится к определению РНО в применении к конкретному коду.

Определим параметры q и χ для часто используемых кодов.

Коды с постоянным весом. Вероятность не обнаружения ошибки кодом (т из п)

$$P_{\text{НО}} = \sum_{\upsilon=1}^{n} C_m^{\upsilon} C_{n-m}^{\upsilon} \varepsilon^{2\upsilon} (1 - \varepsilon)^{n-2\upsilon}, \tag{10.44}$$

где m – вес кода, определяемый числом единичных символов в кодовой комбинации.

Подставляя в (10.42), (10.43) формулу (10.44), получим

$$q = 1 - \left| \frac{(1-\varepsilon)^n}{(1-\varepsilon)^n + \sum_{\upsilon=i}^{n} C_m^{\upsilon} C_{n-m}^{\upsilon} \varepsilon^{2\upsilon} (1-\varepsilon)^{n-2\upsilon}} \right|^{\frac{1}{\log_2 C_n^m}},$$

$$\chi = \frac{n}{\log_2 C_n^m \left[(1-\varepsilon)^n + \sum_{\upsilon=i}^{n} C_m^{\upsilon} C_{n-m}^{\upsilon} \varepsilon^{2\upsilon} (1-\varepsilon)^{n-2\upsilon} \right]}. \qquad (10.45)$$

Групповые коды. Вероятность необнаружения ошибок групповым (n, k)-кодом

$$P_{\text{НО}} = \sum_{i=1}^{2^k - 1} \varepsilon^{d_i} (1-\varepsilon)^{n-d_i}. \qquad (10.46)$$

Тогда (10.42), (10.43) запишем в виде

$$q = 1 - \left[\frac{(1-\varepsilon)^n}{(1-\varepsilon)^n + \sum_{i=1}^{2k-1} \varepsilon^{d_i} (1-\varepsilon)^{n-d_i}} \right]^{\frac{1}{H}},$$

$$\chi = \frac{n}{H \left[(1-\varepsilon)^n - \sum_{i=1}^{2k-1} \varepsilon^{d_i} (1-\varepsilon)^{n-d_i} \right]}. \qquad (10.47)$$

Если расстояния Хемминга d_i заменить наименьшим из них – кодовым расстоянием d, то получим

$$q \le 1 - \left[\frac{(1-\varepsilon)^n}{(1-2\varepsilon)^n + (2^k - 1)\varepsilon^d (1-\varepsilon)^{n-d}} \right]^{\frac{1}{H}},$$

$$\chi \ge \frac{n}{H \left[(1-2\varepsilon)^n + (2^k - 1)\varepsilon^d (1-\varepsilon)^{n-d} \right]}. \qquad (10.48)$$

Выражения (10.48) являются оценками параметров q и χ для группового $(n,\ k)$ кода с кодовым расстоянием d.

Циклические коды Хэмминга, Файра, Абрамсона. Вероятность необнаружения ошибок кодом Хэмминга определяем по выражению

$$P_{\text{НО}} = \frac{1}{2^m} - (1-\varepsilon)^{2m-1} + \frac{2^m - 1}{2^m} (1-2\varepsilon)^{2m-1}, \qquad (10.49)$$

где $m = n - k$ – число проверочных символов.

Вероятность необнаружения ошибки кодом Абрамсона

$$P_{\text{НО}} = \frac{1 + (1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}}{2(n+1)} - (1-\varepsilon)^n. \qquad (10.50)$$

Вероятность необнаружения ошибки кодом Файра

$$P_{\text{НО}} = \frac{1}{2^{c-1}}\left[\frac{1+(1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}}{2(n+1)} - (1-\varepsilon)^n\right], \tag{10.51}$$

где c – степень образующего многочлена $P(x) = (1+x^c)P_1(x)$.

На основании формул (10.42), (10.43) с учетом (10.49), (10.50), (10.61) при использовании кода Хэмминга можно записать следующие выражения параметров q и χ:

$$q = 1 - \left[\frac{(1-\varepsilon)^n}{\frac{1}{2^m} - \frac{2^m-1}{2^m}(1-2\varepsilon)^{2m-1}}\right]^{\frac{1}{H}},$$

$$\chi = \frac{n}{H\left[\frac{1}{2^m} + \frac{2^m-1}{2^m}(1-2\varepsilon)^{2m-1}\right]}, \tag{10.52}$$

при использовании кода Абрамсона

$$q = 1 - \left[\frac{2(n+1)(1-\varepsilon)^n}{1+(1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}}\right]^{\frac{1}{H}},$$

$$\chi = \frac{2n(n+1)}{H'\left[1+(1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}\right]}; \tag{10.53}$$

при использовании кода Файра

$$q = 1 - \left[\frac{(1-\varepsilon)^n}{(1-\varepsilon)^n + \frac{1}{2^{c-1}}\left[\frac{1}{2}\frac{(1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}}{2(n+1)} - (1-\varepsilon)^n\right]}\right]^{\frac{1}{H''}},$$

$$\chi = \frac{n}{H''\left\{(1-\varepsilon)^n + \frac{1}{2^{c-1}}\left[\frac{1+(1-2\varepsilon)^n + 2n(1-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^{\frac{n-1}{2}}}{2(n+1)} - (1-\varepsilon)^n\right]\right\}}, \tag{10.54}$$

где $H' = k - 1;\ H'' = k - c;\ H = k$, при равной вероятной передаче сообщений; k – число информационных символов в соответствующем коде.

Итеративные коды Элайса с двумя ступенями проверок на четность. Такие коды строятся следующим образом. Информационные символы записываются в виде таблицы из $(n_1 - 1)$ столбцов и $(n_2 - 1)$ строк. Затем к каждой строке и к каждому столбцу таблицы приписывают один проверочный символ, который выбирается таким образом, чтобы число единиц в каждой строке и в каждом столбце было четным. Построенный таким образом код имеет длину $n_1 n_2$. В общем виде формулы для параметров q и χ при использовании этого кода очень громоздки, но для конкретных n_1 и n_2 они значительно упрощаются.

Так, при $n_1 = 7$ и $n_2 = 5$

$$q = 1 - \left[\frac{1}{\sum\limits_{i=0} \sum\limits_{k=0} (10)^i C_7^{2l} (5) C_{7-2l}\, 2k \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{4i+8k}} \right]^{1/24},$$

$$\chi = \frac{35 \left[\sum\limits_{l=0} C_n^{2l} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{2l} \right]^4}{24(1-\varepsilon)^7 \sum\limits_{i=0} \sum\limits_{k=0} 10^i C_7^{2l} (5) C_{7-2i}^{2k} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{4i+8k}}. \qquad (10.55)$$

На рис. 10.6, 10.7 представлены зависимости $-\lg q = f(-\lg \varepsilon)$ и $\chi = f(-\lg \varepsilon)$, рассчитанные по формулам (10.45), (10.48), (10.52) ... (10.54) и (10.55) при использовании в системе передачи информации следующих кодов:

1) код с постоянным весом (3 из 7) (рис. 10.6)

2) групповые коды:

а) рис. 10.7, кривые 1, 2, 3 соответственно:

$k = 5, \quad d = 2, \ n = 9;$

$k = 5, \quad d = 3, \ n = 12;$

$k = 5, \quad d = 5, \ n = 17;$

б) рис. 10.8, кривые 1, 2, 3 соответственно:

$k = 6, \quad d = 2, \ n = 9;$

$k = 6, \quad d = 3, \ n = 13;$

$k = 6, \quad d = 5, \ n = 19;$

3) циклические коды:

а) коды Хемминга (3,1), (7,4), (15,11), (31,26), (63,57) (рис. 10.9, кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответственно);

б) циклический код (15,5) (рис. 10.9, кривая 6);

в) код Абрамсона (31, 25) (рис. 10.10, кривая 1);

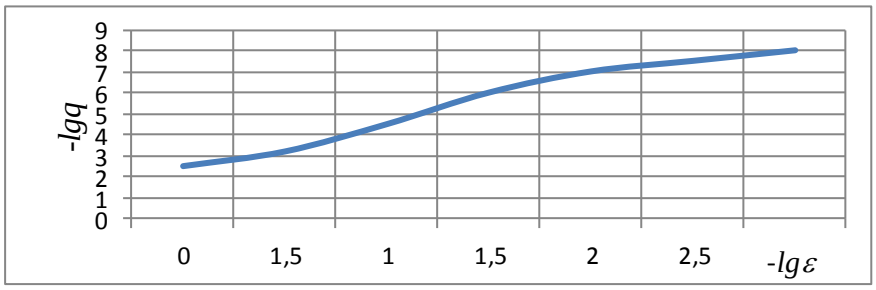
г) код Файра (31, 22) (рис. 10.10, кривая 2);

д) итеративный код Элайса ($n1 = 7$; $n2 = 5$) (рис. 10.11).

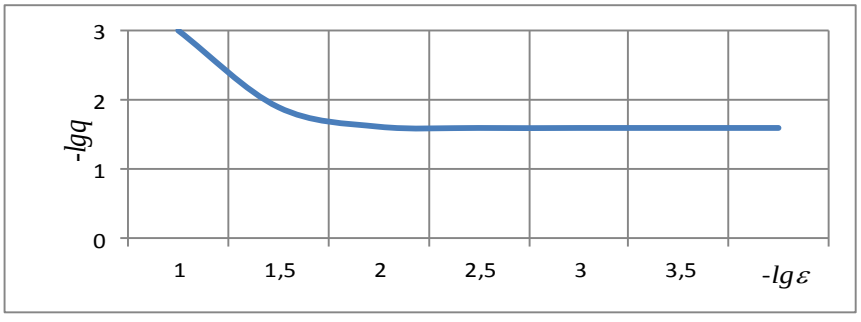
Величина $-\lg\varepsilon$ характеризует помехоустойчивость связи при поэлементном приеме и без кодирования.

Анализ результатов расчета, приведенных на рис. 10.6...10.11, дает возможность выбрать код с обнаружением ошибок.

В настоящее время в качестве наиболее перспективных помехоустойчивых кодов для систем передачи по телефонным каналам, в которых встречаются независимые ошибки и ошибки в виде пакетов, рекомендуют циклические коды [7, 8]. Следующие две теоремы определяют обнаруживающие способности таких кодов:

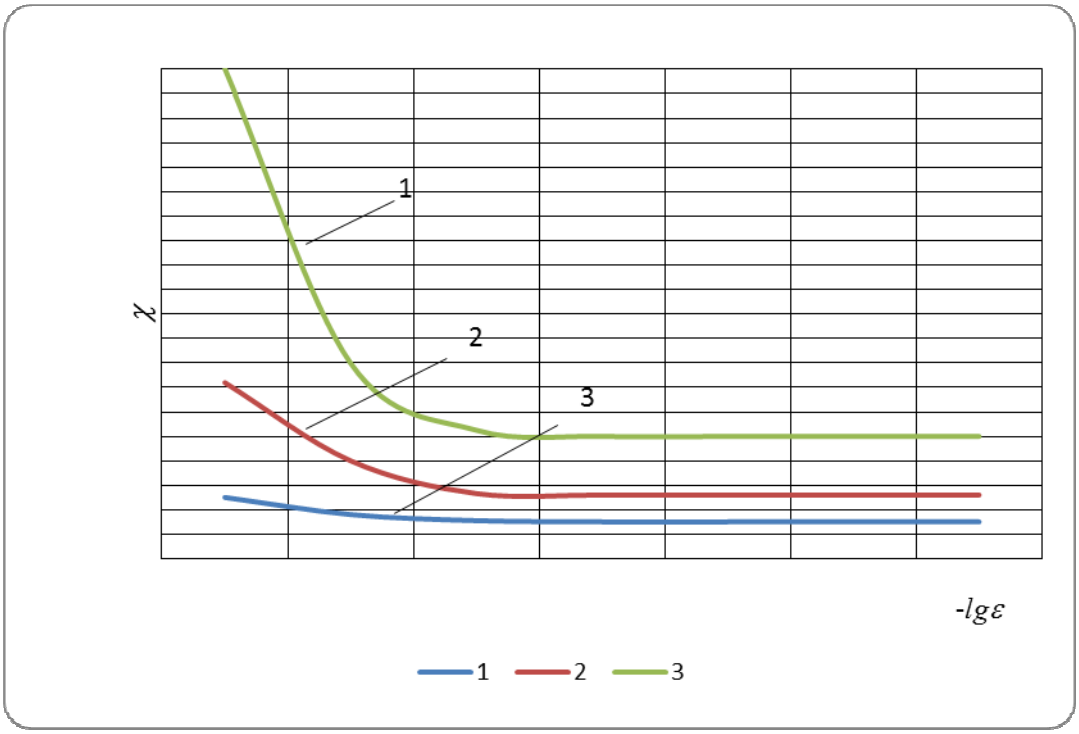


а)

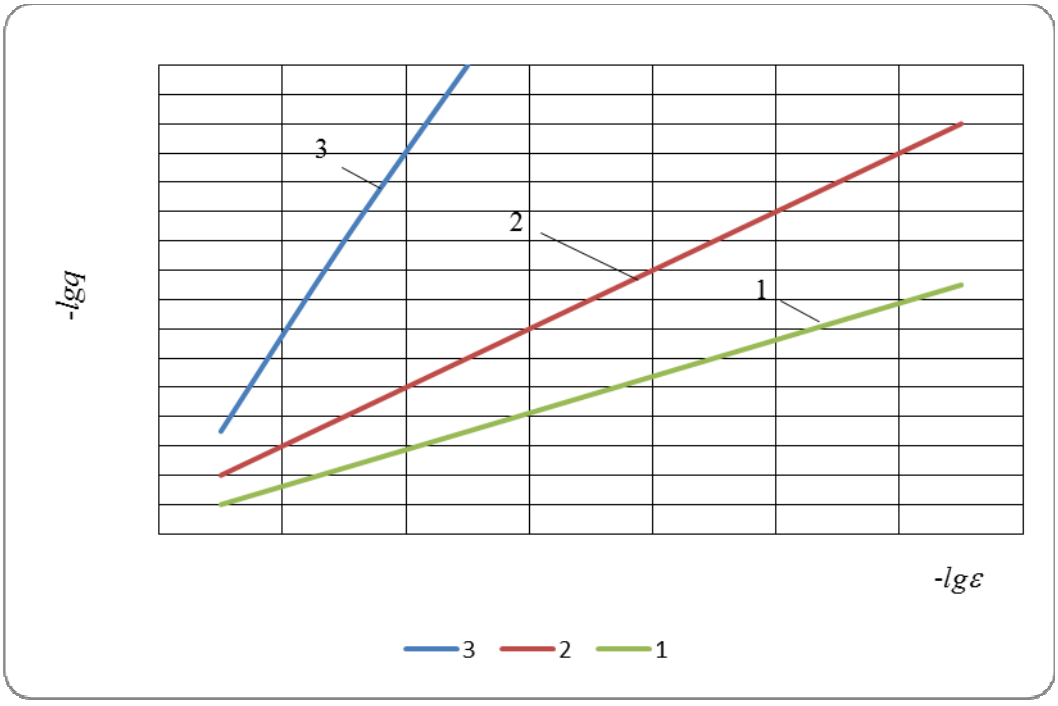


б)

Рис. 10.6. *Зависимость: а)* $-\lg q = f(-\lg\varepsilon)$; *б)* $\chi = f(-\lg\varepsilon)$

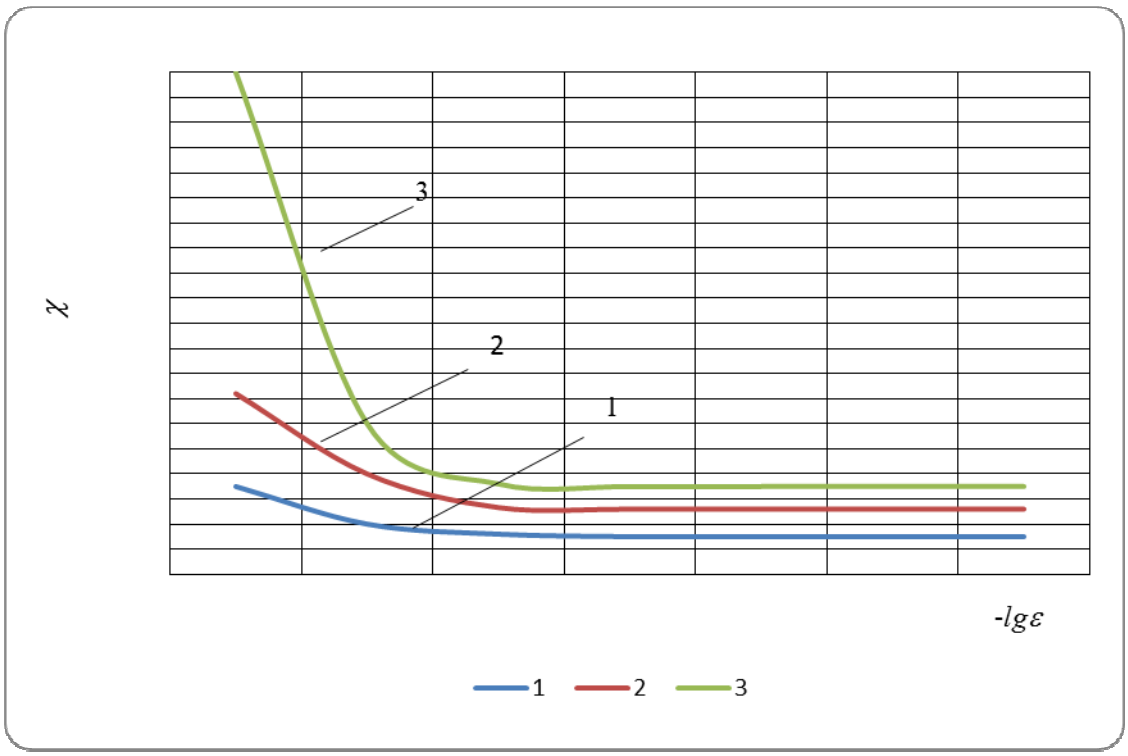


а)

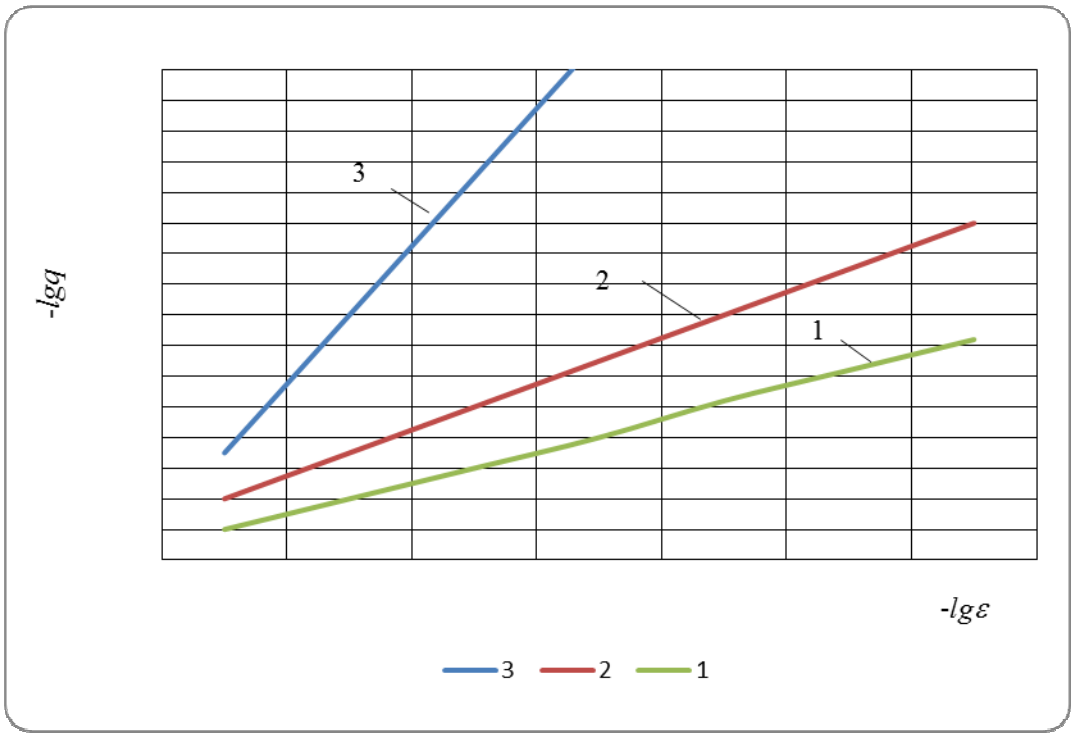


б)

Рис. 10.7. *Зависимость: а)* $\chi = f(-\lg \varepsilon)$*; б)* $-\lg q = f(-\lg \varepsilon)$

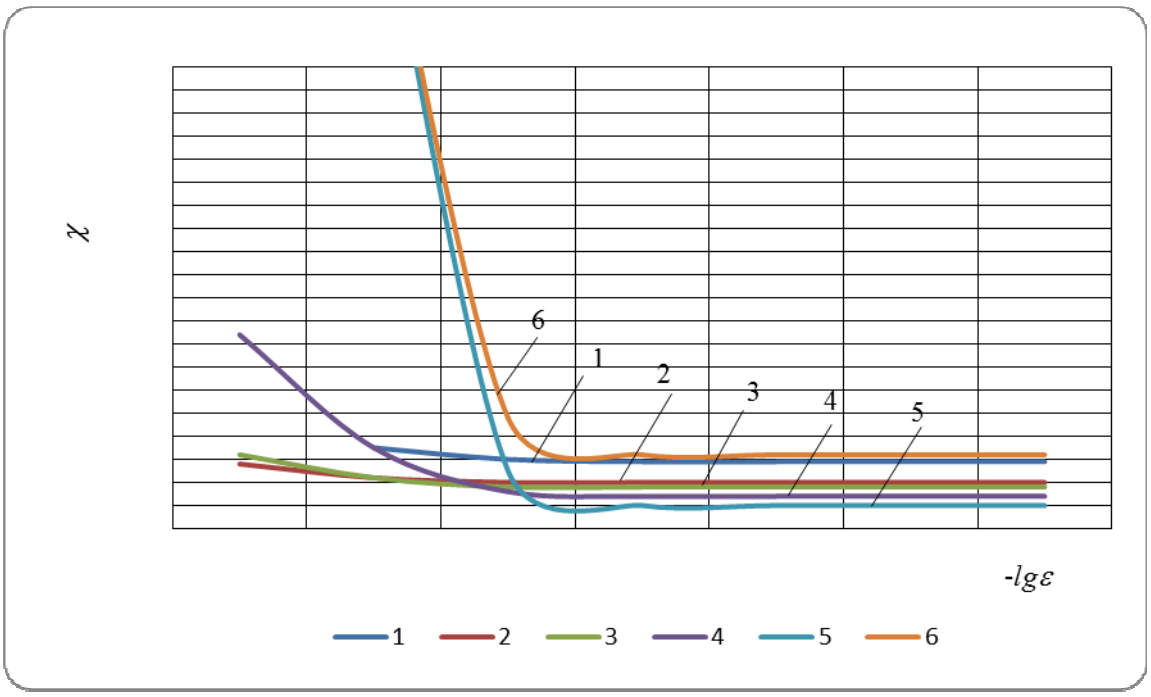


а)

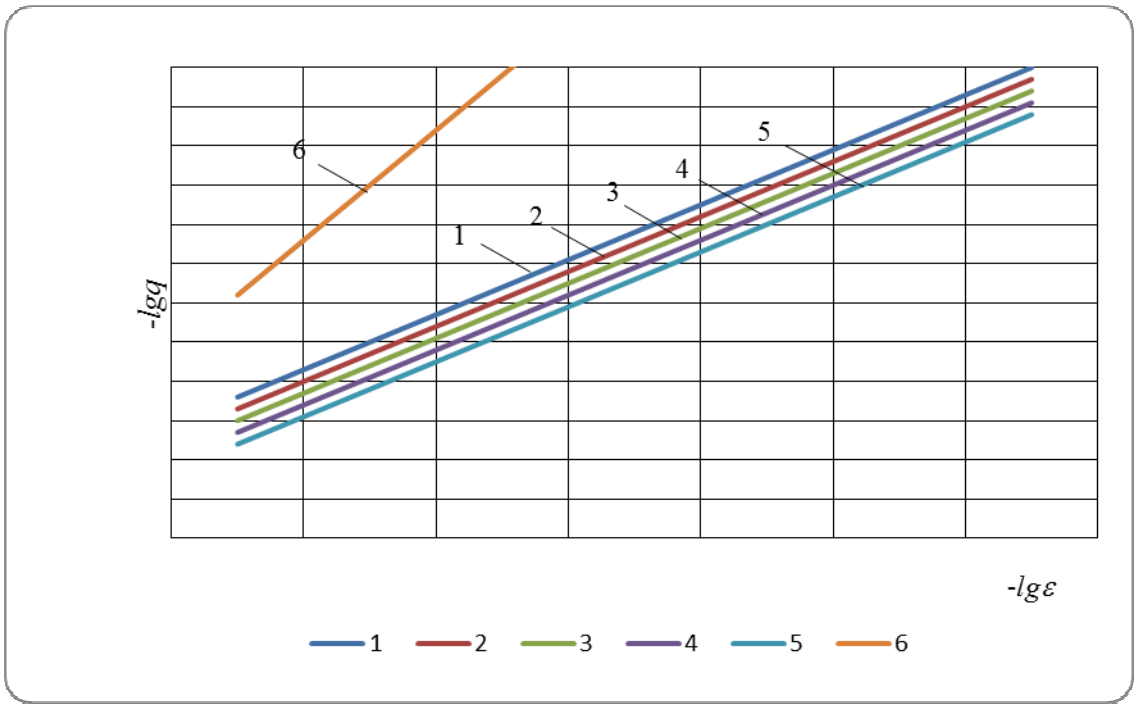


б)

Рис. 10.8. *Зависимость: а)* $\chi = f(-\lg \varepsilon)$*; б)* $-\lg q = f(-\lg \varepsilon)$

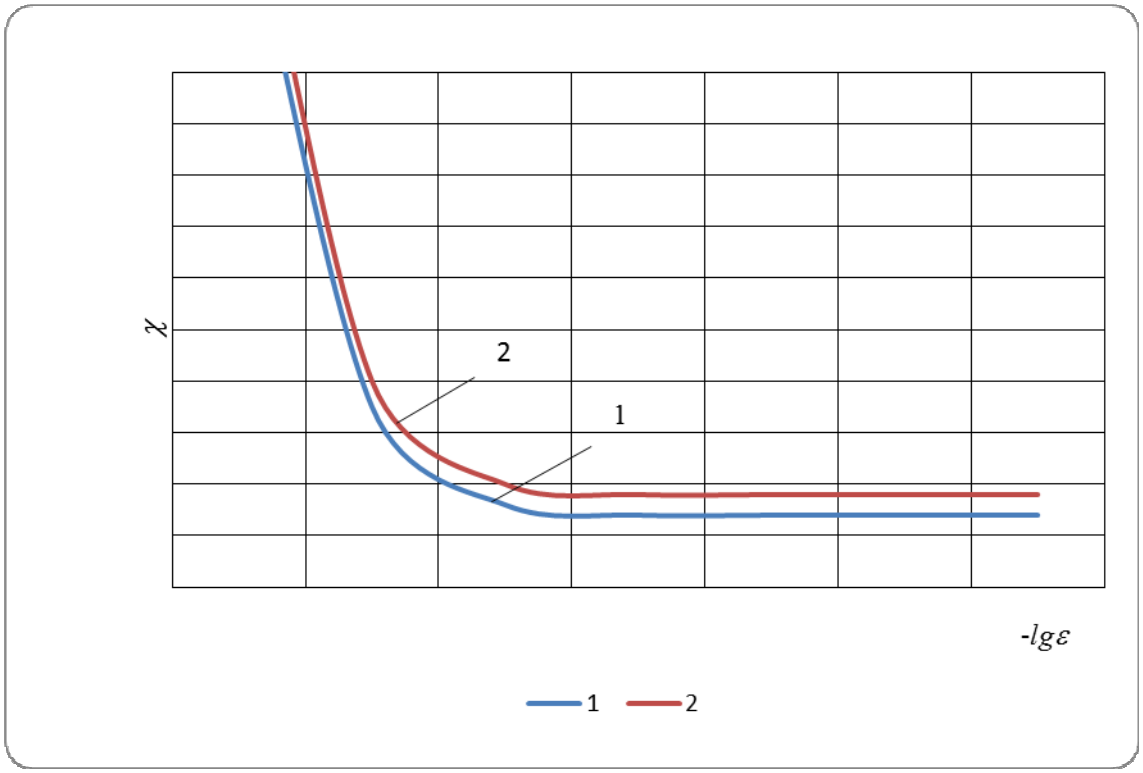


а)

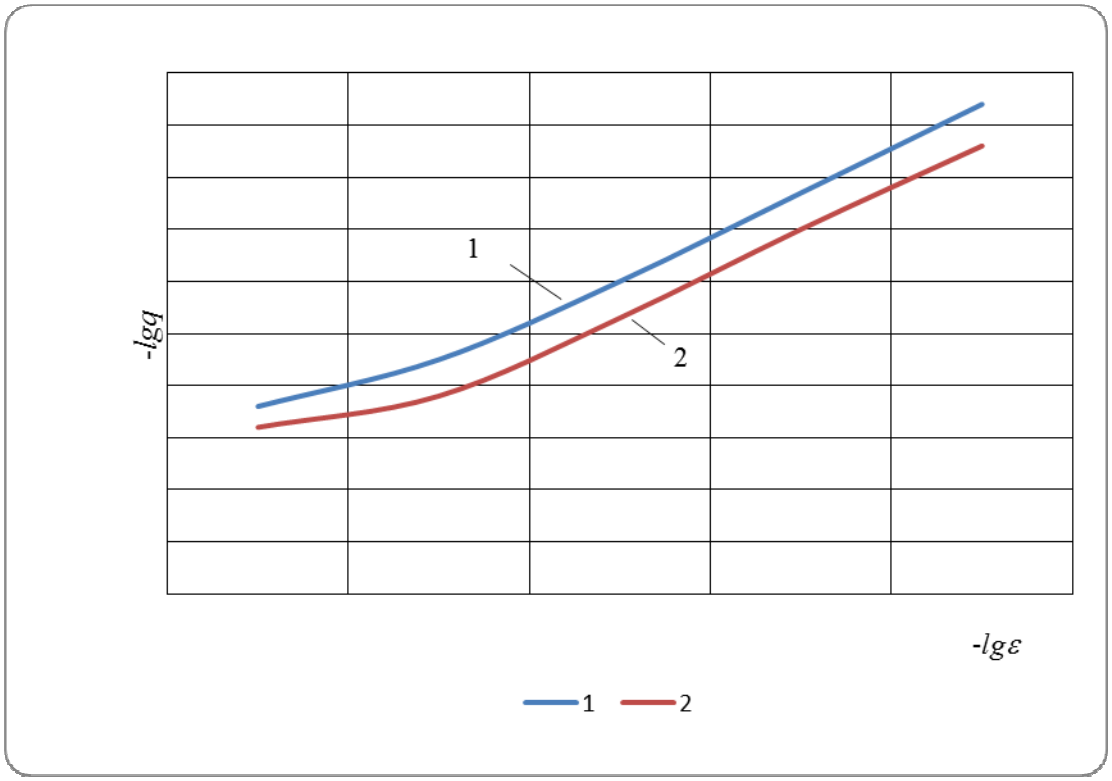


б)

Рис. 10.9. *Зависимость: а)* $\chi = f(-\lg \varepsilon)$; *б)* $-\lg q = f(-\lg \varepsilon)$

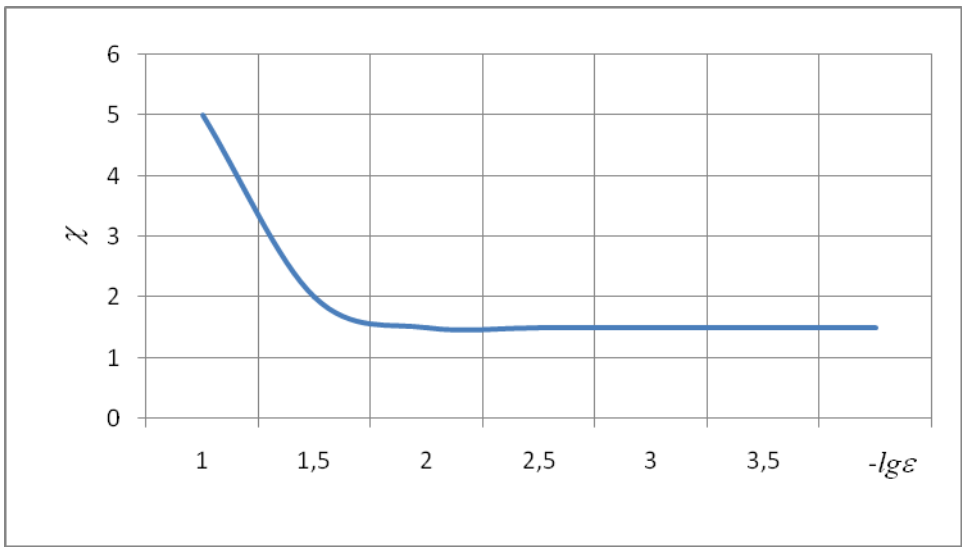


а)

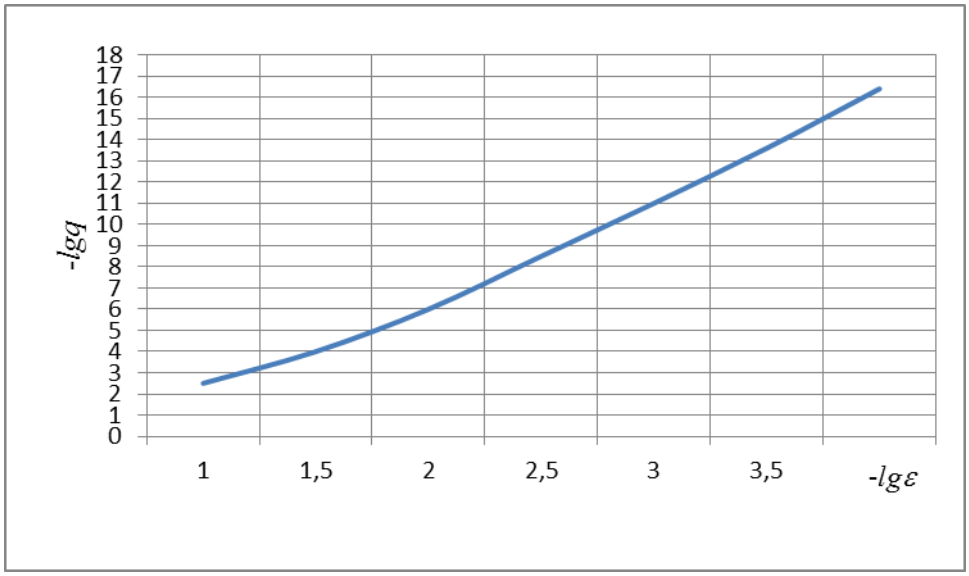


б)

Рис. 10.10. *Зависимость: а)* $\chi = f(-\lg\varepsilon)$*; б)* $-\lg q = f(-\lg\varepsilon)$



а)



б)

Рис. 10.11. *Зависимость: а)* $\chi = f(-\lg \varepsilon)$*; б)* $-\lg q = f(-\lg \varepsilon)$

Теорема 1. Любой циклический код, образованный при помощи многочлена степени (n-k), обнаруживает любую пачку ошибок длиной $(n-k)$ или менее.

Теорема 2. Часть пачек ошибок данной $b = n-k+1$, не обнаруживаемая циклическим $(n,\ k)$ кодом, составляет $1/2^{n-k}$ долю от общего числа всех возможных пачек ошибок длиной $(n-k/2)$ до n включительно.

Одним из эффективных циклических кодов является код Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ-код) [7, 8]. Его построение основано на следующей теореме Боуза. Необходимым и достаточным условием существования циклического $(n,\ k)$ кода с обнаружением ошибок кратности до 2t включительно (или с исправлением до t ошибок) является существование

матрицы $A_{n-k;n}$, имеющей $(n-k)$ столбцов и n строк с элементами из двоичных чисел, такой, чтобы ее ранг был равен $(n-k)$ и чтобы были независимы любые $2t$ ее строк. Ранг матрицы и свойство независимости $2t$ любых ее строк не должны изменяться при таких линейных преобразованиях матрицы, как перестановка двух любых строк или двух любых столбцов, а также при замене любого i-го столбца суммой i и j-го столбцов при $i \neq j$. При помощи таких преобразований матрицу $A_{n-k;n}$ можно привести к

$$A^*_{n-k;n} = \left\| \begin{matrix} I_{n-k} \\ C_{n-k;n} \end{matrix} \right\|, \tag{10.56}$$

у которой $(n-k)$ строк представляют собой независимые строки, содержащие только по одной единице каждая (в частном случае это может быть отображено при помощи единичной транспонированной матрицы I_{n-k}.) Имея матрицу $C_{n-k;n}$, можно образовать матрицу, которую можно рассматривать как определяющую

$$C^*_{n;k} = \left\| \tilde{I}_k ; \; C_{n-k;k} \right\|, \tag{10.57}$$

которую можно рассматривать как определяющую матрицу $(n, \; k)$ кода, если все k строк этой матрицы независимы. Нахождение $C^*_{n,k}$ или дополнительной матрицы $C_{n-k;k}$ при помощи выделения в матрице $A_{n-k;n}$ единичной матрицы $\tilde{I}_k$ является излишне громоздким и важно для обоснования метода, чем для получения практического результата. Более удобно построение кода на основе образующего многочлена. Способ нахождения образующего многочлена и таблицы этих многочленов приведены в [26].

Циклические коды можно генерировать при помощи регистров сдвига с числом разрядов k (число информационных разрядов кода). Для примера покажем, как осуществляется выбор БЧХ-кода при передаче 31 разовых сообщений.

Количество информационных символов, которое необходимо для передачи такого числа сообщений,

$$k \geq \log_2 31 \approx 5. \tag{10.58}$$

Для выбора числа проверочных символов, посредством которых может быть достигнута желаемая точность передачи, необходима детальная информация об ошибках, возникающих при передаче данных. Сложность коммутируемой телефонной сети приводит к тому, что единственным возможным путем получения этой информации является анализ экспериментальных данных.

Так как нет точных статистических данных в отношении ошибок, выбираем избыточность кода исходя из худших условий работы. Пусть код должен обеспечивать вероятность необнаружения ошибок выше, чем $P_{НО} \approx 10^{-8}$.

Из [1, 2] видно, что вероятность перерывов длительностью 200 ... 800 мс может быть порядка 10-7 ...10-8. Поэтому при длительности одного элемента кодового слова $T_{эл}$ = 0,14 с = 140 мс декодирующее устройство должно обнаруживать утраченные отрезки сообщения длиной до шести элементов кодового слова.

Следовательно, для получения $P_{НО}$.доп при худших условиях передачи команды код должен обнаруживать все ошибки до шестикратных включительно. С помощью предельной теоремы [26] определяем теоретический предел минимальной абсолютной избыточности $(n-k)$, необходимой для исправления всех возможных ошибок кратности t (или обнаружения $2t$ ошибок) при данном общем числе разрядов n в кодовой комбинации по формуле

$$(n-k) \geq \log_2 \sum_{i=0}^{i=t} C_n^i. \qquad (10.59)$$

Для обнаружения шести ошибок (или исправления трех) формула (10.59) имеет вид

$$(n-k) \geq \log_2 \sum_{i=0}^{i=3} C_n^i. \qquad (10.60)$$

При п = 15 из (10.60) находим, что $(n-k) \geq 9{,}17$.

Следовательно, достаточно иметь десять проверочных символов, чтобы 15-элементный код мог обнаружить все ошибки до шестикратных включительно и любую пачку ошибок длиной $(n-k) = 10$ или менее. При этом на долю информационных разрядов остается пять знаков, что соответствует поставленной задаче.

Время передачи одного разового сообщения $T_{раз.сооб} = T_{эл} \cdot n \approx 0{,}14 \cdot 15 \approx 2{,}1$ с.

Декодирующее устройство для кода (15, 5) способно обнаруживать ошибки, обусловленные перерывами связи, длительностью 0,84 ... 1,40 с.

Для кода (15, 5) образующий многочлен должен быть взят как произведение трех сомножителей, входящих в разложение двучлена ($x^{15} \oplus 1$), а именно:

$$P(x) = (x^2 \oplus x \oplus 1)(x^4 \oplus x \oplus 1)(x^4 \oplus x^3 + x^2 \oplus x + 1) = x^{10} \oplus x^8 \oplus x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1. \quad (10.61)$$

Матрицу $C^*_{15,5}$ находят путем деления двоичного числа 100000000000000, соответствующего многочлену $f(x) = x14$, на двоичное число 10100110111, соответствующее многочлену (10.51), и выписывания промежуточных остатков деления в качестве строк этой матрицы. Матрица

$$C_{10,5} = \begin{Vmatrix} 0\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1 \\ 1\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0 \\ 0\,1\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1 \\ 1\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0 \\ 1\,0\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1 \end{Vmatrix} \tag{10.62}$$

Заметим, что все веса строк этой матрицы имеют значения, не выходящие за пределы 7. Если проанализировать все 31 ненулевые кодовые комбинации данного кода, то окажется, что 15 из них имеют вес 7, пятнадцать – 8 и одна комбинация состоит только из единиц, т.е. имеет вес, равный 15. Наименьшее расстояние между любыми комбинациями d также не падает ниже 7.

Следует отметить, что код (15, 5) является оптимальным, так как все коды Боуза – Чоудхури, длина которых не превосходит 15, оптимальны [7].

Оценим вероятность необнаружения ошибки для выбранного циклического кода (15, 5).

Известно [7], что любой двоичный линейный код (n, k) не обнаруживает только $2k - 1$ сочетаний ошибок, не совпадающих с нулевой кодовой комбинацией. При использовании такого кода вероятность необнаружения ошибки

$$P_{\text{НО}} = \sum_{\omega=1}^{n} \sum_{S=1}^{M(\omega)} P(\omega, s), \tag{10.63}$$

где $M(\omega)$ – число кодовых комбинаций весом ω; $P(\omega, s)$ – вероятность сочетания ошибок, совпадающего с S-й комбинацией веса ω.

Определение вероятности $P_{\text{НО}}$ можно упростить, предположив, что все сочетания ошибок кратности ω равновероятны. Тогда

$$P_{\text{НО}} = \sum_{\omega=1}^{n} \frac{M(\omega)}{C_n^{\omega}} P(t = \omega), \tag{10.64}$$

где $P(t = \omega)$ – вероятность того, что кодовая комбинация содержит $t = \omega$ ошибок. Известные в настоящее время методы определения $M(\omega)$ для общего случая достаточно громоздки.

Если коды имеют малую избыточность и не слишком короткие, то $M(\omega)$ находят по формуле [9]:

$$\text{M}(\omega) \approx 2^{-(n-k)} C_n^{\omega} \tag{10.65}$$

при $\omega \geq d$.

Используя приближенную оценку $\text{M}(\omega)$, выражение (10.64) можно представить в виде

$$P_{\text{НО}} = 2^{-(n-k)} \sum_{\omega=d}^{n} P(t=\omega) = 2^{-(n-k)} \cdot P(t \geq d), \qquad (10.66)$$

где $P(t \geq d)$ – вероятность того, что число ошибок в пораженной комбинации не менее d.

Если ошибки зависимы, то вероятность необнаружения ошибки

$$P_{\text{НО}} = P_e P(t \geq d),$$

где P_e – условная вероятность ошибки в комбинациях с $t \geq d$ ошибок.

Для канала с независимыми ошибками формулу (10.64) можно записать так:

$$P_{\text{НО}} = \sum_{\omega=1}^{n} M(\omega) P_0^{\omega} (1-P_0)^{n-\omega}, \qquad (10.67)$$

где P_0 – вероятность ошибочного приема символа.

При $P_0 \approx 0{,}5$ $P_{\text{НО}} \approx 2^{-(n-k)}$.

В остальных случаях для подсчета $P_{\text{НО}}$ необходимо знать $M(\omega)$. Для кода (15, 5)

$$M(\omega) = \begin{cases} 15 \text{ при } \omega = 7, \\ 15 \text{ при } \omega = 8, \\ 1 \text{ при } \omega = 15. \end{cases}$$

На рис 10.12 представлена зависимость $P_{\text{НО}} = f(h^2_{\text{вх}})$, построенная по формуле (10.67) с учетом

$$P_0 = \frac{1}{2}[1 - \Phi 2[\sqrt{2h^2_{\text{вх}} L_{\text{эл}}}]].$$

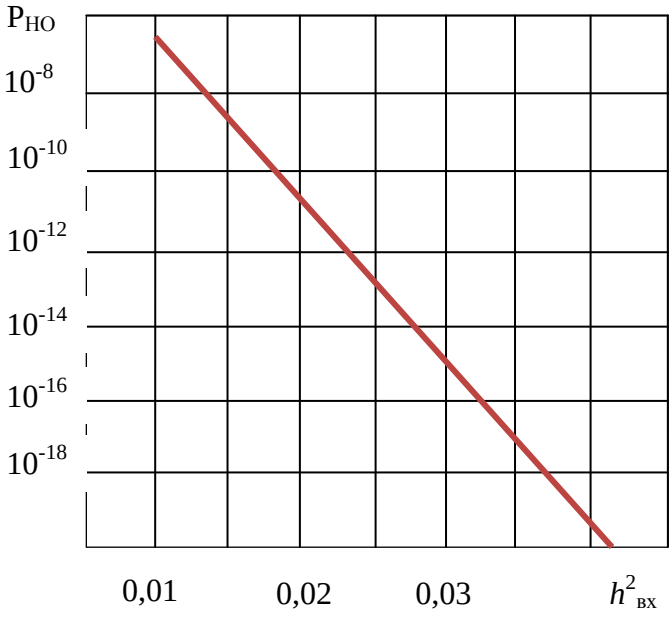


Рис. 10.12. *Зависимость* $P_{НО} = f(h^2_{\text{вх}})$

Из представленной зависимости видно, что с увеличением $h_{вх}$ величина $P_{НО}$ уменьшается.

10.4. Выводы

1. Определены энергетические соотношения сигналов разовых сообщений и регулярной информации при их совместной передаче.

Показано, что для того чтобы сигналы разовых сообщений не оказывали существенного влияния на достоверность передачи аналоговой и дискретной информации в случае использования каналов с малым уровнем флуктуационных шумов («хорошие» каналы связи), необходимо обеспечить условие $h2 > 9$, где $h2$ – отношение по мощности сигнала полезной информации к сигналу разового сообщения. То есть мощность сигнала разового сообщения должна быть в 9-10 раз меньше мощности речевого сигнала.

2. Получена зависимость вероятности ошибки от отношения «сигнал – флуктуационная помеха» в присутствии противофазного сигнала разовых сообщений. Показано, что при работе по каналам с высоким уровнем флуктуационного шума («плохим» каналам связи) максимально допустимая мощность сигналов разовых сообщений должна быть в 25...30 раз меньше мощности сигналов данных.

3. Для любого вида модуляции, используемой для передачи аналоговой и дискретной информации: для «хороших» каналов связи $h^2 \geq +10$ дБ, то есть отношение «сигнал данных – флуктуационная помеха» составляет приблизительно 20…30 дБ; для «плохих» каналов связи $h^2 \geq +14 \div +15$ дБ, то есть отношение «сигнал данных – флуктуационная помеха» составляет приблизительно 15...16 дБ.

4. Уверенный прием сигналов разовых сообщений и сигналов регулярной информации возможен только при условии, когда выполняются неравенства: $h^2_{р.и} >> 1, h^2_{р.с} >> 1$, где $h^2_{р.с}$ – отношение по мощности сигнала разовых сообщений к сигналу регулярной информации на входе решающего устройства приемника разовых сообщений; $h^2_{р.и}$ – отношение по мощности сигнала регулярной информации к сигналу разовых сообщений на входе решающего устройства приемника регулярной информации.

5. Время корреляции помехи на выходе перемножающего устройства определяется временем корреляции слабо коррелированного процесса. Так, в случае применения в качестве широкополосного сигнала М-последовательности с $f_{ТИ} \approx$ 900 Гц ($\tau_{р.и} \approx 2 / f_{ти} \approx 1$мс) время корреляции помехи на выходе интегратора: для слабо коррелированных сигналов дан-

ных ($\tau_{р.и} \approx 2$ мс) $\tau_{п} \approx 0{,}7$ мс; для сильно коррелированных сигналов данных ($\tau_{р.и} > 20$ мс) $\tau_{п} \approx 1{,}1$ мс; для речевого сигнала ($\tau_{р.и} \approx \tau_0 \approx 8$ мс) $\tau_{п} \approx 0{,}97$ мс.

6. Осуществлен анализ выбора сигналов и методов их обработки при передаче разовых сообщений.

Показано, что применение широкополосного сигнала для передачи разовых сообщений позволяет улучшить селекцию команд от сигналов регулярной информации, особенно при сильно коррелированных сигналах регулярной информации.

7. Получены зависимости вероятности ошибки $P_{0.офм}$ на входе декодирующего устройства от ОСШ $h^2_{вх}$ на входе приемника разовых сообщений для случаев, когда в качестве широкополосного шумоподобного сигнала для передачи элемента кодового слова используются М-последовательности длиной L = 63; 127; 1023.

Показано, что для получения на входе декодирующего устройства вероятности ошибок $P_0 \approx (1{,}2...3{,}0)\cdot 10^{-3}$ в случае «плохих» каналов связи ($h^2_{вх} = -(14...15$ дБ)) необходимо использовать М-последовательность длиной $L_{эл} \approx 127$. При тактовой частоте $f_{ТИ} \approx$ 900 Гц время передачи одного кодового слова будет равно $T_{эл}$ = 0,14 с.

8. Осуществлен анализ выбора кода при передаче разовых сообщений. Проведена сравнительная эффективность использования различных кодов в системах с переспросом.

Получены зависимости $-\lg q = f(-\lg\varepsilon)$ и $\chi = f(-\lg\varepsilon)$ величины $-\lg\varepsilon$, характеризующей помехоустойчивость связи при поэлементном приеме и без кодирования, позволяющие выбрать соответствующий код с обнаружением ошибок.

Список литературы

1. Гуров В. С. Основы передачи данных по проводным каналам связи / В. С. Гуров, Г. А. Емельянов, Н. М. Етрухин. – М. : Связьиздат, 1964. – 311 с.

2. Пуртов Л. П. Характер распределения ошибок в телефонных каналах при передаче дискретных сигналов / Л. П. Пуртов, А. С. Затрий, И. Ф. Шаповалов // Электросвязь, 1965. – № 6. – 336 с.

3. Статистика ошибок при передаче цифровой информации : сб. переводов / под ред. С. И. Самойленко. – М. : Мир, 1966. – 304 с.

4. Зюко А. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. – М. : Связьиздат, 1985. – 272 с.

5. Варакин И. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М. : Радио и связь, 1985. – 384 с.

6. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации / В. Б. Пестряков, В. П. Афанасьев, В. Л. Гурвиц и др. ; под ред. В. Б. Пестрякова. – М. : Сов. радио, 1973. – 424 с.

7. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки : пер. с англ. / под ред. Р. Л. Добрушина, С. И. Самойленко. – М. : Мир, 1976. – 600 с.

8. Фонтейн А. В., Гелленфтер Р. Г. Статистика ошибок и способов кодирования при передаче цифровых данных // ТИРИ. – 1961. – № 6. – 402 с.

9. Блох Э. Л., Попов О. В. Оценка вероятности необнаружения ошибки для двоичных линейных кодов // ТУИС. – 1966. – Вып. 29. – 312 с.

10. Воловач В. И. Применение М-последовательности для передачи сигнала синхронизации по занятым телекоммуникационным каналам / В. И. Воловач, К. В. Анфалов, С. В. Зайцев // Алгоритмические и программные средства в информационных технологиях, радиоэлектронике и телекоммуникациях : сб. статей I международной заочной научно-технич. конф. / Поволжский гос. ун-т сервиса. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2013. – С. 274-279.

11. Воловач В. И., Рогозин А. Е. Влияние служебной информации на помехоустойчивость занятых телекоммуникационных каналов // Школа университетской науки: парадигма развития. – 2011. – № 3 (4). – С. 84-89.

12. Воловач В. И., Рогозин А. Е. Анализ помехоустойчивости систем передачи речевого сигнала при наложении сигналов служебной информации // Наука – промышленности и сервису : сб. ст. шестой международной научно-практич. конф. Ч. II / Поволжский гос. ун-т сервиса. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2012. – С. 270-275.

13. Воловач В. И., Рогозин А. Е. К вопросу определения взаимного влияния сигналов разовых сообщений и регулярной информации при совместной передаче по телекоммуникационным каналам // Наука – промышленности и сервису : сб. ст. шестой международной научно-практич. конф. Ч. II / Поволжский гос. ун-т сервиса. – Тольятти : Изд-во ПВГУС, 2012. – С. 275-281.

14. Воловач В. И., Анфалов К. В. Comparative Analysis of Coding Effectiveness in Telecommunication Systems with ARQ. 11th East-West Design & Test Symposium (EWDTS 2013). – Rostov-on-Don, 2013. – С. 320.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Анфалов Константин Владимирович

Ассистент кафедры «Информационный и электронный сервис» Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти).

Общее количество научных публикаций – 18.

Сфера научных интересов: исследование способов повышения эффективности обмена сообщениями в проводных и беспроводных сетях.

Электронная почта: anfalow@gmail.com

Артюшенко Владимир Михайлович

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные технологии и управляющие системы» Финансово-технологической академии (г. Королев, МО).

Общее количество научных публикаций – 642.

Сфера научных интересов: радиотехнические системы ближнего действия; телекоммуникационные системы, оборудование и сети передачи данных.

Электронная почта: artuschenko@mail.ru

Воловач Владимир Иванович

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Информационный и электронный сервис» Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти).

Общее количество научных публикаций более 160; 4 патента на изобретения.

Сфера научных интересов: радиотехнические системы ближнего действия; телекоммуникационные системы, оборудование и сети передачи данных.

Электронная почта: volovach.vi@mail.ru

Воронин Вячеслав Владимирович

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Радиоэлектронные системы» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 230; 8 монографий, 11 публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Scopus и WoS, более 25 патентов и 40 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

Сфера научных интересов: теоретическая радиотехника, компьютерное зрение, цифровая обработка изображений, математическое моделирование

Электронная почта: voronin_sl@mail.ru

Гапон Николай Валерьевич

Аспирант кафедры «Радиоэлектронные системы» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 65, 3 монографии, 1 публикация в научном журнале, индексируемом в базе данных Scopus и WoS, 6 патентов и 25 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

Сфера научных интересов: теоретическая радиотехника, компьютерное зрение, цифровая обработка изображений, математическое моделирование.

Электронная почта: nikolay-rt@mail.ru

Глущенко Александр Григорьевич

Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара)

Общее количество научных публикаций – 250.

Сфера научных интересов: физика волновых процессов невзаимных, запредельных, анизотропных сред, пленочные наноструктуры.

Электронная почта: gag646@yandex.ru

Глущенко Евгения Павловна

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Самара)

Общее количество научных публикаций – 30.

Сфера научных интересов: физика волновых процессов невзаимных, запредельных, анизотропных сред, пленочные наноструктуры.

Электронная почта: gag646@yandex.ru

Иванов Виктор Васильевич

Доктор технических наук, профессор, декан факультета информационно-технического сервиса Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти)

Общее количество научных публикаций – 170, 3 монографии, свыше 10 патентов.

Научные интересы связаны с исследованиями измерительных систем, построенных на базе автоколебательных систем повышенной чувствительности.

Электронная почта: ivanov@tolgas.ru

Карташевский Вячеслав Григорьевич

Доктор технических наук, профессор, декан факультета «Телекоммуникаций и радиотехники», заведующий кафедрой «Мультисервисные сети и информационная безопасность» Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, (г. Самара)

Общее количество научных публикаций – 168, число патентов - 26, награжден серебряной медалью ВДНХ СССР, имеет звание «Мастер связи». Автор 3 монографий.

Сфера научных интересов охватывает вопросы фильтрации сигналов и помех в пространственно-временных каналах, вопросы кодирования в каналах с памятью, вопросы оптимального приема дискретных сообщений в многолучевых радиоканалах.

Электронная почта: kartash@psati.ru

Крутчинский Сергей Георгиевич

Доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматического управления» Института радиотехнических систем и управления Южного университета (г. Ростов-на-Дону).. Руководитель Российско-Белорусского научного центра аналоговой микросхемотехники (МиКаН)

Общее количество научных публикаций – 335, 105 авторских свидетельств и патентов, автор 3 книг.

Сфера научных интересов: теория собственной и взаимной компенсации паразитных импедансов в аналоговых и цифровых микросхемах, активные фильтры, микросхемотехника аналоговых и дискретно-аналоговых устройств, автоматизация схемотехнического проектирования, аналого-цифровые преобразователи, прецизионные интерфейсы.

Электронная почта: sgkrutch@mail.ru

Марчук Владимир Иванович

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Радиоэлектронные системы» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 350, 14 монографий, 11 публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Scopus и WoS, более 30 патентов и 40 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

В настоящее время является директором научно-исследовательского института «Цифровая обработка сигналов и компьютерное зрение». Создана научная школа по цифровой обработке сигналов в условиях априорной неопределенности, результаты научной работы которой не однократно были отмечены в спецвыпусках журнала «Успехи современной радио-

электроники» (издательство «Радиотехника»), посвященных ведущим научным школам России в рамках направления обработки сигналов и изображений.

Электронная почта: marchuk@sssu.ru

Прокопенко Николай Николаевич

Доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Информационные системы и радиотехника» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону). Заслуженной изобретатель РФ.

Общее количество научных публикаций – 1342, 572 патента, 23 книги.

Сфера научных интересов: аналоговая и аналого-цифровая микросхемотехника, элементы и устройства автоматики и вычислительной техники, радиационно стойкая компонентная база.

Электронная почта: prokopenko@sssu.ru

Сизякин Роман Алексеевич

Аспирант кафедры «Радиоэлектронные системы» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 65, 3 монографии, 1 публикация в научном журнале, индексируемом в базе данных Scopus и WoS, 6 патентов и 25 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

Сфера научных интересов: теоретическая радиотехника, компьютерное зрение, цифровая обработка изображений, математическое моделирование.

Электронная почта: roma_sz@mail.ru

Тимофеев Дмитрий Витальевич

Магистр техники и технологий по направлению «Радиотехника» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Сфера научных интересов: теоретическая радиотехника, компьютерное зрение, цифровая обработка изображений, математическое моделирование

Электронная почта: res@sssu.ru

Устинова Елена Сергеевна

Старший преподаватель кафедры информационного и электронного сервиса Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти)

Общее количество научных публикаций – 19.

Сфера научных интересов: физика волновых процессов невзаимных, запредельных, анизотропных сред.

Электронная почта: nik-098@yandex.ru

Фоломкин Дмитрий Витальевич

Аспирант Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 4.

Сфера научных интересов: теоретическая радиотехника, компьютерное зрение, цифровая обработка изображений, математическое моделирование

Электронная почта: res@sssu.ru

Шакурский Виктор Константинович

Доктор технических наук, профессор кафедры «Электроснабжение и электротехника» Тольяттинского государственного университета (г. Тольятти)

Общее количество научных публикаций более 200, 3 монографии, 34 патента.

Сфера научных интересов включает в себя исследования в области измерительных систем и систем стеганографии.

Электронная почта: shakurskiy@mail.ru

Шакурский Максим Викторович

Кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Информационный и электронный сервис» Поволжского государственного университета сервиса (г. Тольятти)

Общее количество научных публикаций более 40, 2 монографии, 9 патентов.

Сфера научных интересов включает в себя цифровую обработку сигналов и цифровую стеганографию.

Электронная почта: m.shakurskiy@gmail.com

Шерстобитов Александр Иванович

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Радиоэлектронный и электротехнические системы и комплексы» Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону).

Общее количество научных публикаций – 130, 5 монографий, 7 публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Scopus и WoS, более 15 патентов и 30 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.

Сфера научных интересов – цифровая обработка одномерных и многомерных сигналов.

Электронная почта: sherstobitov.alexander@gmail.com

Научное издание

ОБРАБОТКА И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ И ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Монография

Техническая редакция: *Н. Ю. Ионова, Т. Н. Нохрина*

Подписано в печать с электронного оригинал-макета 09.12.2014.
Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 28,0.
Тираж 500 экз. Заказ 17-14/02.

Издательско-полиграфический центр
Поволжского государственного университета сервиса.
445677, г. Тольятти, ул. Гагарина, 4.
rio@tolgas.ru, тел. (8482) 222-650.

Электронную версию этого издания
вы можете найти на кафедральном разделе сайта университета по адресу:
http://www.tolgas.ru/org_structura/kaf_iis/nauka/monografii/